HISTOIRE
DE
L'ACADEMIE ROYALE
DES
SCIENCES
ET
BELLES LETTRES.

ANNE'E MDCCLIII.

A BERLIN.

CHEZ HAUDE ET SPENER,
Libraires de la Cour & de l'Académie Royale.
MDCCLV.

Permis d'imprimer.

P. L. Moreau de Maupertuis,
Président.

MÉMOIRES

DE

L'ACADÉMIE ROYALE

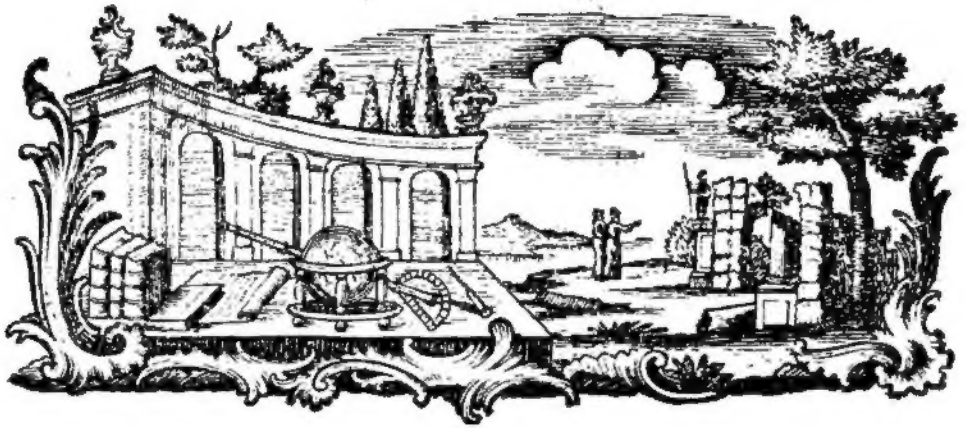
DES

SCIENCES

ET

BELLES-LETTRES.

CLASSE DE PHILOSOPHIE EXPÉRIMENTALE.



ESSAI
SUR L'ORIGINE ET LA GE'NE'RATION DES ME'TAUX,

PAR M. ELLER.

J'ai balancé longtems ſi je devois entreprendre cet eſſai, ſachant qu'il eſt extrèmement difficile, pour ne pas dire impoſſible, de ſe frayer une route à travers les rochers jusques dans les entrailles de la terre, pour tâcher de ſaiſir le myſtere caché dont la Nature ſe ſert pour produire les Métaux. Toutes les productions des corps que nous rencontrons dans les deux autres Régnes de la Nature, ſavoir les Végétaux & les Animaux, ne ſemblent pas tant ſe dérober à nos yeux; &

pour peu qu'on ſache ſe ſervir de certains moyens que l'induſtrie & l'expérience des habiles Naturaliſtes nous ont fournis, & nous fourniſſent encore tous les jours, on découvre aſſez ſouvent les vrais matériaux, l'ordre & les moyens, dont cette ſage mère ſe ſert pour former, conſerver, & reproduire les corps. Mais dans la production des métaux, nous ſommes presque dans le cas des aveugles; l'acte de leur génération s'exécute dans le ſein des rochers les plus profonds, où la lumiere n'a jamais eu le moindre accès, & que les ombres par conſéquent d'une nuit éternelle couvrent depuis l'origine du monde; c'eſt une hardieſſe bien téméraire, je l'avouë, que de vouloir, dans ce fonds ténébreux de la terre, ſurprendre la Nature lorsqu'elle s'occupe à ſes opérations les plus cachées, ſachant qu'on a bien de la peine à lui dérober quelques fineſſes en plein jour, & encore avec le ſecours des meilleurs Microſcopes.

Le ſeul moyen donc qui me reſte, dans cette vuë de faire quelques découvertes à l'imitation de la Nature dans la génération des métaux, c'eſt de conſidérer attentivement tous les corps en général, & toutes les matieres qui ſe trouvent aux endroits où la Nature travaille les mines, de les examiner avec ſoin, & de faire l'analyſe de leurs parties conſtituantes, afin que je puiſſe par ce moyen découvrir ce qu'ils peuvent fournir à la formation des mines métalliques; ſecours qui me menera inſenſiblement à la ſource de cette formation.

Ce qui m'a aidé encore beaucoup dans cette recherche, c'eſt que j'ai eu dans ma jeuneſſe l'avantage de fréquenter moi-même les Mineurs, & de les voir travailler dans les creux des montagnes, en pluſieurs endroits de l'Allemagne; où j'ai eu auſſi le loiſir d'examiner les crévaſſes des rochers, & les *Filons*, (*die Klüffte und Gänge*) & d'y conſidérer la propriété des exhalaiſons minérales qu'on y rencontre plus ou moins, ſelon la ſituation, la profondeur, ou ſelon la nature de la mine qu'on y travaille. D'ailleurs la collection aſſez conſidérable que je me ſuis procurée depuis, de toutes ſortes de minéraux & de foſſiles,

foſſiles, de tous les pays presque où il y en a, m'a aidé auſſi à reconnoitre le mêlange different des metaux dans leurs mines, & leur parties eſſentielles, cachées dans les differentes terres, ou matieres pierreuſes, &c. qui leur ſervent ſouvent de matrices dans leur formation.

Toutes ces matieres minérales, ou foſſiles, comme nous verrons cy-après, ſont en très grand nombre; &, ce qui rend encore cette recherche plus pénible, ce ſont les noms barbares pour la plûpart & inconnus, que les foſſiles en général ont reçu des Mineurs. Ces Gens, qui depuis pluſieurs ſiecles ont pris & prennent encore leur origine d'une même race en Allemagne, ont imaginé des noms, ou des manieres de s'exprimer, que leurs compatriotes, & les gens de la même Province n'entendent pas, ou ont de la peine au moins à comprendre; & comme ils travaillent pour la plûpart machinalement, ils ne peuvent guères rendre raiſon de ce qu'ils font à un Curieux qui ſouhaite d'en être inſtruit.

Et c'eſt peut-être la véritable raiſon auſſi pourquoi les anciens Auteurs Grecs & Romains nous apprennent ſi peu, ou rien, d'nn Art qui eſt pourtant ſi utile & ſi néceſſaire à la proſpérité du genre humain, pendant que d'un autre côté les mêmes Auteurs nous rapportent pluſieurs grandes bagatelles, dont nous pourrions fort bien nous paſſer. Certes, ces ſommes immenſes d'Or & d'Argent, dont ces anciens Hiſtoriens nous parlent, ſont un ſûr garant, que ces peuples vainqueurs du monde, n'ont point négligé cet Art, qui enſeigne de fouïller la terre pour en tirer les métaux; mais comme ils n'y employoient que les Eſclaves & les Criminels, & que c'étoit une eſpece de dernier ſupplice que d'être condamné aux Mines, leurs Savans, ces fameux Philoſophes, craignoient apparemment de faire une tache à leur réputation; ou peut être avoient-ils peur d'être notés d'infamie, s'ils viſitoient le travail de gens réputés infames, pour en tirer quelques inſtructions.

De cette négligence impardonnable il eſt venu, je crois, que quelques Philoſophes ſpéculatifs, ou plûtot quelques Sophiſtes de ce tems-là, ſe ſont imaginé de pouvoir produire des métaux précieux ſur la terre, en employant des matériaux dont ils croyoient que la Nature ſe ſervoit deſſous la terre ; & c'eſt de cette ſpéculation vraiſemblablement que la premiere époque des Alchymiſtes commence. Une Inſtruction de cette nature, en forme de Dialogues, ſous les noms empruntés des anciens Philoſophes, nous reſte de ce tems-là ; elle porte le titre de *Turba Philoſophorum* : c'eſt un livre rempli d'allégories & d'énigmes, & qui paroit être fabriqué par les Sectateurs des Philoſophes Platonico-Pythagoriciens de l'Ecole d'Alexandrie.

La perte des Sciences, qui ſuivit de près la ruïne de la République de Rome, y a beaucoup contribué auſſi. Car l'amas confus des Sciences délabrées, dont les Arabes s'emparerent, ſemble avoir engendré cet Art nouveau, la Chymie, inconnu jusqu'alors, & que les Alchymiſtes de cette Nation cultiverent dans l'unique deſſein de changer les métaux imparfaits en Or, ou en Argent, par le moyen de la Chymie. Les plus anciens Auteurs Arabes, comme *Geber*, *Avicenne*, *Albucaſis*, *Rhaſes*, *Haly*, *Bendegit-Jeſſi*, &c. en ſont les témoins ; ils ne parlent que de métaux, de minéraux, & de toutes ſortes de ſels, qu'ils enſeignent à mêler, à fondre, & à purifier de differentes façons dans le feu, pour en tirer la Quinteſſence, ou la Pierre philoſophale, qui devoit changer en Or dans un creuſet, tous les métaux imparfaits, en peu de minutes. Cet Art flatteur de s'enrichir à peu de fraix & en peu de tems, paſſa bientôt, comme un mal épidemique dans toute l'Europe ; & c'étoit presque la ſeule Science qui fut cultivée dans les ſiècles barbares, ſurtout dans les Couvents, où cet Art flattoit extrêmement la pareſſe & l'ambition des Moines.

Il eſt même étonnant, que les plus grands hommes de ces Siècles, comme *Arnaud de Villeneuve*, *Raymond Lulle*, *Albert le Grand*, *Roger Bacon*, *Robert Fludd*, & pluſieurs autres, ſemblent avoir choi-

choiſi cette étude pour leur principale occupation. Mais, comme dans la ſuite la plûpart de ces prétendus Philoſophes Adeptes déchurent de leur eſpérance de faire un Or artificiel, la Chymie gagna plus de terrain, elle fut appliquée ſucceſſivement à l'analyſe de tous les corps en général, & elle devint bientôt après la baſe & le ſoutien de la Métallurgie ; d'autant plus que l'art de tirer les métaux de la mine, & de les purifier comme il faut, doit ſon origine & ſa perfection uniquement à la Chymie. Mais il eſt encore remarquable que tous les habiles gens, qui ſavoient appliquer la Chymie à l'étude des mines, ou à la Métallurgie, ne perdoient presque jamais de vuë la transmutation alchymiſtique des métaux ; pluſieurs d'entre eux s'empreſſent même d'avantage à nous enſeigner la production artificielle des métaux, que la naturelle hors de la mine: tant prévaloit le prejugé de ce tems la, que la transmutation des métaux imparfaits en Or, ou en Argent, étoit un Art à enſeigner ou à apprendre.

De là eſt venu, ſelon la methode uſitée dans les autres Sciences, qu'on a tâché d'établir certains Principes, ou premiers Elémens, desquels tous les Métaux en général devoient tirer leur exiſtence & leur origine. Ceux de la Secte Ariſtotelico-Scholaſtique ſe contenterent des quatre Elémens, & de leur action réciproque ſous la terre, les uns dans les autres, pour la production des foſſiles en général ; mais ceux qui manioient de près ces corps, ou ces differens mixtes, trouverent bientôt les quatre Elémens trop éloignés de la nature minérale & métallique ; & ayant remarqué, que le Vif-argent, ou le Mercure, production minérale comme les métaux, égaloit presque le poids de l'Or, & ayant conſidéré encore, que le Souffre minéral arrêtoit le cours de ce métal fluide dans la production du Cinnabre artificiel, ils ne balancerent plus d'établir ces deux corps pour premiers principes de tous les métaux, qui ne differoient entre eux, à ce qu'ils croyoient, que par rapport à l'union plus ou moins intime & parfaite de ces deux prétendus principes. Le Moine *Baſile Valentin*, & *Theophraſte Paracelſe*,

celſe, en ajouterent encore un troiſième, ſavoir le ſel, qui devoit conſtituer le lien entre le Souffre & le Mercure; ils confirmerent en même tems l'hypotheſe des influences aſtrales pour la formation des métaux, ſuivant laquelle la fonction du Soleil étoit d'influër à la formation de l'Or, celle de la Lune à la génération de l'Argent, & ainſi du reſte. Ceux qui recherchent plus ſoigneuſement les antiquités de la Métallurgie, prétendent prouver qu'*Hermes Trismegiſte* avoit déjà établi les trois Principes dont je viens de parler; ils ſe fondent ſur un certain Ecrit qu'on attribuë à ce prétendu Pére des Adeptes, où il doit avoir dit: „Que de trois Subſtances, qu'il appelle l'eſprit, l'ame & „le corps, tous les métaux tiroient leur origine, & que même les Tein„tures métalliques, & la Pierre philoſophale, en étoient produits.„ *Paracelſe* en donne l'explication, lorsqu'il ajoute, que l'eſprit d'*Hermes* étoit le Mercure, ſon ame le Souffre, & le corps le Sel. Mais je doute fort, qu'outre la *Table d'Emeraude d'Hermes*, ce Philoſophe prétendu Chymiſte, qui approche trop des Siècles fabuleux, ait jamais écrit quelque choſe qui ſoit parvenu jusqu'à nous. C'eſt à peu près avec autant de fondement que quelques Champions de la Philoſophie Paracelſiſtique attribuënt déjà ces trois Principes métalliques à *Pythagore*, à *Platon*, à *Zoſyme Panopolitain*, &c. à cauſe que les deux premiers avoient demeuré pluſieurs années en Egypte, ſelon le rapport d'*Heſychius* (1), & de *Strabon* (2), où ils avoient, diſent-ils, appris, par le ſecours des Prêtres Egyptiens, l'explication des Colomnes d'Hermes. Cependant il eſt prouvé, que, même avant Paracelſe, ces prétendus trois Principes ont été ſuffiſamment connus de *Raymond Lulle* (3), & d'*Iſaac Hollande* (4).

Ce triumvirat de Principes métalliques ayant ſubſiſté pendant pluſieurs ſiécles, ſans que perſonne ait oſé les révoquer en doute, les Métallurgiſtes par conſéquent, & ſurtout les Chymiſtes, étoient charmés

(1) *de Myſt. Ægypt.* l. 1, (2) l. 17.
(3) vid. *Lullius in Teſtament.* c. 17. (4) *Hollandus in Opere vegetab.* paſſim.

més de pouvoir ſans trop de peine réſoudre les problêmes les plus difficiles en Chymie, vû que les parties mercurielles, ſulfureuſes, & ſalines étoient d'une ſi vaſte étenduë, qu'on les rencontroit aiſément dans les mêlanges de tous les corps minéraux. Il étoit même téméraire dans ce tems-là, de vouloir combattre une opinion généralement reçuë, & approuvée de tous les Chymiſtes.

Mais vers le milieu du Siecle paſſé, le Docteur *Joachim Becher*, très habile Chymiſte Allemand, muni d'une bonne théorie dans cet Art, & confirmé par des expériences ſans nombre, qu'il avoit eu occaſion de faire dans le Laboratoire Electoral à *Munich*, ne craignit pas d'attaquer ces fameux principes, après avoir montré leur incongruité. Il paroit raiſonner conſéquemment dans ſa *Phyſique Souterraine*, lorſqu'il dit : „ Un principe doit être néceſſairement une choſe ſimple & „ homogene ; mais les prétendus trois principes, le Sel, le Souffre, „ & le Mercure, ſont des corps compoſés, comme on le peut mon„ trer à l'inſtant ; donc, ils ne peuvent pas être les élémens, ou les „ principes métalliques. „ Il montre enſuite par l'analyſe chymique que les véritables principes eſſentiels des corps métalliques & de tous les foſſiles en général, n'étoient autre choſe que des terres très ſimples primordiales, dont il n'avoit pû trouver & reconnoitre que trois ſortes.

La premiere terre, appellée par *Becher vitrifiante*, fournit le plus grand volume d'un métal, & établit pour cela la baſe d'un corps métallique. L'Auteur y trouve l'union primordiale intime & inſéparable de la terre la plus pure avec l'eau, dont le produit eſt une matiere ſaline univerſelle & fuſible, qui reſte lorsque les deux autres terres, ou principes, ſont ſéparés & chaſſés par le feu, & qui ſe trouve enfin vitrifiée par la continuation forcée de cet élément deſtructeur. Cette terre vitrifiante, ajoute-t-il, eſt auſſi le principe & la baſe de toutes les pierres, tant précieuſes qu' ordinaires, depuis le gravier & le caillou jusqu'au diamant.

La ſeconde terre, nommée la terre *ſulphureuſe*, ou onctueuſe, par l'Auteur, eſt ce principe univerſel qui ſe joint aſſez étroitement avec le premier ; & ce n'eſt autre choſe qu'une eſpece de terre extrêmement déliée, onctueuſe, & inflammable, qui à cauſe de cela, fournit la nouriture au feu, lorsqu'elle eſt miſe dans un mouvement très rapide, & qui en entretient la flamme. On la rencontre diſperſée dans les trois régnes de la Nature également, & elle conſtituë la colle & le lien de tous les corps palpables. Le Souffre minéral, le Pétrole, la Naphte, le Bitume, les Charbons foſſiles, le Suif, le Lard, la Graiſſe, la Moëlle des Os, le Poix, la Reſine, les Charbons du bois, les Huiles de toutes ſortes, les Eſprits inflammables, &c. en ſont pourvûs. Toutes ces matieres, lorsque leur humidité ſuperfluë eſt diſſipée par le feu, peuvent entrer dans la compoſition des corps métalliques ; ce qui nous prouve la réduction d'un métal calciné par le feu, ou par les diſſolvans ; car nous voyons que ces chaux métalliques, mêlées avec quelques unes de ces matieres inflammables, reprennent leur éclat, & la premiere forme métallique chaſſée par le feu, & deviennent malléables comme auparavant. C'eſt ce même principe, ſelon le ſentiment de *Becher*, qui introduit les differentes couleurs que nous rencontrons dans les métaux, auſſi bien que dans les pierres précieuſes qui ſont ſeulement compoſées de ces deux premieres ſortes de terres.

La troiſième terre, ou le dernier principe métallique, ſelon l'hypotheſe de nôtre Auteur, eſt une terre ſimple, fluide, mercurielle, uniquement deſtinée pour les métaux, qui leur donne l'éclat, la malléabilité, ou l'extenſion ſous le marteau. Il tâche de prouver, que cette terre mercurielle, nonobſtant ſa volatilité, ſe joint eſſentiellement à la premiere terre vitrifiante, à laquelle elle reſte inſéparablement attachée, même dans le feu le plus violent ; & c'eſt pour cette raiſon, qu' aucune expérience jusqu'icy n'a réüſſi à les montrer ſéparément. La calcination des métaux nous confirme auſſi cette union étroite car ces deux terres reſtent enſemble dans la chaux, laquelle re-

reprend ſa premiere forme métallique par la reſtitution ſeule de la ſeconde terre ſulfureuſe & inflammable, que le feu avoit diſſipée durant cette calcination.

Cette démonſtration ſolide de ces trois principes métalliques, que *Becher* avoit entrepriſe, ne manqua point de lui attirer des partiſans & des Commentateurs; mais perſonne les a mieux ſoutenus & prouvés, ſurtout le ſecond principe, que feu M. *Stahl*, par une infinité de nouvelles expériences auſſi ſolides que curieuſes, comme il paroit par ſes differens Traités chymiques qui en ſont remplis; & quand même en pourroit former encore quelques objections problèmatiques, que cette théorie ne ſçauroit tout à fait réſoudre, comme quelques Chymiſtes le prétendent, il faut ſe contenter de la prérogative qu'elle a obtenu de droit jusqu'icy ſur toutes les autres hypotheſes, que la raiſon & l'expérience refuſent de ſoutenir. C'eſt auſſi par cette raiſon, que je n'ai pas balancé beaucoup, ſi je devois adoprer dans ma recherche les principes, que *Becher* a ſi bien etabli par l'expérience, quoique je ne ſaurois penſer tout à fait comme lui ſur l'origine & ſur la conjonction de ces mêmes principes, pour en former un métal; ce que je ferai voir dans la ſuite, quand j'aurai propoſé premièrement quelques inſtructions néceſſaires & réfléchies ſur la nature & ſur la ſituation du terrain dans lequel nous rencontrons les veines métalliques.

Tout le monde ſçait, que ces veines métalliques, ou mines, ſe trouvent ſeulement dans les endroits de nôtre Globe où le terrain s'éleve en une longue ſuite de montagnes. Cette chaine de montagnes ſuppoſe toujours pour ſon ſoutien une baſe de pierres rudes, ou un roc. Tant que ce roc eſt ſauvage, c'eſt à dire, qu'il étend ſa cohéſion ferme & ſolide par le centre & par la circonference de la montagne; (ce que les Mineurs Allemends appellent *wildes Geſtein*,) il n'y a guères d'apparence, qu'on découvre ſi-tot quelques *filons*, ou veines métalliques; mais d'abord que les Mineurs rencontrent quelques crévaſſes, ou

fentes dans le roc, que les Allemends nomment *Klüffte*, ils ne doutent plus de decouvrir bientot des filons, *Ertzgänge*. Mais avant que d'examiner l'intérieur des montagnes qui fourniſſent des mines, il faut dire quelque choſe en paſſant de leur ſituation.

Les Phyſiciens Métallurgiſtes ont remarqué, que la ſituation la plus propre pour la génération des métaux eſt lorsque la chaine des montagnes s'éleve petit à petit, & prend ſon étenduë vers le Sud-Eſt, & y ayant atteint ſa plus grande élévation, s'applanit dans cette direction, & deſcend inſenſiblement vers le Nord-Oueſt; ce qui procure cet avantage, que la chaleur du Midi devient plus tempérée par la poſition oblique des montagnes vers le Sud, & que l'air & les vents humides de Sud-Oueſt & de Nord-Oueſt peuvent garantir ces magaſins des Minéraux contre la trop grande ſéchereſſe, qui paroit cauſer la ſtérilité dans la plûpart des montgnes, dont la chaine s'étend directement vers le Midi, comme les Alpes, &c. On a remarqué encore que les rivieres qui ſuivent la direction de ces chaines dans les vallons voiſins, contribuënt auſſi quelque choſe à la fertilité des mines par leurs exhalaiſons continuelles qui ſe condenſent ſur le ſommet des montagnes, & conſtituënt cette humidité vaporeuſe, ou ce brouïllard qui environne ledit ſommet, & s'échape dans le terrain par une eſpece d'*imbibition*, que les Mineurs Allemands appellent *einwittern*. Outre cela, lorsque les petites ſources, qui ſuintent par-ci par-là au pied des montagnes, charrient quelques minéraux ſous la forme d'Ocre, de Vitriol, &c. ou qu'ils dépoſent de petites paillettes luiſantes métalliques dans le ſable, tout cela montre, que les eaux de la ſource ont lavé ou entrainé quelques molecules d'un filon caché dans le creux de la montagne. Les autres indices qui ſe font appercevoir à la ſurface de la terre, & dont les Mineurs font quelques cas, comme un terrain fertile qui produit des herbes & des arbriſſeaux d'une bonne & promte végétation, qui pouſſe des vapeurs rares & deliées, qui en hyver fondent bien vite la neige qui y tombe, pendant que les environs en reſtent couverts, &c.

ſont

ſont quelquefois bien trompeurs, & d'un faux prognoſtic; excepté certaine humidité dont le gazon eſt arroſé, que quelques endroits gardent presque toujours, comme des marques aſſez certaines & presque infaillibles de quelques crevaſſes, ou fentes, (*Kluffte*) que le roc a formé au deſſous de ces endroits, & qui en aboutiſſant vers la ſurface de la terre exhalent une humidité plus abondante, que l'air, & la chaleur même, ne ſauroient deſſecher.

Après cette digreſſion néceſſaire touchant la ſituation extérieure de ces montagnes, qui promettent quelque fertilité minérale, il faut maintenant y entrer pour conſidérer de plus près ce Laboratoire naturel, où la Nature travaille en cachette à produire de ſi précieux tréſors. C'eſt à l'ordinaire un roc ſauvage, d'une étenduë quelquefois presque ſans bornes, qui ſe montre fendu & entr'ouvert pour y recevoir cette humidité ſpermatique minérale, que la Nature convertit, par des moyens bien differens, en diverſes ſortes de métaux quelquefois, en métaux minéraliſés à l'ordinaire, & en de ſimples minéraux. Je ne prétends pas m'arrêter ici ſur l'origine de ces Crevaſſes, (*Klüffte,*) ſi elles ſont l'ouvrage de cette main formatrice de l'Univers dans l'inſtant de la production de nôtre Globe, ou ſi ces fentes ſont l'effet de quelques ſecouſſes extraordinaires cauſées par des tremblemens de terre dans la ſuite, comme quelques Sçavans modernes le ſoupçonnent? Je juge ſeulement néceſſaire de remarquer ici en paſſant, que ſans l'exiſtence & la formation de ces rochers creux, la génération des métaux auroit été très difficile, pour ne pas dire impoſſible, pour des raiſons que nous alléguerons ci-après. On les rencontre en Amérique, (ſelon le rapport d'*Alphonſo Barba,*) auſſi bien qu'en Europe; les Mineurs Eſpagnols les appellent *Caxas*, *chambres*, ou *boëtes* entre les rochers, dans leſquels les filons, ou les veines méralliques, ſe forment. Les Mineurs Allemands les diſtinguent ſelon leur capacité, leur forme & leur étenduë; celles qui ont le plus de capacité & d'étenduë gardent le nom de fentes, ou de *Klüffte*; les autres qui en ont moins,

étant d'ailleurs aſſez étroites, ſont appellées *Trummer ;* & celles qui ſont entrecoupées par un roc ſauvage, ou par quelques terres ſtériles, ou bien par quelques anciens décombres, ſont nommées *Flötze.*

Mais ces fentes des rochers, ou ces *Klüffte*, ſont tapiſſées à l'ordinaire, ou couvertes en dedans d'une terre blanche reluiſante fuſible, que les Mineurs Allemands appellent *Quartz*, ou bien *Spath*, lorſque cette terre eſt plus peſante, mais mollaſſe, & feuillettée à peu près comme le talc. Elle eſt envelopée en dehors vers le roc d'une eſpece de limon, qui paroit fournir la nouriture à ces terres *quartzeuſes* ou *ſpatheuſes ;* les Mineurs le nomment *Beſtieg.* Ces deux enveloppes ſont comme la gaine, ou l'étui d'un filon ; & lorſque les Mineurs rencontrent une fente munie de ces ſortes de fournitures, ils diſent : nous avons trouvé la veine minérale, ou le filon, (*den Gang*). Nous verrons dans la ſuite par quels moyens cette gaine ſe remplit de la matiere minérale, ou de la mine, pour conſtituer un filon, ou une veine métallique complette.

L'Expérience a encore appris aux Mineurs, que le profit qu'ils doivent attendre de leurs travaux, dépend principalement de la route, ou de la direction, que les filons prennent ſous terre. (*) *Alphonſo Barba* a remarqué, que les quatre principales veines métalliques à *Potoſi* ſuivent la direction du Nord au Sud du côté de la montagne qui regarde le Nord, & la ſeconde mine de *Peru* à *Oruro*, la rivale de *Potoſi* pour la richeſſe, va du Sud au Nord du côté de la montagne qui regarde le Sud. Les Mineurs Allemands, pour déterminer ces directions au plus juſte, tant par rapport aux quatre plages du Monde, que pour trouver la direction exacte entre les lignes horizontales & perpendiculaires, ſe ſervent d'une petite bouſſole, dont la periphérie horizontale, que la pointe de l'aiguille aimantée parcourt, eſt diviſée en deux fois douze degrés, à commencer du Nord vers la droite ; ce qu'ils appellent les heures de la Bouſſole, (*die Stunden des Compaſſes,*) &

(*) *Traité de Métallurgie*, Liv. 1. c. 25

& les directions des filons, les heures des filons, (*die Stunden des Ganges*,) &c. deforte que la direction d'un filon eſt indiquée par le degré, ou par l'heure ſur la bouſſole. Le Mineur Geometre, (*der Marckſcheider*,) détermine auſſi par là les limites qu'on a aſſignées à une Compagnie d'Exploiteurs, &c. On a pratiqué auſſi un quart de cercle ſur quelques unes de ces bouſſoles, pour déterminer la direction d'un filon entre la ligne horizontale & la parpendiculaire : plus cette direction approche de la derniere, plus contens ſont les Mineurs, étant aſſurés, que le filon, comme ils s'expriment, va s'annoblir, (*der Gang verædelt ſich ;*) ils diſent auſſi, le filon tourne vers la profondeur, (*der Gang ſezt in die Teuffe.*)

Après avoir indiqué en peu de mots l'origine & la direction des veines métalliques, ou des filons, & leurs premieres envelopes entre les fentes du roc & le centre de cet eſpace creux, où la production des corps minéraux s'exécute, il faut remarquer encore, avant que d'aller plus loin dans cette recherche, que ces creux, ou ces fentes dans le roc, qui favoriſent la génération & l'accroiſſement des matieres minérales & métalliques, ne ſont pas rondes, ou d'une figure cylindrique, comme on pourroit ſe l'imaginer ; on trouve plutôt ces fentes ſpacieuſes approchantes de la figure quarrée & applatie en quelque façon, pour des raiſons que je tâcherai d'expliquer cy-après. La portion ſupérieure de ce creux du rocher, (ſuppoſé que ſa direction faſſe un plan incliné vers la perpendiculaire de la terre,) eſt appellée *le toit du filon* par les Mineurs Allemands, (*das Tach des Ganges*,) la portion inférieure eſt nommée *le pavé*, (*das Sohl-band.*) A' droite & à gauche on rencontre à l'ordinaire differentes couches de terre, de limon, ou de pierres, ſelon que le creux du roc eſt plus ou moins entr' ouvert. Les envelopes d'un filon ne ſont pas toujours d'une même nature ; car il arrive quelquefois, que la fente du roc a gagné un faux conduit qui mene en dehors, & qui communique avec l'air extérieur, par où la pluye & les vents peuvent s'introduire. Cet accident gâte à l'ordinaire l'œu-

l'oeuvre de la génération minérale ; & c'eſt alors qu'on rencontre dans le filon, au lieu d'une envelope *quartzeuſe*, un limon bourbeux & gâté ; les Mineurs Allemands appellent cela, *un filon pourri*, (*einen faulen Gang.*) A cette occaſion on a remarqué auſſi, qu'un filon gâté de cette façon, lorsqu'en traverſant par hazard un autre filon bien conditionné & riche, s'il ſe mêle avec celui-cy, il le gâte pareillement dans la ſuite par l'altération, & même par la deſtruction des principes métalliques dont la Nature ſe ſert à produire les metaux. Il arrive auſſi quelquefois, que les Mineurs rencontrent les envelopes d'un filon d'une apparence frappante, parce que tout y eſt reluiſant, ſurtout le toit, (*das Tach oder das hangende,*) qu'ils trouvent couvert & incrusté d'un beau *Quartz* cryſtallifé, (*Druſen.*) Mais les Mineurs expérimentés abandonnent bientôt cette apparence trompeuſe, ſachant par l'expérience, qu'ils n'attrapperont guères le profit qu'ils cherchent ; parceque la production des metaux, comme nous verrons dans la ſuite, ne ſe fait dans toutes ces cavernes pierreuſes, que par une évaporation continuelle & aſſez violente, que les Mineurs Allemands appellent *les Tempêtes*, (*die Wetter oder Berg Schwaden,*) dans laquelle les molecules métalliques produites, ou formées, ſont portées & agitées dans l'air, jusqu'à ce qu'elles ſe détachent peu à peu de ce combat ; puis cherchant à ſe gliſſer dans les pores de quelques corps voiſins du filon, & ne rencontrant que ce cryſtal trop ſolide & impénétrable, elles ſe diſſipent & ſe détruiſent les unes les autres, & la matiere minérale imparfaite qui en reſte, s'attache ſouvent à la ſurface de ces cryſtaux ſous la forme d'une pouſſiere emmoncelée, d'une belle couleur jaunâtre, mais qui dans l'eſſai ne montre qu'un mêlange de ſouffre, d'arſenic, & de fer, ſous la forme d'une matiere pyriteuſe, qu'on nomme en Allemand, (*auf Druſen angeſlogener Kies.*) Il eſt encore à remarquer, qu'on rencontre quelquefois des filons d'une très bonne apparence par rapport à leur direction avantageuſe ; on y trouve même les veſtiges d'une production minérale fort abondante, mais les matrices ſtériles qui reſtent à l'entour, montrent aſſez que le

germe

germe métallique s'eſt diſſipé derechef par une eſpece d'exhalaiſon, que les Mineurs Allemands nomment *Auswitterung ;* ils ajoutent alors : nous ſommes venus trop tard ; mais nous en trouverons la cauſe ci-après. Enfin, lorsque toutes les crévaſſes du rocher ſont farcies de la mine, & que ſes directions approchent de la perpendiculaire, qu'elles ne ſont point traverſées par un roc ſauvage, ou quelques veines pourries & gâtées; c'eſt alors, comme les Mineurs s'expliquent, un filon riche & ſolide, qui paye bien la dépenſe aux Intereſſés.

Après avoir donné en racourci la deſcription & le plan de cette voûte ſouterraine ſi curieuſe, où la Nature travaille & perfectionne les métaux, il faut tâcher de rechercher à préſent, les moyens, par leſquels cette mère induſtrieuſe vient à bout de ce grand deſſein. Lorsqu'on deſcend dans ces gouffres, ou dans ces crévaſſes profondes d'un roc où les Mineurs ont déjà frayé le chemin dans un filon, on remarque au premier regard un ſuintement d'humidité aux parois du rocher de tous côtés ; l'eau tombe quelquefois goutte à goutte, les Mineurs Allemands nomment cette eau, (*die Tage-Waſſer*,) *les eaux du jour*, parce qu'elles entrent de dehors ; & pour les diſtinguer auſſi d'une autre eſpece d'eau qui monte des entrailles de la terre, & que les Mineurs appellent, (*die Grund-Waſſer*,) *les eaux de la profondeur*, ou de l'abyme. Elles empêchent conſidérablement ceux qui y travaillent, lorsqu'ils viennent à certaine profondeur. On les fait écouler par les Galleries, que les Allemands appellent *Stollen*, qui ſont des conduits qu'on creuſe horizontalement au pied des montagnes dans les vallons voiſins, juſqu'à ce qu'on rencontre le filon où les Mineurs travaillent ; de ſorte que les galleries en queſtion forment quaſi un angle droit avec les puits, nommés *Schachte* en Allemand, par où l'on deſcend juſqu'au filon. S'il arrive que l'ouvrage dans le filon ſoit pouſſé au deſſous du niveau du vallon, & par conſéquent au deſſous de la gallerie qu'on a pratiquée, on eſt obligé de monter les eaux dans la gallerie par des pompes qu'on fait mouvoir, à l'aide d'un moulin, s'il

y a une riviere qui coule dans le voiſinage, ou bien par des chevaux, &c.

Outre les eaux dont je viens de parler, les Mineurs ſont incommodés, ſurtout dans les filons profonds & éloignés des puits, d'exhalaiſons minérales bien fortes, & quelquefois presque étouffantes, qui deviennent intolérables lorsqu'elles ſont agitées par un air condenſé & mis en mouvement; circonſtance qui n'arrive que trop ſouvent, ſurtout dans les ſaiſons où l'air peſant extérieur empêche la ſortie des exhalaiſons, de ſorte que les Mineurs ſont forcés de ſe retirer à l'inſtant pour éviter une mort ſubite par la ſuffocation. Mais toutes dangereuſes que puiſſent être ces exhalaiſons minérales, elles ſont pourtant abſolument néceſſaires à la production des métaux; car les crévaſſes des rochers, où l'on ne les rencontre point, ſont ordinairement ſtériles, comme ſont celles, dont les directions approchent de la ligne horizontale, & qui percent facilement au jour; ce que les Mineurs Allemands expriment en diſant: *die Klüffte gehen zu Tage aus*, dans leſquelles il n'y a pas le moindre veſtige d'une production minérale, ou métallique.

La marque la plus ſûre que les vapeurs exhalantes portent les molecules, ou atomes minérales ſuſpenduës dans l'air, & qu'elles les appliquent partout aux parois des crévaſſes du roc, c'eſt ſans doute cette incruſtation ſucceſſive, que nous voyons arriver dans toute la periphérie de ce creux du rocher, jusqu'à ce que toute ſa capacité en ſoit remplie, & le filon ſolidement formé; ce qui eſt confirmé encore par les utenſiles, ou inſtrumens, que les Mineurs oublient quelquefois dans les puits, ou galleries abandonnées, (*in verlaſſenen Schacht und Stollen,*) & qu'on retrouve enſuite tout couverts & incruſtés de la mine pluſieurs années après.

Pour éclaircir d'avantage ce que je viens d'avancer, il faut remarquer qu'on ne rencontre dans les filons que des métaux minéraliſés, & qu'il eſt fort rare d'en trouver de tout purs, ce qui arrive pour-

pourtant quelquefois avec l'argent & le cuivre natifs, lesquels on rencontre de tems en tems, ſurtout dans les Mines de Saxe & de Norwege, en forme de fils entortillés, ou en paillettes très minces attachées aux pierres fort dures, comme le *Quartz cryſtalliſé*, nommé *Druſen*, & certaines ſortes de marbre, ou pierres à fuſil, que nos Mineurs appellent *Hornſtein*. La dépuration, ou l'affinage de ces métaux minéraliſés, tels qu'on les tire ordinairement de la mine, nous montre à l'œil l'abondance de ces exhalaiſons minérales ſi nuiſibles dont j'ai parlé, & que le feu chaſſe dans cette dépuration ſous la forme d'une fumée epaiſſe très incommode, laquelle ſe montre ſous un double maſque ; une partie en ſe dépouillant nous offre le Soufre commun, l'autre, l'Arſenic, tous deux fideles compagnons de tous les métaux minéraliſés & des demi-métaux, dont je vais tâcher de développer les parties eſſentielles ſi néceſſaires à la génération des métaux.

J'ai décrit en détail jusqu'ici ces endroits ſouterrains où la Nature, quoiqu'envelopée des plus épaiſſes ténébres, acheve ſes plus nobles & ſes plus précieuſes productions ; j'ai fait voir que les métaux ne croiſſent pas dans l'intérieur de la terre par hazard & ſans ordre, comme on s'imagine que le Sable ou les pierres ſe produiſent. Au contraire, on en rencontre des marques éclatantes déjà au deſſus de la terre ; une chaîne de montagnes d'une direction requiſe, ſoutenuë de rochers d'une profondeur indéterminable, forme l'extérieur de cet attelier admirable, & fait voir, que ce n'eſt pas ici le hazard qui a creuſé les rochers pour en faire la baſe & la voûte d'un filon, ou d'une veine métallique. Auſſi n'ai-je pas oublié d'indiquer, que ce creux, ou cette fente du roc, qui fournit une veine métallique abondante, incline toujours, ou pouſſe ſa direction vers la perpendiculaire de la terre, & que les Mineurs ayant découvert un filon, à meſure qu'ils y détachent la mine, & avancent par conſéquent en profondeur, s'apperçoivent d'un ſuintement perpétuel, d'une humidité qui perce & coule d'en-haut, auſſi bien que des vapeurs qui ſe ſoulevent d'en-bas, & qu'ils

rencontrent une température d'air toujours plus chaude & plus mobile, lorsqu'ils avancent en profondeur ; ce qui cauſe quelquefois des exhalaiſons ſi abondantes & ſi nuiſibles à la reſpiration, que les Mineurs ſe trouvent forcés de ſe retirer au plus vite vers les Puits, ou vers la Gallerie, pour éviter la ſuffocation, que les parties ſulfureuſes & arſenicales, ſuſpenduës dans cette humidité diſſoute & pouſſée par la chaleur, leur cauſeroit à l'inſtant. A l'occaſion de cela, j'ai remarqué, que le Soufre & l'Arſenic ſe trouvoient généralement dans toutes les mines, & nous donnoient les métaux minéraliſés. J'ai indiqué enfin les parties conſtituantes de ces deux corps en général ; il me reſte à préſent de les examiner en détail pour développer leur action & ce qu'ils peuvent contribuër à la génération des mines.

J'ai dit auſſi, que les Philoſophes Chymiſtes n'admettoient que le Soufre & le Mercure pour premiers principes des métaux, auxquels quelques uns des plus modernes ajoutoient encore le Sel comme un troiſième principe ; mais on rencontre bien des difficultés à établir cette dualité, ou même cette trinité métallique. Car ſi on prend ces trois corps, tels qu'ils ſont connus ſous ces noms, on découvre aiſement par l'examen chymique, qu'ils ſont des compoſés, & qu'ils ne peuvent par conſéquent paſſer pour principes, lesquels doivent être ſimples, homogenes, & inaltérables. D'ailleurs, on n'a jamais pu venir à bout de montrer ſéparément ces trois principes par l'analyſe chymique, même la plus ſcrupuleuſe, d'un corps métallique quelconque. La pluspart des Chymiſtes prétendus adeptes, ayant remarqué cette difficulté inſurmontable, ſe ſont contentés de nous perſuader que tout corps métallique étoit au commencement un Vif-argent, coagulé dans la ſuite par ſon Soufre approprié ; & ſelon la qualité plus ou moins pure & du Vif-argent & du Soufre, & ſelon le degré de la décoction dans le ſein de la terre, les méraux gagnoient les degrés de leur plus grande ou de leur moindre perfection, &c. Mais ces raiſonnemens deſtitués d'expériences, ſentent plutôt le Cabinet que le Laboratoire de ces prétendus Philoſophes Chymiſtes.

Be-

Becher, que j'ai déjà cité, encouragé par les promeſſes de ces Chymiſtes Adeptes, tâchant auſſi de produire & de perfectionner les métaux deſſus la terre, à l'imitation de la Nature qui s'occupe à les former dans le ſein de nôtre globe, s'apperçut bientôt par le fil des expériences ſans nombre qu'il fit dans cette vuë, que les vrais principes des métaux n'étoient autre choſe qu'une matiere terreſtre, compoſée de trois differentes ſortes de terres, extrêmement déliées & ſimples, qui reſtoient unies ſous la forme métallique après la purification & le raffinement de toutes les mines, ou veines métalliques, & que la diffdifference des métaux ſeparés de la mine, conſiſtoit principalement dans la differente proportion de ces trois terres, dans leur pureté, & dans le degré de leur digeſtion. J'ai déjà dit qu'il appelle *la premiere* de ces terres la *ſaline* ou la *vitrifiante*, *la ſeconde* la *terre graſſe* ou *ſulphureuſe*, *la troiſième* la *terre fluidifiante*, ou *mercurielle*. Et quoique la Chymie métallurgique refuſe la ſéparation exacte de ces trois terres, ou principes conſtituants des métaux, ce grand Chymiſte tâcha de les prouver par des raiſonnemens, auſſi bien que par des expériences inconteſtables expoſées dans ſa *Phyſica ſubterranea*. La terreſtréïté de la compoſition métallique ſe prouve, dit-il, par la calcination que la plûpart des métaux ſouffrent dans le feu, ou dans les acides diſſolvans, après quoi ils deviennent tout à fait méconnoiſſables; car ils ſe montrent ſous la forme d'une terre peſante, ſablonneuſe, discontinuée, qui refuſe la fuſion dans le feu, & par conſéquent l'extenſion ſous le marteau. La vitrification que ces Cendres, ou Chaux métalliques, ſouffrent dans un degré de feu proportionné à cette opération, a fortifié notre *Becher* dans ſon hypotheſe de la préſence de ſa premiere terre vitrifiante, qu'il ſuppoſe être la baſe de tout corps métallique, & en quelque façon la matrice, & le reſervoir, des deux autres terres. Il la découvre principalement dans cette pierre blanchâtre reluiſante, felénitique, fuſible, qu'on rencontre autour des riches filons, tapiſſant quaſi les crévaſſes du roc, ou du moins elle ſe trouve entremêlée dans ſes couches: nos Mineurs la nomment *le Quartz*. Mais

ce n'eſt pas dans cette pierre ſeule, que cette terre vitrifiante réſide ; notre Auteur l'a trouvée dans toutes ſortes de terres alcalines, même dans celle qui fournit la baſe au ſel alcali des végétaux.

Le ſecond Principe métallique de *Becher* eſt la terre graſſe, onctueuſe, & ſulphureuſe, laquelle étant plus humide, à ce qu'il dit, que la précédente, elle en corrige la ſiccité, & fournit en général la teinture & la couleur aux métaux. On la rencontre dans pluſieurs corps & matériaux que la terre renferme ; lorsqu'elle s'unit avec l'acide univerſel, elle conſtituë le Soufre commun. On la trouve quelquefois, dit *Becher*, ſous le maſque d'une matiere viſcide, onctueuſe, attachée aux parois des crévaſſes du roc, & cela arrive lorsqu'elle ne rencontre point ſa matrice, ou la premiere terre ; nos Mineurs l'appellent alors, *die Berg-Guhr*, ou le ferment minéral. Il ajoute, que c'eſt par maniere d'évaporation, que cette matiere ſe détache & remplit quelquefois les filons d'une fumée epaiſſe, que les Mineurs nomment *die Schwaden*, d'où procede la ſource de la chaleur que nous ſentons partout dans les puits & filons profonds. Outre ces réceptacles de la ſeconde terre minérale, nôtre Auteur la trouve auſſi dans le Soufre minéral & dans le Salpétre ; il remarque encore une grande analogie entre ce ſecond principe métallique & les matieres graſſes, onctueuſes, & huileuſes, des animaux & des végétaux.

Le troiſième & dernier principe métallique de *Becher*, eſt la terre fluidifiante, ou mercurielle, la plus eſſentielle qui entre dans la compoſition des métaux, leur accordant la forme métallique : car, comme les deux premiere terres entrent également dans la compoſition des pierres précieuſes, cette derniere, ajoûtée pendant la formation des mines, les convertit en métaux. Nôtre Auteur lui attribuë en particulier la malléabilité, ou l'extenſion ſous le marteau, en quoi il paroit ſe tromper, en quelque façon, comme nous le verrons après. Il lui accorde encore un grand degré de volatilité & de pénétrabilité, à cauſe qu'elle transforme, dit-il, les deux premieres terres dans la nature

ture métallique. Cent livres de certaine matiere, que nôtre Auteur ne nomme pas, lui ont fourni ſeulement quelque peu d'onces de cette terre mercurielle. Le Vif-argent en contenoit quelque portion, le reſte de ce corps mobile eſt, ſelon lui, un métal rendu fluide par la pénétrabilité de cette terre. C'eſt pour cela qu'il tâche de nous perſuader, que ce principe exalté dans ſa plus grande pénétrabilité, n'étoit autre choſe que le fameux *Alcaheſt* de *Paracelſe* & de *Helmont*. On rencontre, ajoute-t-il encore, ce principe mercuriel maſqué ſous la forme d'une eau exhalante, ou d'une vapeur qui s'attache aux parois des filons, repréſentant alors des filamens fort deliés, comme l'efflorescence du Salpétre natif ſur le murailles, & reluiſans d'un éclat de Perles. Mais on n'a pas beſoin, avertit nôtre Auteur, de le chercher ſi loin, puisque toute la vaſte etenduë de l'Ocean en eſt remplie; & c'eſt ce qui conſtituë la terre de laquelle le Sel marin prend ſon exiſtence.

Tel eſt à peu de choſe près le précis de la théorie de *Becher* ſur la génération des métaux, qu'il a tâché de prouver auſſi par l'expérience. Il en fournit pluſieurs eſſais dans ſes Ecrits; il y declare entr'autres choſes, qu'en mêlant les trois terres en queſtion, qu'il avoit tirées du Sel alcali, du Nitre, ou du Souffre & du Sel marin, & les ayant artiſtement traitées dans le feu, il en avoit tiré une véritable métalléïté, c'eſt à dire, un vray corps métallique. Il faut ſe ſouvenir à cette occaſion, que notre Auteur a avancé dans ſa théorie ſusdite, que la premiere terre métallique ſe trouvoit également dans le Sel alcali, la ſeconde dans le Souffre & dans le Nitre, & la troiſième dans le Sel marin. Il a trouvé auſſi, que l'acide ou l'huile de Vitriol contenoit la terre vitrifiante, l'eſprit de Nitre, la terre phlogiſtique ou ſulfureuſe, & l'eſprit de Sel la terre mercurielle. D'ailleurs ſa grande découverte de produire un véritable fer du limon ou de la terre graſſe jaunâtre, moyennant l'huile de lin, confirme pluſieurs autres de ſes expériences.

Il

Il s'agit à cette heure d'examiner attentivement la théorie de *Becher*, pour voir ſi elle eſt ſuffiſante & démonſtrative par rapport à la production naturelle des métaux dans les mines. Pour être aſſuré de cecy, il ne faut pas ſe rebuter de deſcendre ſous terre, d'examiner de près, jusqu'aux moindres circonſtances, cet attelier ſombre entre des rocs eſcarpés, où la Nature travaille la mine ; aſſurés que cette mère bienfaiſante ne nous refuſera pas entièrement la contemplation de ſes opérations myſtérieuſes. La premiere choſe qui mérite nôtre attention en deſcendant par le puits eſt cette crévaſſe, ou fente dans le roc, par laquelle le filon s'étend, & dont j'ai déjà donné la deſcription. Je ſuppoſe ici un filon parfait, qui remplit la crévaſſe du roc, laquelle pouſſe ſa direction vers la perpendiculaire de la terre. On y remarque d'abord les envelopes du filon, que le toit & le pavé du Roc, (*das Tach oder das hangende und das Sohlband des Ganges,*) ſoutiennent. C'eſt dans un filon riche qu'on découvre à l'ordinaire une eſpece de pierre blanchâtre reluiſante, fuſible, appellée *le Quartz* par nos Mineurs, qui eſt ſoutenuë du côté du roc d'une eſpece de limon mollaſſe, que les Mineurs nomment *Beſteig*, qui ſert de matrice au *Quartz*, comme celui-ci fournit la matrice au filon. Le *Spath* qu'on y rencontre ſouvent, eſt plus peſant, & plus mou, mais plus difficile a fondre, & par conſequent plus nuiſible aux filons, que *le Quartz*, & ſon intérieur placé par couches reſſemble presqu'au *Talc*. Enſuite on y remarque partout une humidité qui ſuinte par les pores du rocher, ſurtout entre le toit & le pavé, à droite & à gauche, où le rocher eſt entr'ouvert, & permet le voiſinage à pluſieurs autres ſortes de terres ſablonneuſes, pierreuſes, graſſes, ou limonneuſes, &c. fort nuiſibles ſouvent à la formation des mines. A mesure que les Ouvriers exploitent, ou retirent la mine briſée du filon, & qu'ils avancent en profondeur, l'air qui les environne devient plus chaud, & un amas d'eau qu'ils rencontrent à certaine profondeur, & qu'ils tâchent alors d'élever par les pompes, & de faire écouler par les Galleries, (*Stollen,*) commence à évaporer par la chaleur, & fait ſentir par l'odorat & par

la

ſa reſpiration plus ou moins embarraſſée ſon origine ſulfureuſe & arſenicale ; ſurtout lorsque ces exhalaiſons ſont trop émuës par l'expanſion élaſtique de l'air, & qu'elles ne trouvent pas une ſortie ſuffiſante par les puits, ou par la Gallerie trop éloignée quelquefois des endroits où l'on travaille. Les Mineurs qui les évitent ſoigneuſement, les nomment (*die böſe Wetter*) les tempêtes. Auſſi eſt-il à remarquer icy, que les eaux qu'on rencontre dans les filons, ont une double origine ; une partie leur vient de dehors, & une autre partie qui eſt la plus abondante paroit remonter des entrailles de la terre. Nous verrons cy-après de quelle maniere ces eaux donnent l'exiſtence à cette évaporation ſulfureuſe & arſenicale, laquelle, quoique dangereuſe aux Mineurs, eſt abſolument néceſſaire à la formation des mines. Je n'oſe pas toucher icy les differences accidentelles que les filons nous offrent ; comment, par exemple, il peut arriver que les filons ſe trouvent entrecoupés quelquefois à certaines diſtances, qu'ils ſe croiſent ou traverſent, qu'ils ſe perdent ſouvent, & qu'ils ſe réüniſſent enſuite de nouveau ; quelle eſt l'origine de ces petits trous, ou fentes dans les rochers, remplis de la mine, quoique detachés des filons, que nos Mineurs appellent *Neſter*, *Schneer-Klüffte*, &c. Tout cela me meneroit trop loin ; auſſi n'ai-je pas d'autre but à préſent, que de montrer la production des métaux dans un filon parfait, qui ne ſouffre pas ces défauts accidentels.

La choſe la plus intéreſſante qui nous reſte à bien examiner dans la ſuite de cette recherche, c'eſt le filon même que les Mineurs exploitent, & la mine qu'ils arrachent par le moyen de differens outils, pour être tirée hors des puits. On ſçait qu'on ne rencontre pas icy des métaux tout purs, & tels que l'ouvrier les demande pour faire les differens ouvrages que la néceſſité oeconomique, ou le luxe, requierent. On n'ignore pas non plus qu'il faut bien du travail encore pour les purifier, & pour les faire paſſer pour des métaux parfaits. C'eſt pour cette raiſon, que dans l'état où l'on les détache du filon, on les nomme *Mines*, c'eſt

à dire, métaux minéraliſés. Ainſi les differens filons nous fourniſſent des mines de fer, des mines de cuivre, des mines d'étain, de plomb, d'argent; & il arrive fort ſouvent, que deux ou trois métaux ſont contenus dans la même mine, par exemple, le plomb, le cuivre & l'argent. J'en ai dans ma collection, où il y a de l'or, de l'argent, du fer, & du vif argent, étroitement unis dans la même maſſe minérale. Il y en a auſſi, où les métaux ſont mêlés avec les demi-métaux, par exemple, avec l'Antimoine, avec le Bismuth, ou avec le Zinc, &c. Mais comme ces mêlanges ſe rencontrent dans une même eſpece métallique, cela ne paroit pas ſi extraordinaire, que quand on voit une liaiſon étroite des métaux avec des corps heterogenes & étrangers, qui paroiſſent trop éloignés de la Nature métallique, comme avec le roc ſauvage, ou avec tant de differentes ſortes de pierres, de gravier, de ſable, ou avec les terres graſſes, comme l'argile, le limon, &c. ou même avec les charbons foſſiles, dont il y en a dans ma collection qui montrent l'argent natif. Cependant tous ces corps ne doivent pas être regardés tout à fait comme étrangers ici, & comme des impuretés qui empêchent la génération des métaux; nous verrons au contraire dans la ſuite qu'ils ſont pour la plûpart même néceſſaires pour cette fin, & que la Nature s'en ſert, comme de matrices, au défaut d'autres plus habiles à cette production minérale; ce que *Mr. Lehmann*, cet habile & ſavant Métallurgiſte, a ſi bien montré dans ſon Traité Allemand, *des matrices métalliques*. Il n'y a pourtant que quelques uns de ces corps ſeulement, qui entrent comme parties eſſentielles dans les métaux; les autres s'y trouvent par hazard, & les molecules métalliques s'y attachent dans l'acte de leur génération.

Mais outre ces corps, en quelque maniere étrangers, dont je viens de parler, & que l'on trouve mêlés par-ci par-là avec les mines métalliques, il y en a encore deux qu'on y rencontre toujours, & qui méritent pour cela toute nôtre attention. Ce ſont le Soufre & l'Arſenic; & on peut dire hardiment, qu'on ne trouve jamais un minéral

ſous

ſous terre, quel qu'il puiſſe être, qui ne montre dans l'eſſai métallurgique, ou chymique, l'alliage du Soufre ou de l'Arſenic, & le plus ſouvent de tous les deux à la fois. On les chaſſe ordinairement par le rôtiſſage, parce qu'ils empêchent la fuſion des métaux & leur purification ultérieure. Mais, quoique les Mineurs regardent le Soufre & l'Arſenic comme leurs ennemis redoutables, les Phyſiciens au contraire les doivent regarder ſous un autre point de vuë ; ils doivent ſoupçonner, par cet attachement indiſpenſable du Soufre & de l'Arſenic aux mines métalliques, qu'ils ont quelque choſe d'eſſentiel & néceſſaire à leur générarion ; d'autant plus que la Nature, choiſiſſant toujours le chemin de l'épargne, ne reçoit point de ſuperflu dans ſes productions. Cette circonſtance bien péſée, nous doit mener à la conſidération ultérieure de ces deux corps. On ſçait par les Expériences chymiques, & perſonne n'en doute plus, que le ſouffre minéral eſt un compoſé de l'acide vitriolique & d'une matiere inflammable quelconque ; & cet acide tire ſon origine probablement de cet acide univerſel que nous rencontrons dans l'air de notre Atmosphere. La preuve en eſt, le changement du Sel alcali des végétaux en Sel moyen par l'attouchement ſimple de l'air pendant quelque tems, qui fait le même effet que ſi on avoit employé l'acide vitriolique à la production dudit Sel. J'ai recherché plus loin encore l'origine de cet acide univerſel ; j'en ai trouvé des veſtiges dans l'eau ſimple élémentaire la plus pure qu'on puiſſe préparer, par la diſtillation d'un alembic de verre au bain-Marie de l'eau de fontaine ; laquelle j'ai verſé auſſi-tôt dans une phiole de verre, ſcellée comme il faut, & même hermétiquement ; je l'ai expoſée enſuite au Soleil pendant l'été, j'ai remarqué qu'elle ſe troubloit ſucceſſivement, & montroit à la ſurface intérieure de la phiole & dans ſon fonds une moiſiſſure mince, verdâtre, laquelle ſéparée ſoigneuſement du reſte de l'eau, & diſtillée par une cornuë de verre, dévelopoit les marques de l'acide univerſel en queſtion, & auſſi en même tems les veſtiges d'une matiere inflammable ſous la forme d'une huile rougeâtre. Mais, comme il ne pouvoit rien entrer, ni ſe mêler

avec l'eau ſi étroitement enfermée dans la phiole, que les rayons du Soleil qui la traverſerent pendant ſon expoſition auxdits rayons, je ne me tromperai pas beaucoup, ſi j'en tire cette conſéquence; que le Soleil eſt le principal moteur de ce changement dans l'eau, & qu'il pourra pareillement opérer la même choſe dans cette eau diſſoute, étenduë, & ſuſpenduë en nuages dans notre vaſte Atmosphere, pour la génération de l'acide dont il s'agit ici. Je n'oſe pouſſer plus loin mes recherches ſur la nature de cette production cachée, ſachant que les rayons lumineux ſolaires, en traverſant nos Alembics & vaiſſeaux de verre, n'attendent, ni ne permettent pas une analyſe chymique. Cependant je ne dois pas omettre ici une Expérience, qui me paroit confirmer davantage, que cet acide univerſel de notre Atmosphere ne differe en rien de l'acide minéral, communément appellé vitriolique, puisque par le moyen du premier on peut produire un véritable Soufre minéral, ſans aucun corps, ou ingrédient d'origine minérale, ou foſſile. On prend pour cet effet ce Sel moyen que l'attouchement de l'air a produit dans un alcali pur, tiré des cendres végétales, après l'avoir ſéparé du reſte de l'alcali, & purifié par la cryſtalliſation; on le met en poudre très fine, & on y ajoute une quinzième partie, ou environ, de poudre de charbons de bois. Après un mêlange exact, on fait paſſer cette compoſition par repriſe dans un creuſet rougi au feu, & lorsque tout eſt fondu dans le degré de feu qu'il faut, on en obtient une maſſe ſaline, d'un rouge foncé, laquelle étant pulvériſée pendant qu'elle eſt encore chaude, on la diſſout dans une quantité ſuffiſante d'eau commune; & lorsqu'on verſe dans cette ſolution un peu de vinaigre par repriſe, on précipite au fond du vaiſſeau qui la contient, une poudre blanchâtre, laquelle étant ſéparée & ſéchée, nous montre un veritable Soufre, analogue & ſemblable à celui qu'on tire des mines. Dans cette production, l'acide univerſel qui avoit converti auparavant l'alcali en ſel moyen, quitte dans cette nouvelle opération ſon ſel dans le feu, s'attache à la matiere phlogiſtique du charbon, & s'unit avec elle ſous la forme d'un véritable Soufre minéral;

néral ; tout comme nous voyons, que l'acide du Vitriol s'unit avec les matieres graſſes & inflammables pour la production d'un Soufre minéral ordinaire. Outre l'origine du Soufre minéral, cette digreſſion nous apprend la ſource de cet acide univerſel, & de la matiere inflammable en général, leur liaiſon avec l'eau, comme le vehicule qui les fait entrer dans les végétaux, & de ceux-ci dans les animaux, comme auſſi un retour par la corruption & par la combuſtion de ces matieres, dans l'Atmosphere ; & de là ſon cercle réïtéré dans les trois régnes de la Nature. Nous verrons bientôt ce que ces matieres, ſéparées, ou combinées ſous le nom de Soufre minéral, peuvent contribuer à la formation des Mines.

L'Arſenic, ce poiſon indomtable de tous ceux qui reſpirent, & qui à cauſe de cela ſemble être uniquement produit pour le régne minéral, eſt aſſocié au Soufre dans ce travail. Son analyſe eſt incomparablement plus difficile à trouver que celle du Soufre. Les Métallurgiſtes ſont obligés, quoique malgré eux, d'apprendre à le connoître, lorsqu'ils le chaſſent par le rôtiſſage, ou par la fonte des mines ; & la plûpart des Chymiſtes craignent d'en approcher ſeulement de loin dans le feu, à cauſe des ſes exhalaiſons vénimeuſes qui ne permettent guères des antidotes. Mais tout dangereux que puiſſe être cet ennemi redoutable, les anciens Philoſophes Chymiſtes ont ſoupçonné une perfection puiſſante dans le centre de ſon corps ; c'eſt pourquoi ils lui ont impoſé ſon nom, qui vient de ἀρσην & νικη, comme ſi on diſoit *Victoire mâle*, ou *victorieux mâle ;* & je ſuis bien perſuadé par l'Expérience qu'il ne dément point ce titre. Je ne prétends point toucher ici les Expériences que quelques Chymiſtes, tant anciens que modernes, ont quelquefois entrepriſes pour approfondir ſa compoſition, lorsqu'il eſt chaſſé des mines par le feu, ou même lorsqu'on le trouve encore dans ſa mine, principalement dans la *Pyrite* arſenicale blanche, nommée *Weiſſerkies*, ou *Mispickel*, où il eſt mêlé avec un peu de terre martiale, ou dans *l'orpiment* où il eſt aſſocié à un peu de Soufre. Je dirai

ſeulement que les Expériences que j'ai entrepriſes ſur l'Arſenic, ſont uniquement faites dans le deſſein de découvrir un peu mieux ce qu'il pourroit contribuër à la génération des métaux. Auſſi étois-je frappé d'abord en réfléchiſſant d'un côté, que ce corps, par rapport à ſon poids ſpécifique, approchoit déjà de la nature métallique, vû qu'un peu de terre martiale, ou d'une terre alcaline mêlée d'un phlogiſtique, en produiſent dans le feu un régule, ou un demi-métal. D'un autre côté, la ſolubilité de l'Arſenic dans l'eau me fit comprendre qu'il étoit un corps moyen, qui participoit de la nature métallique & de la ſaline en même tems. Pourcet effet, j'ai diſſous une livre d'Arſenic cryſtallin dans 15 ou 16 livres d'eau diſtillée, en les faiſant bouïllir enſemble dans un pot de terre; il en reſtoit environ la quatorzième partie qui étoit terreſtre, phlogiſtique, indiſſoluble, & qui pouſſée par le feu montroit dans le col de la cornuë une pouſſiere noirâtre ſans liaiſon, comme la ſuye de cheminée. La ſolution filtrée chaudement, à meſure qu'elle ſe réfroidit, détacha à la ſurface intérieure du vaiſſeau de tous côtés de beaux cryſtaux transparens un peu jaunâtres, quadrangulaires, à peu près comme ceux du ſel marin. Par l'évaporation ſucceſſive du reſte de la ſolution arſenicale, je gagnay auſſi le reſte des cryſtaux; ils montrerent un phenomene aſſez particulier, car en les détachant du vaiſſeau avec un couteau, ils jetterent nombre d'étincelles, même dans une obſcurité fort médiocre, & prouverent par là une phosphoreſcence très curieuſe, qui marque la préſence du principe phlogiſtique dans le compoſé de l'Arſenic. La purification ſusdite de ce minéral, & ſa cryſtalliſation, me mena encore à la recherche de quelques autres expériences aſſez intéreſſantes; par exemple, j'ai mis une partie de ces cryſtaux, ſéchés dans une petite cornuë de verre, laquelle étant placée dans un fourneau de ſable, je pouſſai le feu par degré jusqu'à ce que le fonds de la cornuë étoit tout rouge; l'opération finie, je trouvai la plus grande partie de l'Arſenic montée dans le col de ce vaiſſeau, fort unie & transparente, tirant ſur le jaune rougeâtre, mais au deſſous il reſtoit une matiere vitrifiée, ſous la forme d'une lame blan-

blanche, reluiſante & mince, d'un très beau verre transparent, qui ne ſouffre aucune altération par l'attouchement de l'air dans la ſuite. Pour peu qu'on faſſe réfléxion ſur ce phénomene, on eſt convaincu de la préſence de la premiere terre vitrifiante métallique dans l'Arſenic. Une autre portion de cette cryſtalliſation arſenicale, fut mêlée avec la moitié de Vif-argent par une trituration convenable ; la ſublimation du mêlange étant faite dans une cornuë de verre, comme auparavant, je trouvai que la plus grande partie du Mercure étoit montée & unie avec l'Arſenic, je mêlai derechef ce ſublimé avec le reſte du Vif-argent, qui s'étoit retiré dans l'extrémité ſupérieure du col de la cornuë, & dans le récipient; & la ſublimation répétée de cette façon, me fournit un véritable ſublimé corroſif, comme celui qu'on prépare avec l'acide du ſel marin, excepté que ſa couleur tire ſur le jaune rougeâtre, cauſée apparemment par la portion phlogiſtique de l'arſenic prouvée par les Expériences précédentes. Un peu de réfléxion ſur cette derniere Expérience nous convaincra que la propriété ſaline de ce minéral approche de celle du ſel marin, puiſque l'acide de ce ſel eſt le ſeul qui éleve le Vif-argent dans la ſublimation, & s'unit avec lui dans un ſublimé corroſif. Les autres acides, comme celui du Vitriol, ou du Soufre, & celui du Nitre, n'en font qu'un précipité, qui s'arrête au fond du vaiſſeau, même dans un grand feu, & lorſque l'extrême degré de cet élément deſtructeur le force trop, il quitte ſes liens acides, & s'élance ſeul avec bruit dans l'Atmoſphere.

Pour ramener à mon but tous ces raiſonnemens fondés ſur l'expérience, il faut que je montre maintenant l'ordre & la préciſion dont la Nature ſe ſert pour perfectionner les mines métalliques. J'ai déjà dit que tous les métaux, à l'exception de quelque peu d'argent & de cuivre natifs, que nous tirons des filons, ſont minéraliſés, ou qu'ils ſont des mines, deſquelles nous ſéparons les métaux par cet artifice que nous apprend la Chymie métallurgique. Le rôtiſſage & la fonte ſont les principaux agens de cette ſéparation; la premiere ſépare le Soufre

fre & l'Arſenic, la ſeconde rejette la matiere terreſtre ſurabondante ſous la forme de craſſe, ou *Scorie* vitrifiée ; de ſorte que l'art nous montre en raccourci, dans cette ſéparation, les trois matieres principales qui ſervent de matrices & d'ingrédiens à former & à nourrir l'embryon métallique. Il faut voir à cette heure dans quel ordre la Nature avance cette formation & cet accroiſſement. Nous ſavons par l'expérience, que les métaux perdent leur forme métallique dans certain degré de feu proportionné à chaque métal ; il ſe fait alors une ſéparation, avec perte de quelques parties eſſentielles & néceſſaires à la ſubſtance métallique, ſavoir la fuſion & l'extenſion ſous le marteau ; car il ne reſte qu'une matiere terreſtre peſante, diſcontinuë, ou une pouſſiere ſans liaiſon, connuë ſous le nom de chaux métallique. Cette deſtruction de la forme métallique qui arrive aux quatre métaux imparfaits, nous apprend que la baſe des métaux eſt une matiere terreſtre, ou une terre. Mais comme il y a differentes ſortes de terres, ſelon le different changement qu'elles montrent dans l'analyſe du feu, comme les terres calcaires, gypſeuſes, vitrifiantes, &c. la chaux métallique, qui dans certain degré de feu ſe vitrifie, nous apprend, que la terre métallique eſt du nombre des terres vitrifiantes. Etant donc convaincu qu'une terre vitrifiante conſtituë la baſe des corps métalliques, l'ordre de ma démonſtration demanderoit, je l'avouë, de remonter jusqu'à l'origine de l'exiſtence des terres & des pierres en général ; mais comme cette recherche me meneroit trop loin, & bien au delà des bornes d'une Diſſertation, & que d'ailleurs tant d'habiles Phyſiciens nous en ont fourni leurs expériences démonſtratives, je me contenterai d'ajouter ſeulement, que la terre vitrifiante métallique tire vraiſemblablement ſon origine de la même façon que les autres terres & ſubſtances pierreuſes en général ; mais comme cette opération de la Nature demande à l'ordinaire bien des années, & qu'il manque aux Phyſiciens Chymiſtes le tems & la patience d'étendre, à l'imitation de la Nature, leurs opérations ſi loin, la démonſtration par conſéquent de la production des terres & des pierres artificielles eſt très rare, témoin

Glau-

Glauber & *Henckel*, qui ont produit de beaux cryſtaux avec des cailloux & de l'urine, après bien du tems & de la patience. Nonobſtant cela, il me ſemble qu'il n'y a que deux voyes par leſquelles cette production ſe puiſſe faire, ou par la converſion de certaines molecules d'eau en matieres terreſtres, ce que j'ai montré dans un Mémoire précédent (*), & qui arrive auſſi à l'eau la plus pure, lorſqu'elle dépoſe après quelque tems une matiere bourbeuſe, ou un limon; ou bien par la voye de ſolution, moyennant une petite quantité imperceptible d'un diſſolvant acide, communiqué à l'eau par l'Atmosphere, ou par les ſources de la Mer, & qui ſe trainant enſuite avec ſon vehicule par differentes couches de la terre, en diſſout quelques molecules, leſquelles ſont abandonnées bientôt, lorſque ce diſſolvant ſe trouve émouſſé; elles ſe retirent alors au fond de l'eau, ou s'attachent aux corps voiſins, ſur leſquels elles coulent, & y conſtituënt un limon, principe de la plûpart des pierres & des pétrifications. Et qui eſt-ce qui empêche que ces voyes ne puiſſent avoir toutes deux lieu dans cette production de la terre? Au reſte je ſuis ſûr que cette terre vitrifiante métallique eſt la plus pure, la plus ſimple, & la plus homogene parmi les autres eſpeces, puiſque non ſeulement la Nature s'en ſert à la production métallique ſi noble; mais elle l'employe auſſi à la génération des pierres précieuſes, comme nous verrons ci-après. La raiſon pourquoi je lui attribuë cette prérogative préférablement aux autres terres, c'eſt que la ſimplicité & la petiteſſe inconcevable de ſes molecules purifiées & préparées aux plus haut degré, devient propre à être portée par les exhalaiſons minérales, dans l'air avec les deux autres principes, ou terres métalliques; circonſtance très néceſſaire à l'acte de la génération des mines: ce que j'expoſerai bientot.

Nous voyons par ce que je viens d'avancer, que les métaux & les pierres précieuſes tirent leur exiſtence d'un même principe, qui eſt cette premiere terre, ou terre vitrifiante de *Becher*. Mais comme

(*) Voyez le Tome VI. des *Mémoires de l'Académie*, pag. 65 & ſuiv.

me les métaux ſe diſtinguent des pierres en général par deux autres propriétés remarquables, il faut que les premiers reçoivent encore quelques autres principes dans leur compoſition, qui fourniſſent ces propriétés, qui ſont l'extenſion ſous le marteau, & le poids ſpécifique qui ſurpaſſe celui des pierres du double, du triple, & même davantage. La premiere de ces propriétés leur vient d'une terre, ou matiere onctueuſe, ſulphureuſe, minérale, pendant leur formation; ou bien d'une matiere onctueuſe ſéche, qui reſte en partie ſous la forme de charbon, ou de ſuye, après la déflagration des choſes réſineuſes, huileuſes, & graſſes, des végétaux & des animaux, dans la réduction des chaux, ou verres métalliques. On connoit cette propriété ſous le nom de la ſeconde terre, ou du principe inflammable & phlogiſtique, mais qui s'échape dans l'air & abandonne le corps métallique, lorsqu'on entretient trop longtems un degré de feu disproportioné à ſa perfection : ce qui s'entend des quatre métaux imparfaits, car les parfaits, comme l'or & l'argent, par l'union complete de leur trois principes dans le degré le plus parfait, maintiennent ce principe phlogiſtique dans le plus grand feu, ſous le nom de Soufre fixe métallique, pour le diſtinguer du premier, qui eſt ce ſouffre combuſtible que le feu chaſſe des quatre métaux imparfaits, & qui les abandonne ſous la forme d'une terre ou pouſſiere peſante, méconnoiſſable pour ce qu'elle a été, quoique ce défaut ſe redreſſe auſſi-tôt qu'on rend ce principe inflammable à cette chaux métallique dans le feu, où il rentre de nouveau dans ſes pores, reſtituë la forme métallique, avec l'éclat, la fuſion, & la malleabi ité ; choſe d'autant plus frappante, qu'il eſt indifferent de quel régne de la Nature nous prenions ce principe inflammable pour reſſuſciter la cendre métallique. Ce principe donc montre l'harmonie de trois, régnes de la Nature, ce qui eſt aiſé à comprendre pour peu qu'on faſſe réfléxion ſur ſon origine, qui ſe dévelope des Météores de nôtre Atmoſphere ſous la direction formatrice du Soleil, (ce que j'ai montré auparavant,) & qui ſe communique enſuite à nôtre Globe, pour entrer comme principes eſſentiels, quoique diverſement

ment modifiés, dans tous les corps au deſſus & au deſſous de la terre. Ces mêmes réfléxions nous apprennent auſſi, que ce principe inflammable eſt le lien & la colle univerſelle, qui nous repréſentent tous les corps en général, tels qu'ils ſont; & dès que cette diſpoſition à l'inflammabilité eſt miſe en action, par le mouvement qu'il faut, l'ignition & le feu actuel exiſte alors, qui diſſout cette colle, ou ce lien des corps, & diſſipe ce principe inflammable dans l'air vers ſon origine, d'où il peut retourner & rentrer dans d'autres compoſitions corporelles. De ſorte que tous les corps, auxquels cette action arrive, ſoit végétaux, animaux, minéraux, ou foſſiles, jusques aux pierres les plus compactes, tombent également en pouſſiere, & en cendres, & ne montrent presqu'aucun veſtige de ce qu'ils ont eté. *Becher* a eté le premier, qui a dévelopé & rangé ce principe, comme compoſant les métaux ſous le nom de ſeconde terre ; mais il s'en faut beaucoup qu'il ait connu toute ſon etenduë, ce que feu M. *Stahl* a mieux exécuté par nombre d'Expériences dans pluſieurs de ſes Ecrits. Ce même principe phlogiſtique nous confirme encore l'arrangement inaltérable des molecules métalliques dans le feu, puisque les métaux ſont les ſeuls, qui réduits en cendres, permettent à l'art une reſtitution entiere, ou une réſurrection ſous la même forme métallique qu'ils avoient avant la combuſtion, au lieu que tous les autres corps brûlés & calcinés ſont détruits ſans retour, & éloignés à jamais de toute reſtitution artificielle.

La ſeconde de ces propriétés métalliques, qui eſt la plus eſſentielle, eſt ce principe déterminatif, & la ſeule cauſe efficiente, qui transforme les deux autres principes dans la nature d'un métal. Cette propriété exiſte par le troiſième principe de *Becher*, qui eſt ſa terre *fluidifiante*, ou mercurielle ; elle tire ſon origine, ſelon lui, de la terre du Sel commun, ou marin; il ajoute, que le ſel marin eſt un mêlange de l'eau, de la terre mercurielle, & de l'arſenicale ; le Vif-argent, dit-il, eſt un métal rendu fluide par cette terre ſaline fluidifiante, ou plûtot un arſenic fluide ; & l'Arſenic eſt compoſé d'une terre ſulfureu-

ſe que l'on trouve dans le ſel commun, mêlée avec quelque portion métallique, &c. Il ſeroit à ſouhaiter, que ces raiſonnemens, tirés d'une ſpéculation aſſez fatiguante, fuſſent prouvés par des Expériences ſolides & convaincantes. J'avouë qu'il eſt très difficile de déterminer au plus juſte l'origine du principe mercuriel : on ne peut pas nier ſa préſence dans les métaux, d'autant plus qu'il ſpécifie leur exiſtence, & leur accorde le poids ſpécifique, par lequel ils ſe diſtinguent ſi conſidérablement de tous les foſſiles qui ne ſont pas métaux.

Nous voyons encore, que cette terre ſe joint inſéparablement à la premiere terre vitrifiante, de ſorte que le feu le plus violent n'eſt guères capables de les ſéparer l'un de l'autre. C'eſt pour cela que leur union inſéparable, même jusqu'à la vitrification, garde toujours cette diſpoſition de reçevoir de nouveau le principe inflammable, que la force du feu avoit chaſſé dans la calcination; ce que ce principe ne peut pas effectuer dans les autres foſſiles calcinés, faute du principe mercuriel qui leur manque. Et cette union ſi étroite entre la terre vitrifiante & mercurielle, empêche auſſi l'analyſe exacte de cette derniere, quoique la combinaiſon intime de l'acide concentré du Sel commun avec les fleurs d'Antimoine, ou du Zinc, me l'ayent montré ſeparé & presqu'à découvert. D'ailleurs j'eſpère pouvoir éclaircir davantage ces difficultés par les Expériences ci-deſſus alleguées, & par les phénomenes qui ſe montrent dans les crévaſſes, lorsque les filons continuent encore à ſe former. Cette conſidération mérite, je crois, l'attention la plus exacte, & la ſpéculation la plus profonde de tous les Phyſiciens qui s'occupent à pénétrer la formation des corps.

Nous avons conſidéré plus haut l'endroit ou la Nature travaille les mines métalliques, ſavoir ces crévaſſes de Rochers, entre leſquelles les filons ſe forment ; j'ai remarqué alors, que la direction de ces crévaſſes, quand elles ſont fertiles, approche toujours la perpendiculaire de la terre. Il faut ajouter ici, qu'on ne ſçauroit déterminer leur origine dans la profondeur de notre Globe ; on en a en Allemagne,

ne, où on deſcend déjà au delà de 600 *Lachter*, ou perches. Plus on approche de l'origine de ces crévaſſes, plus elles s'élargiſſent, à l'imitation du tronc d'un gros arbre, qui dévelope nombre de branches de tout côté ; ainſi ces crévaſſes, à meſure qu'elles s'étendent vers la ſurface de la terre, diminuënt en diametre, de ſorte qu'on découvre quelquefois leur creux ſi mince entre le roc, qu'on les négligeroit abſolument, ſi elles n'étoient pas farcies de la mine. La ſageſſe inconcevable du Tout-Puiſſant a ſans doute ordonné cela dés la formation de notre Globe, vû que le genre humain, dans ſa multiplication ſucceſſive, ne ſçauroit ſubſiſter ſans l'uſage même du plus vil des métaux, du fer ; c'eſt pour cela que je ne peux pas m'imaginer qu'il faille que nous ayons recours ici au Déluge, dont le prétendu fracas & renverſement des rochers ait laiſſé par hazard ces creux dans les rocs ſauvages, comme quelques uns le ſoutiennent. Il s'agit donc de prouver, que ſans ces crévaſſes des rochers la génération des métaux auroit été très difficile, pour ne pas dire impoſſible. Je ne ſuis pas pour cela étonné que l'Ecriture, lorsqu'elle détaille la production de toutes choſes, ne parle point de la création des métaux, qui ne pouvoient pas encore exiſter, quoiqu'on ne puiſſe pas douter que la divine ſageſſe, n'eut accordé & placé même la diſpoſition & le germe métallique dès la création, aux eaux élémentaires, & ſurtout à celles de l'abyme ; qui par la chaleur qui cauſe un mouvement inteſtin fermentatif, étoient enſuite capables de pouſſer ces exhalaiſons vaporeuſes tout le long des crévaſſes pour commencer la production minérale, que nous montrerons à cette heure avec toutes ſes circonſtances.

La production des filons par cette évaporation dont je parle, eſt prouvée ſans contredit par l'attachement ſucceſſif de la mine, ſurtout de celle qu'on nomme la pyriteuſe, *der Kies*, ſur le Quartz cryſtallifé, *Druſen*, qui tapiſſe ſouvent le toit du filon, *das hangende des Ganges*. Ces cryſtaux ſuſpendus librement, ne touchent aucun corps voiſin, & leur extrême ſolidité ne permet pas qu'il s'échape quelque choſe au

travers de leurs pores. De plus, l'incruſtation de la mine ſe fait ſeulement ſur les facettes de ces cryſtaux du côté où le filon deſcend, *wo der Gang in die Teuffe ſezt*, & où les vapeurs minérales s'élevent, pendant que les autres facettes à l'oppoſite, ne ſouffrent point ladite incruſtation. Auſſi arrive-t-il pareille choſe au *Stalactite*, où on a vû attachée quelquefois la mine reluiſante de plomb, *Bley-Glantz*. D'ailleurs les morceaux d'un roc ſauvage détachés par hazard, & même quelques inſtrumens des Mineurs, perdus dans les filons abandonnés, & qu'on a retrouvés après, incruſtés de la mine, prouvent aſſez ce que je viens d'avancer. La matiere, ou les molecules qui ſe trouvent envelopées dans ces vapeurs, qui opére l'incruſtation en queſtion, ne ſont autre choſe que la mine métallique elle-même rendue corporelle ſucceſſivement. Le rôtiſſage & la fuſion nous montrent le métal qu'elle contient, comme auſſi la portion du Soufre & de l'Arſenic, dont les méraux ſont roujours environnés, excepté le peu d'argent & de cuivre natifs qu'on rencontre quelquefois dans de petits creux des filons détachés. Comme ces deux corps, le Soufre & l'Arſenic, ſont des compagnons perpétuels de tout métal minéraliſé, & que tous deux, ſurtout l'Arſenic, tiennent déjà de la narure métallique, & qu'il ne leur manque qu'une fixation ultérieure, on ne ſe trompera guères de ſoutenir, qu'ils fourniſſent les principaux matériaux à la formation des méraux. Examinons à cette heure, ſi les véritables principes métalliques ſe trouvent dans ces deux corps. J'ai prouvé déjà auparavant par des Expériences inconteſtables, que le Soufre minéral tire ſon origine de l'acide univerſel & d'une matiere graſſe onctueuſe, d'un régne quelconque de la Nature. Les Chymiſtes connoiſſent cet acide ſous le nom de l'acide vitriolique, à cauſe que le Vitriol leur en fournit le plus pour leur uſage. Cet acide a la propriété d'attirer & de s'unir avec les matieres inflammables, qui fourniſſent la ſeconde terre métallique. L'Arſenic tire ſon origine de l'acide du Sel marin, ce qui ſe prouve par le vif-argent, lequel j'ai converti dans le feu en ſublimé corroſif, propriété que le Sel marin poſſede tout ſeul à l'excluſion

cluſion de tout autre acide, quel qu'il ſoit. Cet acide agiſſant dans les matieres terreſtres alcalines convenables, conſtituë le principe métallique le plus eſſentiel, ou la terre mercurielle; & comme l'acide univerſel, ou vitriolique, tire principalement ſon exiſtence de l'air, ou de l'Atmosphère au deſſus de la terre, dans laquelle il s'enfonce par les Meréores, celui-ci prend ſa ſource & s'éleve des entrailles de notre Globe pour s'aller joindre avec le premier. La nature & les propriétés de l'acide du Sel marin prouvent aſſez qu'il tire ſa ſource de l'Océan, & ſans avoir beſoin de s'imaginer pour cela le centre en forme de voûte de *Becher* au milieu de nôtre globe, les creux des rochers à profondeur indéterminable peuvent fort aiſément, à l'exemple des Salines, y avoir communication. Suppoſons donc, ce qui ne peut pas manquer d'arriver, que dans cet amas d'eau, qui s'arrête au bout des crévaſſes entre le roc, l'acide virriolique ſe joigne peu à peu à l'autre acide du Sel marin, contenu déjà dans cette eau, elle deviendra avec le tems plus bourbeuſe, les acides imprégnés des matieres graſſes, ouëtueuſes, & bitumineuſes, qu'elles ont reçû en chemin faiſant, l'un de l'Atmosphere & de la couche fertile de la terre, l'autre du fonds de la Mer, ne manqueront pas d'exciter ſucceſſivement un mouvement inteſtin dans ce mêlange bourbeux ou chaotique; & ſuppoſons que la chaleur que nous rencontrons dans les filons, ſoit un effet de ce mouvement, ou qu'elle ſoit communiquée du centre de la terre, comme quelques Philoſophes le prétendent, cette chaleur aidera toujours & procurera la continuation de ce mouvement intrinſéque de differentes matieres compriſes dans ce fluïde bourbeux, dont l'effet ſera, (à l'imitation des matieres fermantantes des végéraux,) un broyement, une ſubtilisation, & une exaltation de ces molecules infiniment diviſées & réünies de nouveau ſous d'autres formes, mais differentes de celles qu'elles étoient auparavant; leur extrême petiteſſe, jointe à ce mouvement que la chaleur dans ces lieux entretient, leur procure la legereté & l'adreſſe de s'élever en vapeurs, & d'être pouſſées le long des crévaſſes du roc, où ces exhalaiſons s'épaiſiſſent ſucceſſivement, & ſe condenſent,

denſent, y ayant rencontré une matiere terreſtre, mollaſſe, blanchâtre, quartzeuſe, ſéparée au commencement d'un limon appellé ici *Beſtieg*; elle enduit & tapiſſe enſuite les crévaſſes, & ſert, en quelque façon, de matrice à ces exhalaiſons minérales, auxquelles elle ſe mêle quelquefois auſſi, & leur fournit la baſe, ou la terre vitrifiante, pour achever le germe, ou l'embryon métallique. Ainſi ces exhalaiſons, qui renferment les vrais principes métalliques, ſelon la théorie que je viens d'expoſer, ayant continué par de longues ſuites d'années de s'attacher aux toits & aux pavés des crévaſſes, forment ſucceſſivement les filons, & rempliſſent tout le creux du rocher. Voilà la ſource la plus ordinaire des mines, & le chemin le plus naturel pour cette production. Mais il arrive auſſi, que ces vapeurs, ou exhalaiſons minérales, rencontrent au lieu de la terre mollaſſe quartzeuſe, un roc ſauvage, des pierres extrêmement dures, comme le marbre, la pierre à fuſil, (*Hornſtein*,) le *Spath*, &c. dont les ſurfaces refuſent l'entrée & l'attachement à ces molecules en forme de vapeurs; elles rebondiſſent, & étant ainſi détournées par des corps étrangers à la nature métallique, elles s'enfoncent dans quelques eaux qu'elles rencontrent à l'ordinaire, ou amaſſées dans les creux du roc ſauvage même, où à côté, proche des ouvertures latérales des crévaſſes. Ces ſortes d'eaux, imprégnées de cette façon, deviennent bourbeuſes, s'épaiſſiſſent avec le tems, ſe deſſéchent à la fin par couches, & ſe préſentent alors, lorſqu'on les découvre, ſous la forme d'Ardoiſe, ſurchargée d'une riche mine de cuivre, mêlée d'argent, comme celle qu'on tire de nos mines de *Mansfeld*, d'*Ilmenau*, &c. où les empraintes des feuillages, des herbes, des poiſſons, &c. dans l'Ardoiſe prouvent ſon origine fluide & limoneuſe.

Pourſuivons maintenant ces deux fideles compagnons des métaux dans leurs mines, le Soufre & l'Arſenic. Nous avons trouvé leur ſource dans l'acide univerſel, nommé ici vitriolique, & dans celui du Sel marin; nous avons vû leur union en forme de vapeurs, cauſées par un mouvement fermentatif, lorſqu'ils étoient encore enfoncés

foncés dans l'eau ; nous avons conſidéré la propriété inflammable dans l'un, & la mercurielle dans l'autre ; nous nous ſommes apperçus, de quelle maniere ils ſe joignent avec la terre vitrifiante ; il nous reſte enfin de découvrir le progrès ſucceſſif qui les détermine à la nature métallique. La mine la plus ſimple, où nous trouvons le Soufre & l'Arſenic quaſi à decouvert, eſt ſans contredit *la Pyrite*, (*der Kies.*) Il n'y a guères de filons, où il ne ſe faſſe remarquer ; il y a le jaune & le blanc, qui ſe diſtinguent le plus, & qui méritent entre autres notre attention. Le jaune ne montre autre choſe, quand on l'examine par le feu, que le Soufre commun, & une terre martiale ; de là vient que, quand la matiere inflammable du Soufre quitte ſon acide dans le feu, celui-ci diſſout la terre martiale, & la convertit en Vitriol, comme cela ſe pratique par le rôtiſſage en Angleterre, en Allemagne à *Goslar*, & en pluſieurs endroits dans le pays de Heſſe. Cette diſſolution ſe fait par le ſimple attouchement de l'air, quelquefois ſans feu. Au lieu du Soufre commun que le *pyrite jaune* fournit, le *blanc*, qui ſe nomme auſſi *Miſpickel*, nous offre l'Arſenic avec une terre martiale pour baſe, comme le précedent. Il y en a qui fourniſſent le Soufre & l'Arſenic enſemble, mêlange qui produit le *Réalgar*, & l'*Orpiment*, qui imite un Cinnabre natif, compoſé de la terre mercurielle de l'Arſenic, & du Soufre minéral. Outre la terre martiale, ou le fer, qui entre toujours pour baſe dans la compoſition pyriteuſe, on y rencontre ſouvent quelques autres métaux, comme le cuivre, l'argent, & l'or même, ſelon la recherche exacte qu'en a fait le premier des Métallurgiſtes modernes, feu Mr. *Henckel*, dans ſon excellent Livre, intitulé *Pyritologie*. Lorsque le Pyrite arſenical rencontre dans ſa compoſition une terre étrangere ſauvage quelconque, qui n'eſt pas de nature métallique, les differentes ſortes de Cobalt y exiſtent, entre lesquelles la fameuſe eſpece, qui fournit ce beau verre bleu de Saxe paroit avoir reçû dans ſon mêlange, outre une teinture Vénérienne, quelque portion d'une terre ſablonneuſe vitrifiante, laquelle ne permet pas la ſéparation des atomes du cuivre dans le feu. Une union inſéparable de

l'Arſenic avec quelques terres étrangeres nous offre auſſi quelques mines abſolument ſtériles, & que nos Mineurs appellent *Blende*, *Wolfram*, *Spath*, &c. dont le poids nous fait ſoupçonner qu'elles tiennent de la nature métallique. La terre mercurielle de l'Arſenic, étant digérée, & fixée davantage ſous terre, nous préſente un autre minéral approchant du Cobalt, par rapport à ſes fleurs & à certaine portion de l'Arſenic que le feu chaſſe de cette mine, & de laquelle il fait en même tems couler un demi-métal, connu ſous le nom de *Bismuth*, ou de *Marcaſſite*. Les deux autres demi métaux, le *régule d'Antimoine*, & le *Zinc*, ne peuvent cacher non plus leur origine arſenicale, ce que leur ſublimation en fleurs montre aſſez clairement; mais par l'admiſſion d'une plus grande portion du principe phlogiſtique dans le Zinc, & de la terre vitrifiante dans le régule, ils changent auſſi en differente façon la nature arſenicale dans leur compoſition.

Ayant vû l'origine des minéraux & des demi-métaux, notre recherche nous mene à la conſideration des métaux entiers. Pour cette fin, il faut retourner à notre principe eſſentiel de toute métalleïté, qui eſt cette terre mercurielle, qui exiſte par l'union la plus parfaite & abſolument indiſſoluble de l'acide du Sel marin avec ſa propre terre, & auſſi avec certaine portion de la premiere terre vitrifiante, par le moyen d'une action fermentante, qui produit cette ſublimation naturelle en vapeurs, par laquelle les molecules ſont ſi étroitement unies les unes aux autres, qu'il y reſte auſſi peu d'interſtices qu'il eſt poſſible. De là vient non ſeulement l'inſéparabilité de ces deux terres, même dans le plus grand feu, mais principalement ce poids ſpécifique dont les métaux ſeuls ſont en poſſeſſion, & qui les diſtingue de tous les autres foſſiles, qui n'ont point ſouffert cette union inſéparable de la terre vitrifiante d'avec la mercurielle, & qui par conſéquent, ne ſont pas de la compoſition métallique; la *cornuification* des métaux, cauſée par le principe mercuriel, qui réſide dans l'acide du Sel marin, prouve ſurtout ce poids ſpécifique, car la portion la plus petite de cet acide, jointe à

la

la ſolution de l'argent dans l'eau forte, augmente le poids de ce métal presqu'au double, étant fondus enſemble. Par les Expériences allé-guées, & par le raiſonnement qui s'enſuit, nous rencontrons déjà le premier degré de la métalléïté, ou production métallique dans l'Arſe-nic, la terre martiale qu'on trouve toujours aſſociée avec lui dès ſon exiſtence, le convertit dans le feu en régule, ou demi-métal. J'ai prouvé par les Expériences que j'en ai fait, & que j'ai raconté aupara-vant, qu'il poſſede les trois principes métalliques, & qu'une digeſtion ultérieure dans ſes matrices ou filons, peut ſucceſſivement introduire une perfection métallique dans ſes molecules. Auſſi ſa liaiſon perpé-tuelle avec la terre martiale mérite quelques réfléxions ſolides, & je ne me tromperai pas beaucoup, ſi je compte cette terre martiale pour le premier degré de la métalléïté; car je vois qu'il ſe montre dans cette terre une diſpoſition, ou une tendance à la nature métallique. Il n'y a guères de corps dans l'Univers dans lesquels on ne découvre des atomes de fer; il y a mille Expériences qui le confirment. Mr. *Margraff*, notre habile Académicien Chymiſte, les a trouvés dans toutes ſortes d'eau, & on les a nouvellement rencontrés dans le ſang des animaux, à *Göttingue*, & Mr. *Galeati* à *Breſcia* dans les cendres de pluſieurs animaux. Les Expériences de Mrs. *Geoffroy* & *Lemery* à ce ſujet ſont trop connuës pour que j'en parle icy. Du moins leur diſpoſition à devenir un métal, nous a été clairement prouvée par la fameuſe Expérience de *Becher*, par laquelle il a produit un véritable fer du limon jaunâtre par le moyen de l'huile de lin. La ſage Provi-dence a placé ſa mine presqu'à découvert ſous le gazon, comme le métal le plus néceſſaire & le plus utile au genre humain. Auſſi ne de-mande-t-il pas tant de tems pour ſa perfection, comme les autres métaux; car la terre martiale, comme je l'entends ici, n'eſt pas encore un fer complet, puisque l'aiman ne l'attire pas, mais auſſi-tôt que le principe inflammable y eſt introduit, ſelon l'Expérience de *Becher*, le fer eſt formé, & l'aiman l'attire. Cette diſpoſition de la terre mar-tiale à la nature métallique, paroit vraiſemblablement donner l'origi-

ne à la mine de cuivre ; la confuſion fréquente des mines de fer & de cuivre, & la préſence du fer dans la mine de cuivre, réputée pour la plus ſimple & la plus pure, ſemblent confirmer cela. La difference de la production differente d'un même principe pourroit conſiſter en ceci, que la production du fer de la terre martiale ne demande qu'un ſimple phlogiſtique, ou inflammable, ſans le ſecours de l'acide lié avec le *phlogiſton*, comme dans le Soufre minéral, lequel par ſon abondance exceſſive, autour & dans les mines de cuivre mêmes, paroit achever cet oeuvre dans un tems proportioné. L'abondance de cette legère liaiſon de l'acide vitriolique avec le *phlogiſton* dans la compoſition du cuivre, ſe prouve par certaine Expérience, par laquelle ce métal ſe fond à la chandelle, & brûle presque comme la cire d'Eſpagne. L'Expérience conſiſte dans l'augmentation du principe mercuriel dans ce métal, par l'acide concentré du Sel marin attaché au vif-argent, qui deſunit un peu le principe inflammable du cuivre, & lui procure cette fuſion facile & flammifique. A' la production des métaux blancs, ſurtout de l'argent & de l'étain, l'Arſenic paroit être encore le principal agent ; ce que nous confirment les mines de ces deux métaux, qui ſont pour la plûpart ſurchargées de ce minéral. La mine rouge d'argent, (*roth gulden Erzt*,) comme la plus riche, en contient plus que la moitié ; & la mine blanche, comme auſſi la fauve, (*weis gulden Erzt und Fahl-Erzt*,) n'en manquent pas non plus. Non ſeulement il y eſt attaché, il paroit même entrer dans la compoſition de ce métal précieux, & ſert à le former, ſelon l'Expérience de feu Mr. *Henckel*, qui par la ſolution de l'Arſenic dans l'eau forte, abſorbée dans la craye, & coupellée enſuite avec du plomb, a obtenu un petit bouton d'argent le plus pur. J'en ai produit un ſemblable par le mêlange & la digeſtion de l'Arſenic avec le Soufre minéral, le régule de l'antimoine & le ſublimé corroſif, en certaine proportion.

L'étain, qui refuſe le mêlange de tout autre métal dans ſa mine, ne refuſe pas l'entrée à l'Arſenic ; ce que nous prouve ſa mine raboteuſe,

teuſe, nommée chez nous *Zingraupen*, *Zin-Zwitter*, de laquelle on en chaſſe quantité par le feu; & même de l'étain le plus pur on en peut ſéparer. La calcination de ce métal eſt fort facile, & dans la vitrification il montre quantité d'une terre étrangere calcaire, dont ſa terre vitrifiante eſt ſurchargée, & qui rend ſon verre blanchâtre & opaque. Cette terre calcaire entremêlée rend la liaiſon de la terre mercurielle avec la vitrifiante fort foible & ſuperficielle, & la terre phlogiſtique, ou ſulfureuſe, s'y trouve en petite quantité. On découvre facilement ces principes compoſans l'étain, & ſurtout la terre calcaire, par l'opération du miroir ardent, & par celle de la coupelle.

Quoique le feu ne chaſſe pas une portion ſenſible de l'Arſenic de la mine du plomb, il ne laiſſe pourtant pas d'être ſa principale production. La peſanteur du plomb montre ſuffiſamment que le principe mercuriel prédomine dans ſa compoſition, qui eſt auſſi la baſe de l'Arſenic, & que la volatilité de celui-ci a été arrêtée & invertie par le principe, ou par la terre vitrifiante, avec laquelle la terre arſenicale, ou mercurielle, entretient une liaiſon aſſez étroite dans ce métal, & ſe transforme avec elle très facilement dans un beau verre transparent, auſſitôt que le feu a chaſſé le peu du principe, ou de la terre inflammable, dont ce métal contient la plus petite quantité. Cette vitrification facile & complete, que le plomb ſubit préférablement à tout autre métal, lui procure auſſi cette faculté par laquelle il diſſout & détruit les principes-mal aſſociés des autres métaux & demi-métaux imparfaits, lorsqu'on les expoſe enſemble ſur la coupelle des cendres, dans le fourneau docimaſtique, où la force du feu, après avoir diſſipé le principe phlogiſtique du plomb, & des autres métaux imparfaits, qui s'y trouvent, convertit le plomb en verre extrêmement délié & pénétrable, qui a la force de diſſoudre les principes de ces métaux imparfaits, chaſſe une portion de la terre mercurielle dans la fumée, & ſe cache avec le reſte de la terre vitrifiante, la plus pure des métaux imparfaits, dans les pores de la coupelle, & rejette les terres étrangeres

de ces métaux, ſurtout celles du fer, ſous la forme de ſcories ſur le bord de la coupelle. Auſſi de là vient que les deux métaux parfaits, l'or & l'argent, par l'union la plus intime de leurs principes, qui ne permettent point l'entrée au verre de plomb, reſtent purifiés ſur la coupelle, & débaraſſés de tout mêlange des métaux imparfaits.

La préſence de l'Arſenic, dans la mine griſâtre, ou fauve, du cuivre, *Fahl-Ertz*, & ſurtout dans le Pyrite de cuivre, *Kupfer-Kies*, prouve du moins, que le principe arſénical n'eſt pas étranger ou ſuperflu dans la production du cuivre, quoique ce métal montre plus que tout autre ſon origine phlogiſtique, ou ſulfureuſe. L'abondance exceſſive du Soufre commun, que ſa mine rejette, lorqu'elle eſt fonduë en matte, & après dans les differens rôtiſſages qu'elle exige avant que d'être fonduë en cuivre noir, puis en cuivre roſette, ou raffiné, me pourroit presque porter à croire, que le Soufre commun, en s'uniſſant avec une portion de la terre mercurielle, ſert presque uniquement à la formation de ce métal. La terre vitrifiante n'entre presque pour rien dans ſa compoſition, vû que le verre, que l'extrême degré du feu produit du cuivre, montre ſeulement une vitrification impure, heterogene, & opaque, d'un rouge foncé tirant ſur le brun, ce qui marque ſans doute qu'une terre étrangere, & limoneuſe, eſt entrée dans ſa production. D'ailleurs la couleur rougeâtre de ce méral paroit confirmer ce que je viens d'avancer de ſa liaiſon étroite du Soufre avec la terre mercurielle, comme les principaux compoſans du cuivre, parce que la terre mercurielle unie avec le Soufre commun produit une couleur rougeâtre ; ce que nous voyons arriver dans la préparation du Cinnabre artificiel par la ſublimation du Mercure avec le Soufre minéral, & de celui-ci avec l'Arſenic dans la production du *Réalgar* & de l'*Orpiment*, comme auſſi de la pierre de *Pyrmeſon*, &c.

Lorsque nous examinons les principes conſtituans du Fer, nous trouvons comme quelque choſe de remarquable, qu'on ne rencontre point de Pyrites, & ſurtout de Pyrites arſenicales, qui ne montrent pour

pour baſe une terre martiale ; ce qui me fait ſoupçonner avec beaucoup de raiſon, que la terre mercurielle, élevée ſous la forme d'évaporation arſenicale, après avoir pénétré & outrepaſſé les crévaſſes, *die Kliffte*, s'introduit de tout côté dans la terre à l'entour, & y cauſe, ſurtout dans les terres graſſes, limoneuſes, &c. une imprégnation minérale, approchante de la nature métallique, mais qui n'eſt pas encore métal, parce que les molecules de cette terre, ou veine martiale imprégnée, ne contiennent pas encore un métal complet, elles ne ſont pas attirées par l'aiman, & réfuſent même cette attraction ſi eſſentielle à la nature du fer, quoique fonduës avec ces ſortes de matieres ſalines qui ne participent point du principe phlogiſtique. Car, auſſi-tôt que le feu introduit dans cette terre martiale fonduë le principe inflammable, elle ſe convertit en métal ſous le nom d'un fer complet, que l'aiman ne refuſe pas d'attirer. Auſſi ſe montre-t-elle mêlée presque dans toutes les terres qui conſtituënt la baſe des végétaux & des animaux, desquelles l'aiman attire & ſépare les molecules du fer, après que le feu y a introduit les matieres graſſes phlogiſtiques, pendant la combuſtion & la calcination de ces corps. Mais comme le degré de feu, qui cauſe la vitrification de ce métal, ne montre que des ſcories impures, griſâtres, & mal liées enſemble, on voit ſuffiſamment que le principe, ou la terre vitrifiante, ſimple & pure, lui manque également comme au cuivre ; il lui manque encore ce principe inflammable qui joint à l'acide univerſel, conſtituë le Soufre minéral dont le cuivre abonde, & qu'on eſt obligé de chaſſer par tant de rôtiſſages réïterés, au lieu que la mine de fer ne tranſpire point dans le feu cet acide étouffant, & que dans ſa fuſion & extenſion ſous le marteau réïterées, on ne tâche pas tant de chaſſer le Soufre minéral ſuperflu, que de le priver de la terre étrangere ſurabondante, qui la rend caſſante & moins pliable ſous le marteau, quoique cette terre, ou veine martiale, puiſſe participer en quelque maniere de l'acide univerſel, qui s'y peut enfoncer de l'Atmosphere, mais qui faute du phlogiſton, n'y entre pas ſous la forme du Soufre minéral. Ainſi le fer eſt un compoſé artificiel

tificiel de la terre martiale que la Nature a préparée, par l'imprégnation de la terre limoneuſe avec la mercurielle, ſous la forme d'évaporation arſenicale, à laquelle l'art ajoute par le feu le ſimple principe inflammable, tiré communément des charbons de bois, lorsque ceux-ci fondent la mine, ou terre martiale.

Il n'eſt pas queſtion ici, je crois, ſi le Vif-argent, ou le Mercure, tient de la nature arſenicale, puisque les plus grands Métallurgiſtes, comme *Becher*, *Stahl*, *Henckel*, &c. l'appellent un *Arſenic fluide*. Il eſt très probable, que le principe mercuriel le plus ſimple, avant ſa coagulation en terre arſenicale, diſſout dans la mine quelque portion d'un métal, qui eſt facile à diſſoudre, comme par exemple le plomb, par le moyen duquel ce principe dans ſon état fluide a gagné un corps métallique, qui, quoiqu'en petit volume, l'empêche pourtant d'humecter les ſurfaces des autres corps qu'il touche; mais ſous cette forme moyenne entre l'eau commune & le métal, il lui manque également la portion ſuffiſante de la premiere terre vitrifiante, auſſi bien que de la ſeconde phlogiſtique, pour conſtituer un métal complet; le peu de vapeurs que le plomb fondu chaſſe de ſa terre phlogiſtique pendant ſa calcination, ſi on le ſçait diriger de ſorte qu'elles touchent le Vif-argent, & s'y introduiſent, cette eau métallique gagne une eſpece de coagulation, mais comme ce principe a été fort inconſtant dans ſon premier corps, on ne peut pas prétendre qu'il ſoit plus ferme & ſtable dans le nouveau. D'ailleurs la petiteſſe & l'homogenéité inaltérable des parties conſtituantes du Mercure, concevables uniquement par l'imagination, n'ont pas permis jusqu'ici la découverte d'un diſſolvant qui puiſſe deſunir ſes principes, & les montrer ſéparément.

Puisque l'or refuſe tout commerce avec l'Arſenic & le Soufre, on ne le trouve jamais minéraliſé dans les filons, mais tout dépuré déjà, (quoiqu' imperceptible à cauſe de la petiteſſe de ſes molecules,) dans quelques mines d'argent, de Cinnabre, &c. Quelquefois on le rencontre auſſi ſous la forme d'or natif en petits branchages, ou petites

tites paillettes extrèmement minces, entrelaſſées dans pluſieurs ſortes de pierres, ou bien en atomes fort menus, parmi le ſable de quelques rivieres qui l'ont entrainé apparemment des montagnes voiſines. Comme ce métal précieux eſt le ſeul corps, qui réſiſte entierement à toutes les attaques de la corruption, on l'a pris de tout tems pour le chef-d'œuvre de la Nature dans le régne minéral ; il faut donc, que ſes principes ſoyent les plus ſimples & les plus purs, mais auſſi tellement liés enſemble, que le tems, qui détruit tout, ni les diſſolvans les plus puiſſans, connus jusqu'ici, ne les ſauroient ſéparer. Le principe mercuriel le plus dépuré, joint à la portion du principe phlogiſtique la plus ſimple & la plus déliée, a ſi parfaitement rempli les pores du principe, ou de la terre vitrifiante, que les aſſauts du feu, quelques violens que la Chymie les puiſſe adminiſtrer, ne les ſçauroit déjoindre. Si les Expériences, que feu Mr. *Homberg* (*) a entrepris, pour détruire l'or, reſtent dans leur valeur contre les exceptions de Mr. *Macquer*, (**) il n'y a que le feu ſolaire appliqué par le grand Miroir ardent de *Tſchirnhauſen*, qui ſoit capable de ſéparer ſes parties conſtituantes. Quoiqu'il en ſoit, ſi *Homberg* n'a pas entierement effectué cette ſéparation, il paroit avoir confirmé en partie, par ladite Expérience la préſence des trois terres qui compoſent les métaux en général ; car il a trouvé, (outre la fumée épaiſſe, qu'il a remarquée pendant cette application du feu ſolaire, par laquelle les principes mercuriel & phlogiſtique ont été diſſipés dans l'air,) le veſtige d'une terre vitrifiante ſéparée de l'or. L'argent, ſelon ſon rapport circonſtancié, a ſubi le même ſort, excepté que ſes principes n'ont pas réſiſté ſi long tems que ceux de l'or ; ce qui prouve que la fixité des principes de ce dernier métal eſt plus parfaite que ceux de l'argent, & le poids ſpécifique de l'or montre ſans exception, que la terre mercurielle, comme la plus peſante, eſt moindre dans l'argent, & par conſéquent

(*) Voy. les Mémoires d' l'Académ. des Scienc. de l'An. 1702.

(**) Voy. la Chymie de Macquer. Part. I. c. 7.

quent, ſa terre vitrifiante s'y trouve plus abondante que dans l'or. La phlogiſtique au contraire, qui couvre l'or d'un ſi beau jaune luiſant, doit être en plus petite quantité dans la compoſition de l'argent, puiſqu'elle eſt abſorbée, & couverte entierement par la couleur blanche & reluiſante de la terre mercurielle.

Ce que j'ai prouvé jusqu'ici, montre, ce me ſemble, aſſez clairement, que les métaux ne ſe produiſent pas par une ſemence, ou par un germe individuel, propre à la production de chaque métal en particulier, comme nous le rencontrons dans les végétaux & les corps organiſés des animaux. Tout ce qu'on peut déterminer dans cette differente production minérale, conſiſte dans la differente proportion des principes les plus ſimples & les plus dépurés qui conſtituënt l'or & l'argent, comme les deux métaux parfaits ; & dans les autres métaux la difference conſiſte, outre le mêlange diſtingué de ces principes généraux, dans une réception & aſſimilation de terres & matieres étrangeres, comme auſſi dans une plus ou moins legère liaiſon de ces principes homogenes, ou heterogenes entre eux. Mais ce n'eſt pas le hazard aveugle qui a dirigé cette production minérale, laquelle, ſi cela étoit, pouvoit être beaucoup plus multipliée qu'elle ne l'eſt effectivement, puiſqu elle ſe borne ſeulement à ſix métaux & cinq demi-métaux dans tous les Païs connus de notre Globe. La divine Sageſſe, qui regarde toujours les cauſes finales, a tellement pourvû, dès l'arrangement du Monde, aux beſoins de ſes Créatures, & ſurtout à ceux de l'homme, que rien n'y manquât du néceſſaire, & que rien n'y fut ſuperflu, & par conſéquent inutile. Le nombre donc des corps métalliques eſt ſuffiſant pour la néceſſité oeconomique, auſſi bien que pour la commodité du Commerce qui entretient la communication & le lien des differentes Nations, ſi utile & ſi néceſſaire pour affermir le bien public.

EXAMEN

EXAMEN CHYMIQUE
DE LA NATURE DE SEL ACIDE VOLATIL
DE L'AMBRE,

PAR M. POTT.

Traduit de Allemand.

La Chymie étant auſſi cultivée qu'elle l'eſt depuis aſſez longtems, on auroit de la peine à ſe perſuader que dans des *Sujets*, ou *Produits* chymiques, que l'on connoit, & ſur leſquels on a beaucoup travaillé, il y ait encore bien des choſes peu approfondies, que la nature de ces Corps ne ſoit rien moins que ſuffiſamment découverte, & qu'il reſte même là deſſus une grande contrariété d'opinions, & un degré conſidérable d'incertitude. Tout au moins la choſe paroitroit-elle tout à fait deſtituée de vraiſemblance à l'egard de ces ſujets, qui ſe préſentent, pour ainſi dire, tout à découvert, & qui ſont ſi aiſés à diſſoudre, tels, par exemple, que ſont les Sels. Rien n'eſt pourtant plus vrai que l'exiſtence actuelle de pluſieurs ſemblables cas, comme le témoignent le Sel volatil du Borax, l'Acide du Phoſphore, le Sel alcali naturel, la partie alcaline du Sel commun, & divers autres Sujets. Je rapporte dans la même Claſſe le Sel acide volatil de l'Ambre, qui a déjà été découvert depuis quelques Siecles par les Chymiſtes, que l'on prépare en abondance, & dont les Medecins font auſſi uſage; tandis que les Auteurs de Chymie ſont fort peu d'accord entr'eux ſur la nature & les propriétés de ce Sel, & qu'ils ſe contrediſent même formellement les uns les autres à cet égard.

Autrefois il s'en trouvoit qui mettoient en queſtion, ſi c'étoit un Sel urineux, ou acide. *Glaſer*, *J. M. Hoffmann*, & même un Au-

teur tout à fait récent, en font un ſel urineux, & avancent, quoiqu'à tort, qu'il entre en efferveſcence avec un Eſprit de Sel, de Nitre, &c. A préſent qu'il eſt entierement décidé, que c'eſt manifeſtement un Sel acide, il s'en faut pourtant bien qu'on ſoit d'accord à quel acide principal il appartient. M. *Helwing* d'*Angerbourg* eſtime que c'eſt un acide ſalpétreux; mais c'eſt à quoi il y a le moins d'apparence, puiſqu'il ne détone point avec les charbons. M. *Bourdelin*, & d'autres, le rangent avec l'acide du Sel commun, parce qu'on trouve l'Ambre dans les Mers dont la ſalure eſt manifeſte, & qu'elles le pouſſent & le jettent dehors. *Sendelius* & *Neumann* en font un Acide vitriolique, parce qu'une partie de l'Ambre ſe trouve dans des veines de montagne qui lui ſont propres, & que, lorsqu'on l'en tire en creuſant, on le trouve à côté d'un vitriol qui contient du fer. Un autre Chymiſte eſtime que c'eſt un acide tout particulier, & unique dans ſon eſpece, qui n'a rien de commun avec les autres, & diffère totalement des Acides ordinaires. Au contraire il y en a qui le regardent comme un Acide mixte, & nullement ſimple, mais qui eſt compoſé de differens Acides du Vitriol & du Sel commun. Au milieu de cette extrême diverſité d'opinions, il eſt naturel de prendre la peine d'examiner la choſe de plus près, de pouſſer la décompoſition auſſi loin qu'elle peut aller, en un mot de traiter cette matiere ſous toutes les faces dont elle eſt ſuſceptible. Car c'eſt à mon avis un défaut très commun, que de ſe borner aux phénomenes fournis par un petit nombre d'Expériences, pour en tirer auſſi-tôt avec précipitation une Concluſion univerſelle, & prononcer une déciſion, avant que d'avoir examiné bien attentivement les Corps, & autant qu'il eſt poſſible, épuiſé la connoiſſance de tous les rapports dont ils ſont ſuſceptibles. Au reſte on comprend aiſément, que je n'entens pas ici ce qu'on nomme le *Sel d'Ambre*, que M. *Geoffroy* a fait connoitre dans les Mémoires de l'Académie des Sciences de Paris pour l'année 1738. & qui eſt produit par la préparation que l'Ambre reçoit, en y verſant de l'eau chaude, & en procédant enſuite à la filtration & à la coagulation. Ce produit eſt extrêmement

diffe-

different de notre Sel ; ce n'eſt pas proprement une ſubſtance ſaline pure, mais c'eſt plutôt un extrait ſalino-mucilagineux, mêlé d'un petit nombre de parties réſineuſes ; il n'a aucun goût acide, mais il a celui d'un ſel amer ; il n'apporte aucun changement au Syrop de violettes ; il n'entre point en efferveſcene avec les ſels alcalis ; cependant ils le troublent, & il s'en précipite une réſine en ſolution ; au contraire il entre en efferveſcence avec l'Huile de Vitriol, & en ſait ſortir une vapeur acide comme d'un Eſprit de Sel ; ce qui fait voir qu'il renferme un peu de Sel commun. Mais cela va à très peu de choſe, puiſque d'une livre d'Ambre à peine peut-on tirer une dragme d'un ſemblable extrait.

L'objet que j'ai donc en vuë, c'eſt cette ſubſtance ſaline qu'on tire de l'Ambre par la diſtillation. Je regarde comme une choſe inutile de m'étendre ſur la maniere & les opérations de cette diſtillation, puiſqu'on en tronve le détail dans divers Ouvrages. Je remarquera i ſeulement en deux mots, qu'on peut faire cette diſtillation en differentes manieres, en prenant des Retortes de pierre, ou de verre, de celles qui n'ont pas éclaté, ou de celles dont le cou eſt tout à fait large, en la faiſant dans le ſable, ou à un feu immédiat, ou au bain ſec. Quelques uns donnent un feu continué depuis le commencement, d'autres ſe ſervent d'un feu interrompu ; il y en a qui commencent par le ſable, & continuënt à un feu découvert ; on peut le faire ſans addition, ou avec addition, ſoit de parties égales, ou de deux parties de ſable, de cailloux, ou de *Caput mortuum* d'Eſprit de Sel. On en trouve qui recommandent un tuyau de verre, (*Vorſtoß,*) qui aille jusqu'au milieu du Récipient, & qui peut être auſſi pourvû d'un petit tuyau. Il faut toujours donner au commencement un feu doux, & le continuer de même longtems, en ſorte que ſa chaleur ne ſoit guères plus forte que celle de l'eau bouïllante, ſurtout ſi l'on fait la diſtillation ſans addition, jusqu'à ce qu'il ne ſorte plus aucun phlegme, ou huile ſubtile. Car, quand on preſſe trop le feu, cela monte en haut, & tout s'échape par deſſus ; mais, ſi l'on a joint une addition de quelque matiere terreſtre,

on peut augmenter plutôt la force du feu. Il eſt auſſi à propos de laiſſer un peu d'air, ſurtout quand on n'a point mis de tuyau de verre devant, ou lorsque le Récipient eſt trop petit. Après cela on peut donner plus de force au feu par degrés ; & c'eſt alors que ſe ſublime notre ſel volatil, mêlé avec la derniere huile dans le cou de la retorte ; d'où quelques uns le tirent & le raſſemblent avec une plume paſſée ; mais cela exige trop de peine & de temps, il vaut mieux pouſſer tout enſemble dans le Récipient, & ſéparer enſuite ce ſel d'avec les parties huileuſes. Mais ſi l'on pouſſe ſeulement l'huile ſubtile, & le ſel par deſſus, de maniere que le plus groſſier demeure en arrière, alors la meilleure partie eſt un *Colophonium* ſoluble, qu'on peut fort bien employer pour le vernis. Si l'on calcine le *Caput mortuum* dans un creuſet, à feu découvert, de la maniere la plus forte, il demeure alors un peu de terre d'un gris jaunâtre, laquelle contient quelque peu de ſel commun ; c'eſt pourquoi ſa ſolution filtrée précipite la ſolution de plomb en Saturne cornu. Elle contient de plus une certaine quantité de terre de chaux ferrugineuſe ; car elle entre en effervescence avec l'eau forte ; & quand on écume la partie la plus legère, & qu'ayant mêlé la plus peſante avec de la graiſſe, on l'expoſe dans un creuſet fermé à un feu ardent, l'aiman en attire enſuite quelques parcelles. Cette ſubſtance ferrugineuſe ſe trouve auſſi dans les morceaux purs d'Ambre, & ne peut pas être regardée comme y venant du mêlange de parties étrangeres & impures.

Les Ouvriers préparent ce Sel en Pruſſe en grande quantité, pour l'envoyer ailleurs, parce qu'ils ont des rognures & de petits morceaux d'ambre abondamment & à très grand marché. Ils font la diſtillation ſans addition à un feu ouvert, pour avoir expédié l'ouvrage le plus vîte qu'ils peuvent ; ils pouſſent auſſi le dernier réſidu dans des Récipiens à part, afin de n'avoir pas tant à ſéparer. Cependant, comme le ſel ſe trouve mêlé ici avec beaucoup d'huile, qui s'y attache, ils le mettent, pour en faire la ſéparation, ſur un papier brouïllard, & changeant

geant pluſieurs fois ce papier, l'huile s'y attire toute, & le Sel demeure ſec. Ils expriment ce papier huileux ſeparément, & après cela ils le diſtillent. Mais, comme dans la derniere huile épaiſſe il reſte encore quelque ſel, on met cette huile dans un flacon d'étain, ou dans quelque autre vaiſſeau ſolide, & l'on y verſe de l'eau chaude, trois à quatre fois, jusqu'à que cette eau ne devienne plus ſaline, en ſecoüant bien le tout enſemble, afin que l'eau tire exactement le ſel; enſuite on procéde à la filtration, à l'évaporation, & à la cryſtalliſation. Néanmoins à la fin, après la cryſtalliſation il reſte une partie, qui eſt comme une liqueur acide huileuſe, qui ne veut plus bien cryſtalliſer, ce qui eſt commun à toutes les autres matieres huileuſes qui demeurent après les opérations. Si dans la diſtillation auſſi on n'a pas enlevé ſéparément le premier phlegme, mais qu'on ait pouſſé tout pêle-mêle, on peut verſer avec circonſpection de l'eau chaude ſur le produit diſtillé entier, & procéder de la même maniere; en ſorte que je ne trouve aucune utilité particuliere à mêler, ſuivant l'idée de *Viganus*, cette huile d'ambre encore mêlangée avec du ſel commun, pour en procurer enſuite la digeſtion & la ſublimation.

Quand ce Sel a été ſéparé de l'huile groſſière ſimplement à l'aide d'un papier brouillard, il y reſte encore beaucoup de parties huileuſes, & les dernieres cryſtalliſations tombent toujours de l'eau plus obſcures, plus brunes, & plus huileuſes. Cela lui donne une mauvaiſe apparence, & rend ſa force beaucoup plus échauffante. De là réſulte donc la néceſſité de le purifier encore davantage; & on propoſe pour cet effet diverſes Methodes. Quelques uns le ſubliment encore à part dans une Retorte, ou dans un alembic, ſurtout dans un alembic bas, ſur lequel on place des cornets de papier; ils lui donnent alors le feu de ſable, & ôtent ſouvent le papier, afin que le ſel ne retombe pas. D'autres mettent deſſus une chapelle fermée; mais, de quelque maniere qu'on s'y prenne, il s'en perd beaucoup; ou l'on ne l'épure pas ſuffiſamment. Mais ſi l'on employe des additions, pour abſorber plus fortement l'huile, comme de la corne de Cerf brûlée,

de

de la cendre leſſivée, de la potache, des os calcinés, alors une bonne partie du Sel ſe détruit entierement. Les ſublimations ſur ſon propre *Caput mortuum*, ou avec le ſable, les cailloux, la brique pilée, les pipes nettes pulveriſées, ou l'argille pilée & brûlée, ſont à la vérité plus ſupportables ; mais il s'y attache quelque quantité de ſuye huileuſe, d'où vient, par exemple, qu'il reſte des pipes une matiere noirâtre de charbon. Cependant il ſe détruit toujours par là quelque choſe du Sel, & l'on ne ſçauroit non plus l'obtenir tout à fait blanc par cette voye ; il demeure toujours jaunâtre. Ceux qui promettent de le produire par l'addition de trois parties de Sel commun, ſont pareillement dans l'erreur. Cela fait à la vérité ſortir quelques gouttes d'acide huileux, qui participent auſſi un peu de l'Eſprit de Sel ; car elles précipitent le plomb de ſa ſolution en Saturne cornu : enſuite le Sel volatil ſe ſublime, mais encore notablement jaune, & le Sel commun demeure en arrière noirâtre, & impur par le mêlange de la terre fuligineuſe. Il y a des Auteurs qui avancent, que quand dans la diſtillation on joint à l'Ambre crud une partie de Sel commun, on obtient plus de Sel volatil ; & ils ſont dans l'idée, que cette augmentation eſt procurée par le Sel commun : mais cette ſuppoſition ne paroit point avoir de fondement. Si la quantité de Sel volatil eſt effectivement un peu plus grande, cela ne vient point de l'accrétion de l'acide du Sel, mais cela vient de ce que le Sel en raiſon de ſa maſſe tient les parties huileuſes & bitumineuſes plus éloignées les unes des autres. Au reſte, ſelon moi, la meilleure dépuration du Sel volatil d'Ambre, & où l'on en perd le moins, eſt celle qui ſe fait, quand on diſſout ce Sel avec de l'eau chaude, qu'on met d'abord dans le filtre un peu de coton, qui a été legèrement humecté avec de l'huile d'Ambre, & qu'enſuite on s'en ſert pour filtrer la ſolution ; alors la plûpart des parties huileuſes s'attachent au coton, & la ſolution paſſe plus pure à travers le filtre. On la fait enſuite évaporer avec un feu tout à fait doux, (quand l'évaporation ſe fait à découvert,) & l'on en procure la cryſtalliſation. Les premieres cryſtalliſations ſont les plus claires, & d'un jaunâtre foible, mais

mais les dernieres vont en diminuant, ſont plus brunes, plus huileuſes, & plus amères ; auſſi les met-on plus volontiers à part. On peut auſſi faire au bain-marie l'abſtraction de l'eau qui ſe trouve dans la ſolution filtrée, ſans s'inquiéter qu'il s'en aille en même tems quelque choſe du Sel volatil. Car il n'y a rien de plus mal fondé, que ce qu'avancent certains Auteurs, que dans la rectification des matieres tirées de l'Ambre en le diſtillant, le Sel volatil monte le premier, enſuite l'huile, & à la fin l'eau ; car cela n'arrive qu'aux Sels urineux des Animaux. Les Cryſtaux doivent être encore mis ſur du papier brouïllard, pour ſécher à l'air ; & le poids en eſt environ la trentième partie de celui de l'Ambre crud. Si l'on veut réïtérer quelquefois la dépuration avec l'eau, le Sel deviendra toujours plus clair, & plus blanc, mais jamais parfaitement blanc, ſans perte, & ſans un déchet notable. C'eſt d'un ſemblable Sel volatil d'Ambre, bien purifié une fois avec de l'eau, que j'ai fait uſage pour les Expériences ſuivantes.

Pour commencer par découvrir les propriétés générales & les réliations de notre Sel, j'y ai remarqué les Phenomenes que je vais indiquer. Ce Sel ſe diſſout à la vérité dans l'eau, mais il a beſoin pour cet effet de beaucoup d'eau ; voilà pourquoi l'eau chaude convient mieux, car pendant ſa chaleur elle attire conſidérablement de ce Sel, mais quand elle eſt réfroidie, une bonne partie en tombe au fonds. Cependant elle retient une certaine quantité de Sel diſſous ; & la premiere fois qu'elle entre en cryſtalliſation, ce n'eſt que comme des flocons, ou de l'éponge, & la couleur reſſemble à celle du Sucre candi poreux & brun. Les dernieres cryſtalliſations deviennent toujours plus obſcures ; mais, quand on a continué la dépuration, la premiere cryſtalliſation eſt à la ſurface ſupérieure d'un jaune clair, ou blanchâtre, il s'y forme de longues pointes, ou bien elle a l'apparence de plumes ; mais au contraire la ſurface inférieure & les ſuivantes ſont plus obſcures & plus irrégulieres. Cette cryſtalliſation ne coule point à l'air ; elle y demeure ſéche. En la frottant elle a une odeur piquan-

te de raifort, ſurtout lorsqu'elle eſt un peu échauffée. Le goût eſt acide, ſans avoir rien de corroſif, mais avec cela d'un huileux pénétrant, qui prouve qu'il y a manifeſtement avec l'acide une ſubſtance qui s'eſt diſſoute des parties huileuſes de l'Ambre ; ce que confirment également le goût, l'odeur, & la couleur. Son acidité ſe donne encore à connoitre, parce qu'elle écume & entre en efferveſcence avec les Sels alcalins fixes, & les Sels volatils urineux, auſſi bien qu'avec les terres alcalines, ou de chaux ; & parce qu'elle précipite des ſolutions alcalines de foye de ſouffre, de *Colophonium*, & d'autres ; au lieu qu'au contraire avec les Eſprits acides, comme le vinaigre, l'Eſprit de ſel, de nitre, &c. elle ne produit aucune efferveſcence, mais elle s'unit tranquillement avec eux. M. *Neumann* prétend, qu'elle change le Syrop de violettes, & lui donne un rouge ſenſible ; tandis qu'on avance au contraire dans le *Commercium Litterarium* de Nuremberg pour l'année 1744. p. 157. que ce ſel, quand même il ſeroit dépuré, teint en verd le Syrop de violettes, comme les alcalis ont coûtume de le faire ; mais il faut que cet Auteur ait employé un Sel falſifié. En effet mon ſel n'a point du tout donné la couleur verte au Syrop de violettes ; mais auſſi les parties huileuſes ont empêché que ce Syrop ne devint rouge, comme cela lui arrive autrement avec les acides ordinaires ; il eſt demeuré bleu, & l'on pouvoit à peine remarquer qu'il eut quelque diſpoſition à rougir. Au feu notre Sel eſt à la vérité volatil, & ſe laiſſe pouſſer en haut ; mais cela demande beaucoup plus de chaleur que pour les ſels volatils urineux. Car quand je mets une retorte avec de ce Sel dans l'eau bouïllante, & que je l'y tiens pluſieurs heures, il y demeure ſans altération, & il ne s'éleve rien de ſa ſubſtance : ce qui fait voir que ſa dépuration peut être effectuée au bain d'une maniere tout à fait ſure. Mais, lorsqu'on employe un feu de ſable aſſez fort, ce Sel entre en flux, & coule comme une huile ; après quoi ſeulement il monte un peu de liquide acide huileux, enſuite il ſe ſublime en bas des rayes huileuſes, & le Sel ſe condenſe en vapeur dans le cou de la retorte, ſous l'apparence de beure d'un jaune obſcur, & en partie en

forme

forme de plumes ; mais il a perdu alors conſidérablement de ſon poids. Il demeure en arrière un *Caput mortuum* noir & en charbon ; en ſorte que dans ce travail une bonne partie du Sel eſt détruite.

L'Huile de Therebentine refuſe de diſſoudre ce Sel ; au contraire quand on verſe quatre parties d'eſprit de vin très rectifié ſur une partie de Sel ſec, il s'en diſſout à la vérité peu au froid, mais il ſe fait ſeulement une extraction de quelques parties huileuſes, & la ſolution acquiert par là une couleur jaune ; à la chaleur au contraire il ſe diſſout une bonne partie du Sel, mais en le laiſſant enſuite au froid il s'en précipite de nouveau une certaine quantité. Le Sel qui eſt tombé, eſt bien enſuite un peu plus clair, mais encore ſenſiblement jaune, en ſorte que notre ſel ne ſe laiſſe point parfaitement blanchir par l'Eſprit de vin ſeul, comme quelques uns l'avancent. Il demeure auſſi un peu de Sel à froid dans l'Eſprit de vin ; & cela ſe manifeſte quand on allume cet Eſprit pour le faire brûler : alors reſte le Sel qui a été diſſous. Si l'on employe pour notre Sel un Eſprit vineux de Sel ammoniac, il le diſſout bientôt, & même avec effervescence, & la ſolution ſe teint d'un jaune foible. Mais ſi ce ſel eſt fort impur & huileux, l'Eſprit prend bien vîte une couleur rouge. Quand on brûle cet Eſprit de vin, il en reſte une liqueur ammoniacale. Cependant, comme toutes ces Expériences ne ſuffiſent pas encore pour déterminer, à quelle eſpece des acides notre Sel appartient proprement, & avec laquelle il a le plus d'affinité, ce qui fait la principale queſtion ; je paſſe au mêlange de ce Sel avec d'autres ſels, comme au moyen le plus propre à nous conduire à ſa vraye connoiſſance. C'eſt auſſi celui auquel ſe rapportent la plûpart de ceux qui ont voulu donner des inſtructions ſur ce ſujet, quoiqu'ils en ayent tiré des conſéquences tout à fait différentes. J'ai donc ſaoulé mon ſel diſſous d'Ambre avec une leſſive alcaline bien nette, ſuivant le poids naturel ; je l'ai enſuite filtré, & il eſt reſté ſéparément quelque matiere huileuſe dans le filtre ; après cela je l'ai fait coaguler doucement ; car il a beaucoup de peine, ou même il ne veut point du tout

ſe former en cryſtaux. Ce ſel coagulé coule à l'air, comme une terre feuïllée de Tartre, & après s'être fondu, il laiſſe beaucoup de terre huileuſe. En le faiſant enſuite évaporer doucement en fumée, il en réſulte un ſel brunâtre fort ſoluble. Après la ſaturation il a bien augmenté la moitié de ſon poids, de ſorte qu'il ſaoule beaucoup d'alcali. Mais que toutes les parties huileuſes doivent ſe ſéparer par ce moyen, c'eſt ce qui ne ſe trouve point ; la couleur indique même le contraire. Ce Sel compoſé entre encore en effervescence, auſſi bien avec l'Eſprit de nitre qu'avec l'huile de Vitriol ; mais dans l'un & l'autre cas l'odeur qui en ſort n'eſt pas acide, elle a quelque choſe de ſulphureux & d'huileux, & rien par conſéquent n'y tient d'une vapeur corroſive de ſel. Mais l'ayant encore pleinement ſaoulée deux fois avec quelque quantité de Sel d'Ambre, il ne s'eſt plus fait d'effervescence avec l'Eſprit de nitre, pas ſeulement même avec l'Eſprit de vitriol, & il n'en ſort aucune vapeur d'Eſprit acide ; par où il ſe diſtinguc notablement, tant de la terre feuïllée de Tartre, qui ſans cela eſt la matiere, qui a le plus de reſſemblance avec lui, que du Sel commun régénéré. J'ai fondu ce Sel ſeul par un chalumeau, mais il ne vouloit pas bien entrer en flux ; mais, après qu'il avoit été pendant quelque tems à ce feu, le ſel qui en reſtoit entroit de nouveau en effervescence avec l'eau forte : d'où s'enſuit qu'il étoit redevenu manifeſtement alcali, & qu'il avoit perdu ſon acidité. Cela arrive auſſi avec la terre feuïllée de Tartre. Autrement ce ſel moyen eſt beaucoup plus ſoluble dans l'eau qu'un Tartre vitriolé ; il ne petille point non plus, ni ne ſaute, ſur les charbons ardens, comme ont coutume de le faire le Sel commun & le Tartre vitriolé. J'ai encore diſtillé ce Sel moyen ſeul par une retorte ; il s'en éleve un Eſprit amer & huileux, à peu près comme un Eſprit de tartre, & il teint le Syrop de violettes, non en rouge, mais d'une couleur verdâtre ; ce qui montre qu'il eſt devenu en quelque ſorte un foible urineux. *Petermann* & *Rivinus* ont déjà remarqué que le Sel alcali auſſi bien que la chaux rendent le Sel d'ambre urineux, quoique *Lemery* le nie ; mais il eſt pourtant vrai qu'il eſt plutôt engendré & compoſé

compoſé que ſimplement ſéparé. Cet Eſprit ne précipite point non plus la liqueur de Sel ammoniac fixe, parce que c'eſt un urineux trop foible ; par conſéquent l'acide de l'Ambre eſt détruit ici de la même maniere que dans la terre feuïllée de Tartre, quand on la pouſſe ſeule à un feu violent. A' la fin il ſortit avec des vapeurs épaiſſes & blanches une huile empyreumatique. Quand on leſſive le *Caput mortuum*, & que l'on coagule ce qui a été leſſivé, cela redonne un Sel alcali brunâtre, qui entre en effervescence avec tous les Acides. On voit ici manifeſtement une propriété, qui n'indique, ni un acide ordinaire de Sel, ni un acide de vitriol ; mais qui déſigne plutôt un acide végétable, ou un acide volatil de Vitriol. Car, quand on diſtille à part un alcali fixe, imprégné & ſaoulé avec un Eſprit volatil de Soufre, il s'éleve alors un Eſprit volatil, & le réſidu, qui eſt redevenu alcalin, entre en effervescence avec les acides. Si l'on en fait la ſolution avec de l'eau, cela donne une ſolution alcaline de foye de Soufre. Mais, en faiſant cette Expérience, il faut prendre garde, que l'alcali ſulphureux ne ſoit pas trop vieux, & qu'il n'ait ſurtout pas été longtems expoſé à l'air ; car j'ai trouvé qu'alors l'air avoit tout à fait enlevé le volatil ſulphureux, & que le reſte étoit devenu un acide vitriolique groſſier ; d'où vient que ce reſte, après avoir été embraſé, n'a point produit d'alcali, mais s'eſt converti en Tartre vitriolé. Au contraire un alcali ſulphureux, tout frais, ou bien conſervé, donne, quand on le diſtille ſeul, un Eſprit ſulphureux de mauvaiſe odeur, qui a quelque choſe d'urineux, & le réſidu eſt un foye alcalin de Soufre. Jusques là donc il ſe trouve quelque analogie avec notre ſel compoſé ; cependant il y a de la difference entr'eux, c'eſt à dire, entre la terre feuïllée de Tartre, ou l'alcali ſulphureux, & notre compoſé ; laquelle conſiſte en ce que, lorsqu'on y verſe de l'huile de Vitriol, l'un pouſſe auſſi-tôt un acide de Vinaigre extrêmement concentré, & l'autre l'Eſprit volatil de Soufre le plus fort, ce qui eſt accompagné de vapeurs. Mais cela n'arrive point à notre compoſé ; car quand j'ai ajouté à ce ſel moyen la moitié d'huile de Vitriol, & que je l'ai enſuite diſtillé, il ne

s'éleve qu'un Eſprit acide foible, après quoi une partie du Sel volatil d'Ambre ſe ſublime ſans aucun changement notable, ſinon qu'il eſt plus blanc & plus pur. Il demeure un *Caput mortuum* fuligineux & noir, dans lequel il y a du Tartre vitriolé. L'Eſprit qui s'eſt élévé dans cette opération a de l'acidité, il entre en effervescence avec un alcali ; mais il ne précipite point la ſolution de Sel ammoniac fixe, & par conſéquent il ne contient rien de vitriolique : au contraire il précipite la ſolution de plomb, & ce phénomene ſemble presque être un argument pour prouver qu'il participe en quelque choſe de l'acide du Sel. Cependant pluſieurs autres circonſtances, ou Expériences, qui ſeront rapportées dans la ſuite, ne favoriſent pas cette opinion, ou bien il faudroit que le mêlange de l'huile eut produit une altération tout à fait particuliere. Outre cela j'ai mêlé une partie de cet Eſprit avec deux parties d'Eau forte, ce qui a donné une Eau régale, quoique foible ; elle diſſolvoit l'or, au lieu qu'elle rongeoit l'argent, & le réduiſoit en chaux blanche. Cela ſemble auſſi indiquer un acide de Sel. Mais pourquoi le même effet ne s'obſerve-t-il pas, quand on diſſout le Sel d'Ambre pur dans l'Eau forte ? Car alors il ne procure point la ſolution de l'argent, ni de l'or. Et j'ai fait plus d'une Expérience, où j'ai diſſous l'or avec d'autres liquides, ſans qu'il ſoit ſurvenu au menſtruë la moindre trace de ſel commun, ou d'Eſprit de ſel. Il faut ajouter, que dans de ſemblables compoſitions il ſe manifeſte aſſez ſouvent de nouvelles générations, qui n'y avoient pas auparavant exiſté dans cette forme, mais qui y ſont compoſées pour la premiere fois, & qui découvrent enſuite d'autres propriétés.

Si l'on mêle le Sel d'Ambre le plus pur avec un Eſprit urineux, il ſe fait une ébullition des plus fortes ; & après une ſaturation ſuffiſante, cela fait une Liqueur moyenne ammoniacale oléagineuſe, qui fournit un bon remède réſolvent & apéritif, moins échauffant que la Liqueur ambrée de corne de Cerf, où il y a plus d'huile, ſurtout quand elle n'eſt pas tout à fait rectifiée : car celle-ci renferme conſidérablement

plus

plus d'une huile empyreumatique. Si l'on diſtille notre Liqueur moyenne, il s'en éleve un Eſprit ammoniacal volatil, & cela ne donne point de Salmiac ſec, excepté qu'à la fin il s'attache en haut très peu d'un Salmiac ſec, mais d'un huileux pénétrant ; ainſi il en réſulte pour la plus grande partie une Liqueur ammoniacale volatile, par où il ſe diſtingue de l'acide de Sel & de Vitriol, qui donnent un Salmiac ſec. Au contraire l'acide végétable & l'acide nitreux paſſent avec les urineux en un Eſprit ammoniacal volatil.

J'ai de plus mêlé le Sel d'Ambre ſec avec poids égal de Salpetre purifié, & les ai mis à diſtiller dans une retorte ; il s'éleva d'abord quelques gouttes par deſſus, enſuite monterent des vapeurs rouges, après quoi tout détona avec un éclat véhément. Je l'avois préſumé d'avance ; c'eſt pourquoi je n'avois pris qu'une petite quantité de chacun. Que le Salpetre s'enflamme & détone avec l'Ambre crud, c'eſt ce qui eſt connu, & M. *Bourdelin* en a auſſi fait mention ; d'ailleurs le nitre ne détone point avec les Corps fluides inflammables, mais ici l'acide du nitre concentre premièrement la partie huileuſe en un corps dur, ſemblable au charbon, & c'eſt celui-ci qui s'embraſe enſuite avec le Salpètre. Si l'on vouloit chercher à perfectionner encore cette maniere de diſtillation, on pourroit le faire en la mettant dans une retorte à tuyau chaude.

J'ai encore diſtillé le Sel d'Ambre par une retorte avec poids égal de Salmiac commun ; il en ſort un Eſprit de ſel acide, brun en couleur, dont l'odeur eſt très forte, lequel entre en effervescence avec les acides, & précipite la ſolution de plomb en Saturne cornu. Enſuite il ſe ſublime quelque choſe d'un Salmiac blanc, qui a les mêmes propriétés que le Salmiac commun, & qui précipite la ſolution de plomb. A la fin il s'éleve une grande quantité, & tout à fait imprévuë, d'une matiere fuligineuſe, ou bitumineuſe, & au fonds il reſte quelque choſe de ſemblable qui eſt luiſant. Cette Expérience doit paroitre aux Amateurs de ces matieres digne d'une recherche ultérieure, puiſqu'ici toutes

tes les parties huileuſes ſont détruites, & que par leur union avec l'acide de Sel concentré elles deviennent également poiſſeuſes ou bitumineuſes. Car on obtient beaucoup plus de ſemblable terre de charbon par cette voye, que l'on n'a employé de Sel d'Ambre pour faire l'Expérience. Immédiatement après, j'ai mêlé le Sel d'ambre avec poids égal de Borax, & en ai procuré la diſtillation; d'abord il ſort quelque phlegme qui vient du Borax; enſuite il s'éleve beaucoup d'écume, & cela à une hauteur beaucoup plus conſidérable que le Borax n'a coûtume de le faire ſeul. J'ai repouſſé enſuite le même mêlange, & y ai donné de nouveau un feu de ſublimation; il en eſt alors ſorti quelques gouttes huileuſes, mais qui ne portent aucune altération au Syrop de violettes; ce qui prouve que le Borax, auſſi bien que le Sel alcali & la Chaux vive, détruit la ſubſtance acide de notre Sel. Il eſt demeuré un *Caput mortuum* noir, qui, à cauſe de la terre de charbon qui s'y trouvoit, entroit difficilement en flux.

Le mêlange de notre Sel avec les Eſprits acides doit pareillement contribuër à nous en donner une connoiſſance plus exacte. J'ai verſé pour cet effet ſur une partie de Sel d'Ambre quatre parties d'Eſprit de ſel; à froid il n'a cauſé presque aucune ſolution, mais au contraire à la chaleur presque tout s'eſt coagulé, comme une gélée. Après le réfroidiſſement je l'ai mis à diſtiller, & il s'eſt élevé un Eſprit de ſel; enſuite le ſel ſe ſublime presque tout entier ſans aucun changement, d'abord comme un beure ferme, enſuite comme un Alun de plume à longs filets. Dans cette opération il eſt d'un beau blanc & pur, parce que la partie huileuſe en eſt détruite; & ce qui reſte eſt comme un *Caput mortuum* de charbon. Par cette voye on dégage le mieux le Sel de ſa ſubſtance huileuſe; mais auſſi ce Sel purifié, & délivré de ſon huile, ne précipite point la ſolution de plomb, par conſéquent il n'a rien pris de l'acide du Sel; & cela confirme la préſence d'un acide végétable, puiſqu'on ne ſçauroit prétexter que la ſubſtance huileuſe n'altère l'acide du Sel, ou du Vitriol, & n'y peut apporter de change-

changement, qu'auſſi longtems qu'elle y demeure unie. Car, lorsqu'on l'en a ſéparé de cette maniere, il faut qu'au moins alors ſa propriété naturelle ſe manifeſte. L'Eſprit, qui s'eſt élevé dans la diſtillation, ne diſſout point l'or; ainſi il n'y a point ici d'acide nitreux à ſoupçonner; mais il ne diſſout point non plus l'argent, ſeulement avec le temps il le convertit en une eſpece de chaux blanche, ou de Lune cornuë. D'ailleurs cet Eſprit de ſel eſt ici conſidérablement affoibli par les parties huileuſes. Si l'on diſſout de la chaux vive dans l'acide du Sel, ou qu'on prenne à ſa place la liqueur de Sel ammoniac fixe, & qu'on y verſe enſuite de la ſolution de Sel d'Ambre, tout demeure clair, & rien ne ſe précipite; ce qui fournit une forte preuve, qu'il n'y a rien de l'acide du Vitriol qui y ſoit contenu; car autrement il ne manque guère de ſe trahir bien vîte.

De la même maniere j'ai verſé ſur une partie de notre Sel quatre parties d'Eau forte. A' la vérité il y ſurvient à froid un peu de couleur jaune, néammoins il s'en diſſout peu, mais à la chaleur tout ſe diſſout & demeure clair; avec cette circonſtance qu'il ne ſe coagule point, comme dans les ſolutions précédentes. Si le Sel eſt fort huileux, alors il donne une teinture plus rouge à l'Eau forte. J'en fis enſuite la diſtillation, & il s'éleva en jettant des vapeurs jaunes; au milieu de la diſtillation il ſe ſublima auſſi quelque choſe du Sel au-deſſous, mais ce qui étoit fluide s'échapa par-deſſus. L'Eſprit qui s'étoit élevé, auroit dû devenir une Eau régale, ſi dans le Sel d'Ambre il y avoit quelque choſe de l'acide du Sel commun qui fut caché, mais cela n'arriva point; il n'attaque point l'or, au lieu qu'il diſſout incontinent le Mercure & l'Argent, & démontre ainſi la préſence d'un acide végétable.

A' préſent il reſte encore le plus fort & le plus peſant de tous les acides, qu'on a coutume d'appeller, lorsqu'il eſt fortement concentré, huile de Vitriol. Il y a déjà cent ans qu'un vieux Chymiſte Allemand, nommé *Michel Crügner*, qui a donné à cette Huile le titre d'*Acetum*

principale, ou de *Spiritus principalis*, a remarqué que, quand on en mêle un lot parmi une livre d'Ambre crud, & quon en fait enſuite une diſtillation réguliere, on obtient par là conſidérablement plus de Sel volatil d'Ambre qu'à l'ordinaire. Je n'attribue pas tant cette augmentation à l'accrétion de l'acide du Vitriol, qu'à l'effet que produit ici l'huile de Vitriol, en mortifiant rapidement une partie de la terre bitumineuſe, en ſorte qu'elle laiſſe aller ſon ſel volatil d'autant plus pur. Ce qu'il y a de certain, c'eſt que cela ne préjudicie point au ſel volatil, & qu'il n'eſt nullement rendu impur par là, parce que l'huile de Vitriol ne détruit point le Sel volatil, mais qu'elle trouve aſſez à faire avec les parties huileuſes de l'Ambre, & s'unir à elles; & que le Sel volatil n'en tire point non plus de propriétés vitrioliques étrangeres. Quelques uns ſont dans la penſée qu'on peut en conclurre l'identité de ce ſel avec l'acide vitriolique; mais les Expériences ſuivantes feront voir le contraire. Il eſt à la vérité certain que, quand on verſe l'huile de Vitriol ſur le Sel volatil d'Ambre, elle n'entre point en effervescence avec lui, elle ne fait point monter non plus de vapeur acide, comme il arrive autrement, lorsqu'on verſe ſur le Sel, le Salpetre, ou le Salmiac. Cependant, en mettant deux parties de Sel d'Ambre dans une retorte de verre à tuyau, les délayant avec un peu d'eau, & verſant enſuite deſſus une partie d'huile de Vitriol; après quoi, le tuyau étant bien affermi, en diſtillant à un feu modéré, il s'éleve quelque quantité d'un liquide foiblement acide, qui précipite auſſi une ſolution alcaline de foye de ſouffre, & celle de plomb, mais qui ne précipite point la liqueur de Sel ammoniac fixe. J'ai diſtillé enſuite le reſte à part à un feu plus fort, & la plus grande partie du Sel volatil s'eſt ſublimée ſans deſtruction, l'huile de Vitriol s'élevant en même temps en vapeurs; ce qui reſte eſt une terre noire, legère & poreuſe. Ainſi l'huile de Vitriol n'a point pu détruire ce ſel volatil, à l'exception de quelques unes de ſes parties huileuſes, mais il s'eſt élevé ſans altération, bien qu'il s'en ſoit attaché quelque choſe à la ſurface de l'huile de Vitriol, qui a été pouſſée enſuite.

Je

Je voulus eſſayer ſi ce mixte pourroit être de quelque uſage pour la volatiliſation des Corps métalliques. Pour cet effet je mêlai deux parties de ſucre de Saturne avec une partie de ſel d'Ambre. En rapant, le mêlange ſe mit tout en bouïllie ; je verſai enſuite deſſus une partie d'huile de Vitriol ; cela donna une odeur fort acide, parce que l'huile de Vitriol dégageoit le vinaigre du plomb. Dans la diſtillation il s'éleva en haut par rayes un Eſprit acéteux ; enſuite monta un ſublimé abondant, mais qui contenoit le Sel volatil d'Ambre presque ſans altération ; car en ayant fait l'eſſai ſur l'or, il ne ſe montra aucune trace de l'argent vif. Le *Caput mortuum* demeura d'un noir gris. Il en fut de même dans une autre Expérience, où je pris deux parties de Vitriol de Chypre avec une partie de ſel d'Ambre, que je rapai enſemble ; il ne s'en fit point de bouïllie en rapant, comme dans le cas précédent : je verſai deſſus une partie d'huile de Vitriol, il en ſortit une odeur acide, & dans la diſtillation qui ſuivoit il s'éleva un Eſprit acide, qui avoit une forte odeur de Soufre ; après quoi le ſel volatil ſe ſublima auſſi presque ſans aucun changement. Il demeura un *Crocus Veneris* d'un brun rougeâtre, qu'on peut employer à colorer la fritte de verre.

Avant que de finir, je crois qu'il eſt encore néceſſaire d'examiner les rélations de notre Sel avec quelques terres, & quelques métaux. De la chaux vive, par exemple, mêlée avec poids égal de nôtre ſel volatil, donne d'abord dans la diſtillation un phlegme, qui ne cauſe aucune altération au Syrop de violettes, & qui ne montre par conſéquent aucune qualité urineuſe, quoique le Docteur *Petermann* en affirme l'exiſtence, mais peut-être qu'il avoit employé une autre proportion. Le réſidu étant leſſivé & filtré, donne une ſolution de chaux dans l'acide, & cela comme un acide végétable ; car cette ſolution ſe précipite auſſi bien de l'huile de Tartre par défaillance, que de l'huile de Vitriol. La terre qui demeure après qu'on a leſſivé, entre encore en effervescence avec l'Eau forte ; ainſi elle n'eſt pas devenuë ſelenitique,

tique, comme cela auroit pourtant dû arriver, s'il y avoit un acide vitriolique caché dans le ſel d'Ambre. Si l'on met auſſi de la chaux dans une ſolution de ſel d'Ambre faite avec de l'eau, elle s'y diſſout avec quelque effervescence, enſuite elle ſe coagule comme une gelée ; cette gelée étant délayée avec de l'eau chaude & filtrée, donne auſſi une ſolution, qui ſe précipite également du ſel alcali, & de l'acide vitriolique.

Le Sel d'Ambre diſſous avec l'eau, & bouïlli avec du Soufre, n'en prend rien avec ſoi. Au contraire il diſſout le Zinc, comme ont coutume de faire tous les acides, & ſe laiſſe enſuite précipiter avec un alcali, mais non avec un Eſprit urineux ; & quand celui-ci a été une fois verſé abondamment deſſus, il ne ſe précipite plus par aucun ſel alcali. Quand on diſſout du Régule d'Antimoine avec de l'Eſprit de nitre, & qu'on y ajoute du ſel d'Ambre, cela donne quelque effervescence, mais dans la diſtillation qui ſuit on n'obtient point de beure d'Antimoine, comme cela devroit pourtant être, s'il y avoit un acide de ſel commun qui y fut contenu. Les ſolutions d'Argent & de Mercure dans l'eau forte n'en ſont point précipitées. La ſolution de ſel verſée ſur du cuivre en maſſe, a de la peine à en être attaquée, & ce n'eſt que la longueur du tems qui en rend l'effet ſenſible ; au contraire la cendre de cuivre en eſt rongée plus vîte. Cette même ſolution de ſel ne précipite pas la ſolution de plomb du vinaigre, ce que font pourtant ordinairement toutes les préparations de Sel commun & de vitriol ; mais elle demeure tout à fait claire, & ſans être troublée, ce qui n'arrive qu' avec l'acide végétable, & l'acide nitreux. Au contraire, quand je verſe la ſolution de notre Sel ſur du plomb ou ſur du vermillon, & en procure la digeſtion, rien ne veut s'y diſſoudre ; car le liquide qu'on en fait écouler, n'a aucun goût douceâtre de plomb, & le ſel commun n'en précipite rien ; & à cet égard les choſes ſe paſſent autrement qu' avec le reſte des acides végétables. Quant au fer, non ſeulement il le réduit bientôt en *Crocus* par la coction, mais il ſe charge

ge auſſi de quelques unes de ſes parties ; à la vérité la ſolution a peu de couleur ; ſi l'on y ajoute une ſolution alcaline, cela ſe trouble en devenant épais & blanchâtre, mais enſuite il ſe poſe un ſédiment, ou *crocus* verdâtre, aſſez abondant. L'Eſprit urineux le précipite de la même maniere.

J'ai diſſous une fois un lot de ſucre de Saturne dans du vinaigre diſtillé, & j'y ai jetté une dragme de ſel d'Ambre, qui avoit auſſi été diſſoute dans le vinaigre ; j'ai tout tiré ſur une retorte, & j'ai donné à la fin un feu véhément ; il ne s'eſt élevé à la vérité rien de ſenſible du plomb ; au contraire le *Caput mortuum* noir & poreux qui eſt demeuré, s'enflamme aiſément, quand il vient à l'air, lorſqu'on briſe la retorte, & il brûle comme un Pyrophore ; après quoi il reſte une chaux jaune qui reſſemble à de la litarge. Il eſt manifeſte que cette inflammation vient de l'accrétion des parties inflammables du ſel d'Ambre & du vinaigre qui ſont unies au plomb, & que l'air met dans un mouvement intérieur, d'où réſulte cet effet.

Toutes les Expériences que j'ai rapportées jusqu'ici ſuffiront, à ce que j'eſpère, pour démontrer d'une maniere convainquante la foibleſſe des fondemens ſur leſquels bâtiſſent ceux qui ont affirmé poſitivement, qu'il y avoit dans le Sel d'Ambre un acide de Sel, ou de Vitriol. Car, pour ce qui regarde l'acide du Sel, on ne ſçauroit nier à la vérité, qu'une bonne partie de l'Ambre ne ſoit produite par l'eau ſalée de la Mer ; & le peu de ſel, qu'on tire de l'Ambre crud en le faiſant bouïllir avec de l'eau, ou celui qui ſe trouve dans le *Caput mortuum* d'Ambre tout à fait brûlé, doivent bien venir de ce qu'il s'eſt attaché extérieurement à l'Ambre quelque choſe de la ſalure de la mer ; mais cela ne parvient point jusqu'au ſel volatil acide ; & l'Expérience qu'on allegue pour le prouver, ſavoir que l'Ambre crud avec deux parties de Salpetre détone, & qu'à la fin il en ſort quelque quantité de Sel commun ; cette Expérience, dis-je, demande encore bien des précautions, malgré ce qu'on obſerve encore, que le Sel qui reſte après la

détonation & la ſéparation, précipite le plomb & l'argent ſous une forme blanche. Car il ſe peut que le Salpètre ait été impur, & qu'il ait contenu quelque portion de Sel, comme cela arrive ordinairement, quand on ne l'a pas exactement épuré; & il faut bien que dans la détonation tant la partie huileuſe que la partie acide de l'Ambre ſoyent détruites. De plus les alcalis précipitent auſſi l'argent & le plomb de l'eau forte ſous une forme blanche; ainſi l'on ne ſçauroit tirer aucune conſéquence de cette couleur. On auroit dû eſſayer, ſi l'argent ſe réüniſſoit auſſi en Lune cornuë, ou ſi la chaux précipitée, mêlée avec le régule d'Antimoine, donnoit auſſi un beure d'Antimoine. Je vais plus loin encore, & je dis qu'il a pû auſſi s'engendrer, ou ſe compoſer, quelque choſe de l'acide du Sel. Au contraire rien n'empêche de croire, que, quand on fait l'extraction de l'ambre crud avec l'huile de Tartre par défaillance, & qu'on en fait la filtration ſix fois tous les quinze jours, il en ſort un ſel commun, qui avec l'huile de Vitriol pouſſe en vapeurs un Eſprit de ſel; mais ce ſel n'eſt autre choſe que le peu de Sel marin, qui s'eſt attaché à la ſurface de l'Ambre, & que j'ai dit pouvoir en être ſéparé, ou ſimplement par l'extraction avec l'eau, ou en le tirant du *Caput mortuum* calciné: mais ce n'eſt-point là nôtre Sel volatil acide diſtillé d'Ambre. On ſe trompe auſſi en croyant qu'il n'y a que le Sel commun qui décrépite ſur les charbons; cela arrive également au Tartre vitriolé.

Les preuves deſtinées à établir, que l'acide de l'Ambre doit avoir la propriété vitriolique, ou procéder du Vitriol, ſont pareillement inſuffiſantes. Il eſt bien vrai que l'huile de Vitriol ſe mêle avec le ſel d'Ambre tout à fait tranquillement, ſans aucune effervescence, & ſans qu'il en ſorte de vapeurs; mais cela n'arrive pas parce que ce ſont des matieres homogenes, il faut l'attribuër à ce que la matiere molle & huileuſe adoucit l'acide du Vitriol, & l'envelope. Pour en être convaincu, il n'y a qu' à prendre un morceau de Tartre, ou un morceau de ſucre, ou des fleurs de *Benzoe*, & y verſer de l'huile de Vitriol goutte

goutte à goutte, on verra alors que cette huile s'imbibe de même tout doucement, ſans effervescence ni vapeur. Dans tous ces Corps il y a manifeſtement un acide, mais qui eſt toujours uni en quelque ſorte avec des parties graſſes ou inflammables ; cependant perſonne ne s'aviſera de ſoutenir qu'on doit en conclure, que l'acide du Tartre, du ſucre, & de fleurs de *Benzoe*, eſt de la même nature que l'acide du Vitriol.

Enfin tout ce qui a été dit dans ce Mémoire, met en état de juger aiſément de ce que l'on doit ſe promettre des compoſitions artificielles d'Ambre qui ont été propoſées jusqu'à préſent par *Glauber*, *Boccone*, *Le Mort*, *Neumann*, & d'autres : c'eſt qu'elles ne rempliſſent point l'attente qu'ils en font concevoir. Ce ne ſont pour l'ordinaire que des Réſines coagulées, ou des corps bitumineux, qui ne donnent point ſur les charbons une odeur d'ambre, ne produiſent point dans la diſtillation notre Sel volatil acide, & n'ayant point la dureté propre à l'Ambre, ne ſçauroient être réputés la même matiere. Et quand même on viendroit à bout d'imiter parfaitement l'Ambre avec l'acide du ſel, ou du Vitriol, il n'en réſulteroit pourtant pas encore, que le ſel acide d'Ambre qu'on en tireroit, dût être d'une nature ſaline, ou vitriolique ; mais l'on feroit ſeulement d'autant plus convaincu par là, que ces acides, par une union particuliere, & plus étroite avec les parties inflammables, ſe transforment en une autre ſorte d'acides, & ne conſervent plus la nature & les propriétés qu'ils avoient auparavant. L'exiſtence d'un acide univerſel peut ſervir à expliquer comment cet acide devient un acide végétable, & repandre du jour en même tems ſur la grande & vaſte Science du *Metaſchematiſme*, ou de la Transformation des Sels. Car la conſéquence palpable de toutes les Expériences précédentes, c'eſt que le Sel volatil d'Ambre n'eſt, ni un acide ordinaire de Sel, ni un acide ordinaire de Vitriol, mais qu'il reſſemble dans le plus grand nombre de points à l'acide végétable ; comme réciproquement les fleurs de *Benzoe*, en égard à leur ſublimation ſéche & à quelques autres

autres circonſtances, ont beaucoup de rapport avec notre Sel, ſuivant que M. *Neumann* l'a déjà remarqué, avec cette difference ſeulement que celui-ci, à cauſe de la quantité de ſes parties réſineuſes, ſe diſſout très promptement dans l'Eſprit de vin, tant ſimple que très rectifié, & qu'il lui donne un goût fort piquant.

Rien ne ſeroit plus efficace pour opérer une entiere conviction, que de pouvoir produire un Sel d'Ambre par voye de compoſition; & l'on a eſſayé s'il étoit poſſible de le tirer du mêlange & de la digeſtion du Tartre crud & de l'huile d'Ambre, ou de l'*oleum petræ*; mais jusqu'à préſent cela n'a pas voulu réüſſir. Il arrive ſouvent que la longueur du tems pendant pluſieurs ſiecles amene à la fin de ſemblables compoſitions, qu'il n'eſt pas aiſé à la Chymie d'effectuer par des voyes plus abrégées.

EXAMEN

EXAMEN CHYMIQUE DU BOIS DE CEDRE,

PAR M. MARGGRAF.

Traduit de l'Allemand.

I.

Ce Mémoire a pour objet unique l'examen du bois de Cédre, tel qu'on l'apporte ici à l'ordinaire pour le vendre, dépouillé de ſon écorce, & dont le bois blanc qui touche immédiatement à cette écorce, eſt même presque entierement détaché. Ce n'eſt donc que la partie rouge & odoriférante de ce bois, qui a été employée à mon travail; & c'eſt d'elle ſeule qu'il faut entendre toutes les recherches dont je vais rendre compte.

II. L'Arbre duquel on tire ce bois, dit de Cédre, porte les noms ſuivans;

Abies foliis faſciculatis acuminatis Linnæi,
Larix orientalis, fructu rotundiori obtuſo Turnefortii,
Cedrus Hebræorum Libani & Paleſtinæ præcelſa Adamii Lobelii, &
Cedrus conifera foliis laricis Caſpari Bauhini,

Cet Arbre croit ſur les Monts *Liban*, *Taurus* & *Amanus*, quoique ce ne ſoit pas en grande quantité; au contraire on le trouve aujourdhui beaucoup plus abondamment en Afrique, dans le Royaume de *Congo*, où les habitans employent ce bois à conſtruire des Vaiſſeaux. On en trouve auſſi dans les Isles *Terceres*, dans la Nouvelle Eſpagne, dans la Virginie, & dans la Floride.

III. Quoique le bois de Cédre appartienne à l'eſpece des pins, ſapins, & autres arbres qui donnent de la réſine & de la therébentine; il s'en diſtingue cependant par ſa legèreté particuliere, auſſi bien que par ſa couleur rouge, & par ſon odeur agréable ; ce qui fait auſſi que l'huile eſſentielle, ſéparée de ce bois de Cédre, eſt fort differente de celle qu'on tire des autres bois que je viens de nommer. C'eſt ce que la ſuite de ce Mémoire fera voir plus au long.

IV. Je viens à préſent au fait, & je rapporte les opérations Chymiques que j'ai faites ſur le bois de Cédre, aprés la lecture desquelles chacun pourra aiſément juger en quoi il diffère des autres bois dans l'eſpece desquels on a coutume de le placer, & l'on découvrira en même tems les parties qui le conſtituent. J'ai pris donc quelques livres de ce bois, après en avoir ôté ſoigneuſement ce qui pouvoit encore reſter autour de la partie blanche de l'écorce, laquelle n'a point d'odeur ; & j'ai rapé le bois même. J'ai mis une livre de ce bois rapé dans un vaiſſeau à diſtiller, j'ai verſé deſſus ſix à huit quartes d'eau nette, & j'ai procédé à la diſtillation en la maniere accoûtumée, en faiſant paſſer dans un récipient adapté pour cet effet deux on trois quartes de liqueur diſtillée ; mais j'eus la précaution de ſéparer la premiere quarte, comme contenant le plus d'huile eſſentielle, en changeant le récipient. De cette maniere je tirai toute l'huile eſſentielle du bois de Cédre, en ſorte qu'à la fin il en reſtoit à peine quelques gouttes, qui ne ſignifioient plus rien. Après cela je levai toute l'huile qui ſurnageoit au deſſus de ces differentes diſtillations d'avec l'eau qui étoit au deſſus, en me ſervant pour cet effet d'un verre à ſéparer ; & cela me donna le poids d'un peu plus de deux dragmes d'huile eſſentielle, que m'avoit fourni une livre de bois de Cédre rapé.

V. Cette huile eſſentielle eſt une huile aſſez épaiſſe, jaunâtre, ou même ſouvent aſſez jaune, & qui a l'odeur du bois de Cédre ; elle ſe diſſout aſſez aiſément dans de l'Eſprit de vin très rectifié, à un froid médiocre elle s'épaiſſit & prend plus de conſiſtance, mais à un plus grand

grand degré de froid elle s'épaiſſit tellement qu'on peut tourner le verre qui la contient, ſans qu'il s'en écoule une ſeule goutte. Ici cette huile eſſentielle, tirée du bois de Cédre, ſe diſtingue tout à fait des huiles qu'on tire des autres eſpeces de bois indiquées au §. III. ſavoir de l'huile de Templin, de Therébentine & de Pin, qui au plus grand froid ne s'épaiſſit point. Avec cela cette huile eſſentielle du bois de Cédre eſt beaucoup plus peſante que les huiles ſusdites, puiſqu'étant mêlée avec l'Eſprit de vin le plus rectifié elle ne s'éleve pas ſi aiſément ſur l'alembic, que ces autres huiles. Cette même huile de bois de Cédre eſt auſſi beaucoup plus difficile à diſtiller avec de l'eau, que l'huile de Templin, de Therébentine, & de Pin.

VI. Pour continuer à ſéparer les autres parties ſolubles de ce bois, je pris un quart de livre, ou quatre onces, de bois de Cédre rapé bien fin, je le mis dans une poële de cuivre nette, je verſai deſſus une quantité ſuffiſante d'eau froide, je fis cuire ce mêlange jusqu'à diminution de la moitié, & exprimai la décoction par un drap. Je fis cuire de nouveau ce qui étoit reſté dans le drap avec davantage d'eau, & je continuai jusqu'à ce que l'eau n'eut plus, ni goût, ni teinture; après cela je filtrai les décoctions, & je procurai l'évaporation jusqu'à la conſiſtance d'un Extrait, ce qui me donna ʒ v gr. 30 d'Extrait aqueux, ou de premiere gomme. Cet Extrait avoit une odeur aſſez agréable, jointe à un goût de ſel; & avec le tems il ſe forma à la ſurface pluſieurs petits cryſtaux ſalins, qui, ſuivant toutes les épreuves que j'en ai faites, n'étoient autre choſe qu'un ſel commun. Enſuite je fis bien ſécher le bois qui étoit reſté de l'extraction précédente, & je trouvai qu'étant deſſéché il peſoit encore trois onces & deux dragmes. Je pris cette partie bien deſſéchée du bois, qui étoit demeurée de l'extraction faite avec l'eau, je la mis dans un alembic, & je verſai deſſus autant qu'il faloit d'Eſprit de vin très rectifié. Je le mis enſuite à une forte digeſtion, j'en preſſai dehors le mixte, & ſur ce qui étoit reſté après l'expreſſion je mis de nouveau de l'Eſprit de vin très rectifié

frais. Je continuai ces extractions, jusqu'à ce que l'Eſprit de vin ne prit plus la moindre couleur. Après cela je verſai toutes ces extractions enſemble, & je fis l'abſtraction de l'Eſprit de vin qu'elles contenoient, jusqu'à ce qu'il reſtât environ deux onces de liqueur. Je verſai ces deux onces reſtantes dans un petit vaſe, & je les fis évaporer jusqu'à la conſiſtance d'un Extrait épais ; ce qui me procura encore deux Scrupules d'un Extrait réſineux, pur, ou ſecond, qui avoit une fort bonne odeur balſamique.

VII. Je changeai après cela la maniere de procéder à l'extraction, & au lieu de l'eau que j'y avois employée auparavant, je me ſervis d'abord d'Eſprit de vin. Je mis enſuite un quart de livre, ou quatre onces, de bois de Cédre rapé dans une cucurbite ; je verſai deſſus une quantité convenable d'Eſprit de vin très rectifié, je couvris la cucurbite avec le chapiteau, j'adaptai un récipient, & après avoir luté les jointures, je fis diſtiller par la coction dans une coupelle de ſable environ deux à trois onces de l'Eſprit de vin par deſſus ; mais contre mon attente cet Eſprit n'eut aucune odeur de bois de Cédre, ce que la peſanteur de l'huile qu'on trouve dans ce bois explique ſuffiſamment. Là-deſſus j'exprimai le mixte qui étoit reſté dans la cucurbite, je verſai ſur ce qui demeura après cette extraction de nouvel Eſprit de vin très rectifié, continuant cette extraction en remettant toujours de l'Eſprit de vin frais, jusqu'à cet Eſprit ne ſe chargeât plus d'aucune couleur. Après cela je verſai enſemble toutes ces extractions, je procédai à l'abſtraction de l'Eſprit de vin qu'elles contenoient, & je fis évaporer le reſte, ſuivant ce qui a été dit §. VI. en le faiſant parvenir doucement à la conſiſtance d'un Extrait. De cette maniere j'obtins deux dragmes & 30 grains d'Extrait réſineux premier, ou moins impur, qui avoit pareillement une odeur balſamique agréable ; ſurquoi il faut encore remarquer, que cette extraction, quand on extrait premièrement le bois de Cédre avec de l'Eſprit de vin très rectifié, prend une fort belle couleur rouge. Après avoir fait ſécher le bois qui étoit reſté de cette extraction, je le

peſai,

peſai, & j'en trouvai trois onces, cinq dragmes, & trente grains. Je fis auſſi-tôt cuire ce reſte avec de l'eau, & en réïtérant pluſieurs fois l'affuſion de l'eau, la coction, & l'expreſſion, je trouvai les mêmes réſultats qu'au §. VI. Enfin je verſai toutes ces décoctions enſemble, je les filtrai, & les fis évaporer jusqu'à la conſiſtance d'un Extrait plus épais; ce qui me donna trois dragmes & demie, & dix grains, d'un Extrait gommeux ſecond, ou pur. Je peſai le réſidu deſſéché, & il alloit à trois onces, quatre ſcrupules, & dix grains; mais je ne trouvai plus dans ce réſidu aucunes parties ſolubles par les deux menſtruës, tant par l'eau que par l'Eſprit de vin. C'eſt là donc ce qui forme les parties conſtituantes ſéparées du bois de Cédre, autant que ces parties peuvent être ſéparées ſans deſtruction.

VIII. Il me reſtoit à ſavoir à préſent, ce que je pourrois tirer du bois de Cedre en le détruiſant, c'eſt à dire, en l'expoſant à l'action d'un feu violent, ſans employer des menſtruës pour le diſſoudre. Pour cet effet je pris huit onces de bois de Cédre rapé, j'en remplis une retorte de verre proportionnée, je la mis dans une coupelle de fer, & y ayant adapté un récipient, & tout ſoigneuſement luté, je donnai le feu par degrés jusqu'à l'extrême incandeſcence. Cela me donna d'abord ſix dragmes & quinze grains de phlegme & d'huile, qui étoit blanche comme de l'eau; cette huile qui ſurnageoit, pouvoit aller à vint grains. J'eus enſuite une huile rougeâtre tranſparente, avec une liqueur tirant à l'acide, qui étoit jaunâtre. Cette diſtillation peſoit une once & demie & quinze grains, ſur quoi l'huile empyreumatique faiſoit environ une dragme & un ſcrupule. Il ſuivit après cela autour d'une dragme d'une huile empyreumatique avec l'Eſprit qui débordoit en même temps, ce qui faiſoit en tout ſept dragmes. Il ſortit encore une dragme d'huile empyreumatique, qui étoit au fonds, & par deſſus un Eſprit d'un jaune foncé; le tout faiſant ſix dragmes & quinze grains. Tout à la fin, & en donnant le feu le plus fort, il vint une huile épaiſſe & molle, qui peſoit environ dix grains, & qui ſe tenoit

au fonds ; cette huile, avec l'Eſprit qui la débordoit, alloit en tout à une demi-once & quinze grains. Toute la diſtillation que j'obtins par ce moyen, montoit à quatre onces & demie, où il ſe trouvoit environ une demi-once d'huile empyreumatique. Le *Caput mortuum*, qui étoit auſſi noir que du charbon, peſoit trois onces.

L'Eſprit empyreumatique, qui dans cette diſtillation avoit débordé après le phlegme, étoit de l'eſpece de tous les autres vinaigres ſemblables, & avoit une acidité ſenſible.

Enfin j'ai auſſi brûlé une livre de bois de Cédre à un feu découvert, & je n'en ai pu tirer que quinze grains d'une cendre nette, où ſe trouvoient quelques grains d'un ſel, qui avoit une parfaite reſſemblance avec le ſel alcali fixe.

RECHER-

RECHERCHES ANATOMIQUES,

I. SUR LA NATURE DE L'EPIDERME, ET DU RÉSEAU, QU'ON APPELLE MALPIGHIEN;

II. SUR LA DIVERSITE' DE COULEUR DANS LA SUBSTANCE MÉDULLAIRE DU CERVEAU DES NÉGRES.

III. DESCRIPTION D'UNE, MALADIE PARTICULIERE DU PERITOINE.

PAR M. MECKEL.

Traduit du Latin.

I.

De la nature de l'épiderme, & du réſeau qu'on appelle Malpighien.

I.

On eſt dans des ſentimens differens ſur la nature de l'épiderme, & ſur ſa couleur dans les Négres. Les uns prétendent qu'il eſt blanc, les autres qu'il eſt noir. J'ai crû que la choſe méritoit que je l'examinaſſe avec toute l'attention dont je ſuis capable, & que je profitaſſe de l'occaſion favorable que j'en avois, en faiſant la diſſection d'un Négre, pour voir ſi mes Obſervations pourroient me mettre en état d'ajouter quelque choſe à ce que de très habiles Anatomiſtes ont déjà dit ſur ce ſujet. Quoique la ſaiſon fût incommode, ce Négre étant

mort

mort pendant les Canicules, je n'en fis pas mes recherches avec moins d'exactitude, parce que de telles occaſions ſont rares ici, & que ceux qui en ont déjà eu de pareilles, ſe ſont plutôt amuſés inutilement à conſerver le masque noir & l'aſſemblage des os de cette eſpece d'hommes, qu'à diſſéquer leur corps d'une maniere qui puiſſe conduire à la découverte de quelques vérités utiles.

II. Le 26 Juillet 1753. il mourut un Négre âgé de douze ans, dans la Maiſon de M. le Comte de *Neale*, qui a bien voulu rendre au Public & à l'Académie le ſervice de permettre la diſſection de ce cadavre. Je l'ai diſſéqué le lendemain de ſa mort ; & comme j'étois dans le deſſein d'entrer dans le détail de toutes les Obſervations qui concernent les divers états de l'épiderme, & les changemens qu' y apportent les préparations qu'on lui fait ſubir, j'ai ſéparé du tronc un bras & un pied, dont j'ai rempli les vaiſſeaux, en y injectant une matiere céreuſe ; ce qui a parfaitement bien réüſſi, en ſorte qu'à travers la peau noirâtre on voyoit l'epiderme d'un rouge trés vif.

III. Je n'ai pas trouvé que la peau eut la même noirceur par toute la ſurface du corps ; au contraire j'ai trouvé qu'elle étoit tout à fait differente, & qu'elle répondoit à la plus grande ou moindre épaiſſeur de la peau & de l'épiderme, à l'exception de la paume de la main & de la plante du pied. En général la peau du corps étoit plus délicate que celle des Blancs ; & ſurtout au viſage elle étoit tout à fait déliée & polie. Sa couleur dans cette partie étoit brunâtre, ou un peu plus noire que la couleur cendrée. A' la nuque, où la peau & l'epiderme avoient plus d'épaiſſeur, le noir étoit plus foncé ; & la noirceur alloit en augmentant dans le dos, jusqu'à ce que tout au bas, vers l'*os ſacrum*, elle étoit à ſon plus haut dégré. C'étoit auſſi dans cet endroit, & au plus haut de la cuiſſe, ſurtout dans la région du grand *trochanter*, que la peau & l'épiderme étoient le plus épaiſſes ; & l'on trouvoit des particules deſſéchées d'une couleur cendrée, adhérentes à l'épiderme, en plus grand nombre vers l'*os ſacrum*, & la partie ſupérieure

rieure de la cuiſſe. La peau de la poitrine étoit tendre, & généralement plus pâle que celle du dos ; vers les mammelles elle étoit d'un jaune tirant ſur le noir. Un épiderme tout-à fait noir, épais, & que la friction rendoit raboteux, couvroit la peau du coude & de l'olécrane ; mais depuis la flêchiſſure du coude jusques vers la main, la noirceur alloit inſenſiblement en décroiſſant, jusqu'à ce qu'au dos des doits elle devenoit cendrée, & dans la paume tout à fait blanche, & pareille à la notre. Il en étoit de même à la plante du pied, qui ne différoit en rien de celle des Européens. Tout comme à l'avant-bras, la couleur noire de la peau alloit inſenſiblement en décroiſſant jusques vers le bas du pied, de ſorte que celle des chevilles étoit d'un noir jaunâtre, & celle du dos du pied d'une couleur cendrée. La peau de l'abdomen, qui étoit couverte d'un épiderme aſſez épais & raboteux, ſurpaſſoit en noirceur celle de presque tout le reſte du corps, ſi l'on excepte celle qui couvroit le bas du dos autour de l'os ſacrum, les feſſes, & les épaules.

IV. Dans la peau, ſurtout des cuiſſes, il y avoit des tâches noirâtres diſperſées, & qui préſentoient une apparence différente de celle du reſte de la peau. Ces places étoient des cicatrices de la petite vérole, qu'il avoit euë un an avant ſa mort. Ces endroits de la peau étoient réellement de la même noirceur que le reſte, & ne paroiſſoient differens qu'à cauſe que leur cuticule qui étoit plus mince, environnoit de petits cercles plus enfoncés que le reſte de la peau, & étoit enſuite entourée d'une cuticule plus dure, ce qui formoit au milieu une eſpece d'élévation.

V. Ces marques de petite vérole, pareillement recouvertes d'un épiderme noir, ſont très propres à expliquer l'origine de l'épiderme & de ſa couleur noire ; mait il faut auparavant donner ici une explication plus exacte de la maniere dont l'épiderme, après avoir été détruit, s'engendre de nouveau.

VI. Au commencement de la petite vérole, ſavoir dans le temps de l'éruption, l'endroit où elle nait, ſe diſtingue à peine du reſte de la peau ; la peau jaunit ſeulement un peu, & il ſe fait un gonflement d'une couleur cendrée à l'endroit où eſt la puſtule : de ſorte que c'eſt plutôt par les autres ſymptômes que par l'inſpection du corps, qu'on peut reconnoitre cette maladie, & en juger. Enſuite, pendant la ſuppuration, les petites veſſies s'élevent de plus en plus, & prennent une couleur plus jaunâtre, différente de celle du reſte de la peau. Le tems néceſſaire pour que la petite verole ſéche & tombe, eſt plus long pour les Négres que pour nous ; & les grains demeurent quelquefois à demi-ſecs pendant trois ou quatre ſemaines. Quand après cela la croute de la petite verole s'en eſt allée, la peau paroit au commencement jaunâtre, d'où elle paſſe inſenſiblement à un jaune noirâtre, la cuticule eſt brillante & fort déliée ; mais deux ou trois mois après la chûte des croutes, elle devient plus dure, & en même temps plus noire, jusqu'à ce qu'elle ſe retrouve au même degré de noirceur avec le reſte de la peau, dont elle ne diffère plus que par l'épaiſſeur ; c'eſt pourquoi la peau épaiſſe qui environne, paroit en même temps un peu moins noirâtre. L'épiderme deſcend auſſi profondément dans le cercle extérieur de la cicatrice de petite vérole ; c'eſt pourquoi, après l'avoir levée, on la trouve plus large que la partie de la peau qu'elle avoit couverte. En général la même choſe a lieu dans tout l'épiderme, ſavoir qu'après être ſeparé de la peau qui eſt deſſous, il a beaucoup plus d'etenduë que la peau même, ou forme une ſurface plus grande qu'elle, parce qu'il deſcend dans les ſillons mêmes de la peau, & n'eſt pas ſuſceptible de contraction comme elle. C'eſt ce qui paroit ſurtout au nombril, qui dans tous ſes profonds replis eſt couvert d'une peau noirâtre, qui eſt le double plus grande que la peau même du nombril, auſſi bien que dans les mammelons, qui ſont profondément revêtus dans tous leurs ſillons d'un épiderme fort étendu.

VII. L'épiderme eſt adhérent partout à la peau ; premiérement par le moyen d'une mucoſité qui eſt noire dans les Négres ; en

ſecond lieu, par les racines des poils qui prennent naiſſance dans la peau, & qui ſont envelopés extérieurement de l'épiderme. De là vient que cette adhéſion eſt plus ou moins forte en differens endroits. Il n'y a presque aucune partie du corps, à l'exception de la paume des mains & de la plante des pieds, où l'épiderme n'ait cette double liaiſon avec la peau. C'eſt pour cela que partout, dans la poitrine, la peau de l'abdomen, le cou, les épaules, les bras, le dos, les cuiſſes, & les chevilles, l'épiderme a du côté qui eſt tourné vers la peau une infinité de petites racines blanches tranſparentes, qui manquent entierement dans les endroits qui couvrent la paume de la main & la plante du pied. Ces petites racines forment la connéxion très étroite qui ſe trouve entre l'épiderme & la peau, enſorte qu'on ne peut les ſéparer qu'en diſſolvant par la macération la liaiſon ſolide des fibres celluleuſes de la peau, parce que c'eſt alors ſeulement que ces petites racines adhérentes à l'épiderme abandonnent la peau.

VIII. Comme les Auteurs ſe partagent en divers ſentimens au ſujet de ces petites racines, les uns les prenant pour des ligamens, les autres pour des vaiſſeaux qui ſe trouvent parmi les racines des poils qui entrent dans l'épiderme, j'ai apporté tous mes ſoins à m'aſſurer de leur nature. Ces petites racines arrachées, paroiſſoient à la ſimple vuë tranſparentes, & remplies en dedans de rayes noires ; mais par le moyen d'un Microſcope qui groſſit presque infiniment les objets, j'ai vû de la maniere la plus diſtincte, qu'il n'y a rien qui ſorte de cette ſurface intérieure de l'épiderme, à l'exception des racines brillantes des poils, qui ſont pourvuës de petits bulbes oblongs & blanchâtres. Mais, pour me procurer une plus grande certitude, s'il y a des vaiſſeaux qui ſe rendent à l'épiderme, j'ai fait macérer dans l'eau, trois ſemaines pendant les Canicules, le bras & le pied que j'avois fort ſoigneuſement rempli de matiere injectée. Pendant cet eſpace de temps tout l'épiderme qui couvroit la peau du reſte du corps s'étoit diſſous, en ſorte qu'il étoit tombé de lui-même, la membrane muqueuſe, ou

le réſeau Malpighien, ayant été réduite en une liqueur brune. Mais l'épiderme des parties injectées conſerva une adhérence très ferme. En recherchant avec toute l'application poſſible la cauſe de ce phénomene, j'ai trouvé qu'il n'y avoit abſolument aucun petit vaiſſeau rempli, qui joignit l'épiderme avec la peau ; mais ces petites racines, ou les bulbes des poils, s'étoient engagées avec beaucoup plus de force dans la peau; & c'étoit-là la véritable raiſon de cette adhérence ſi étroite. En effet les vaiſſeaux cutanés ayant été premièrement remplis avec toute l'exactitude poſſible, pouvoient mieux réſiſter à la corruption & à la diſſolution ; tandis que les fibres plus roides, & mieux appliquées les unes contre les autres, retenoient avec plus de force les bulbes des poils plus étroitement engagés dans l'épiderme. Auſſi, en faiſant au bout de trois ſemaines la ſéparation de l'épiderme, la plûpart des petits bulbes des poils demeurerent dans la peau, tandis que dans le même tems ils ſortoient tous d'eux-mêmes de la peau qui n'avoit pas été injectée. Il en fut tout autrement de l'épiderme des paumes des mains & des plantes des pieds. Comme ces racines des poils y manquoient, dès le 8 ou 10 jour l'épiderme ſe ſépara entierement de ces parties & des doits, quoique la peau y fut très rouge & fort exactement remplie. Je la conſerve encore, & l'on n'y peut appercevoir au Microſcope aucun petit point, où les vaiſſeaux qui traverſent la peau ne s'offrent à la vuë parfaitement remplis. Mais il n'y a pas le moindre de ces vaiſſeaux qui ſe rende à l'épiderme, & qui en s'y répandant s'y termine. D'ailleurs aſſurément, ſi la liaiſon étroite de l'épiderme avec la peau ſe faiſoit par le moyen des vaiſſeaux, il faudroit qu'elle fut plus forte encore aux paumes & aux plantes que dans les autres endroits, puiſque les vaiſſeaux y abondent, & qu'elles paroiſſoient toutes rouges après une copieuſe injection. La même choſe arriva en faiſant cuire la peau avec l'épiderme. Car l'ayant mis enſuite à macérer dans un même vaſe d'eau avec un morceau de peau non cuite, elle ne ſe ſépara pas de la peau, mais elle y demeura fermement attachée. La raiſon en eſt la même, ſçavoir que les fibres cellu-

luleuſes de la peau, mieux unies entr'elles par la coction, tenoient plus ſerrées ces racines, ou bulbes des poils, & rendoient ainſi la liaiſon de l'épiderme avec la peau plus étroite.

IX. Mais il ſe préſente ici une queſtion, ſur la maniere dont l'épiderme, dans les diverſes parties du corps, ſe ſépare de la peau; dont l'examen peut contribuer encore à nous en faire mieux découvrir la nature. J'ai déjà indiqué deux cauſes d'adhéſion, ſçavoir la membrane muqueuſe, ou le réſeau Malpighien, & les racines des poils, parmi leſquelles on compte les petits vaiſſeaux qui percent & exhalent en dedans & en dehors; après la deſtruction desquelles racines, ou vaiſſeaux, la liaiſon de l'épiderme avec la peau ne ſubſiſte plus.

X. La macération diſſout inſenſiblement cette membrane muqueuſe, & dans les Négres la réduit en une liqueur noire. Dans l'état naturel cette mucoſité n'eſt pas toujours également fluide, mais lorsque la cuticule a été tout fraîchement ſéparée, les particules en ſont fortement cohérentes, & elle tient avec tant d'opiniâtreté à l'épiderme qu'il n'y a presque alors aucun moyen de l'en ſéparer. Mais ſi vous prenez ce même épiderme, qui après la macération ſe détache fort aiſément de la peau & de la membrane muqueuſe, après la diſſolution de celle-ci, & que vous le mettiez dans l'eſprit de vin, la mucoſité s'épaiſſit, & l'adhérence à la peau redevient fort étroite. Cela fait bien voir, que ce réſeau Malpighien n'eſt autre choſe qu'une liqueur muqueuſe épaiſſie en une membrane, que la putréfaction & la macération diſſolvent fort aiſément, tandis que la peau & l'épiderme conſervent le tiſſu ferme de leur ſtructure. C'eſt en général la nature des liqueurs muqueuſes & lymphatiques du corps humain, que l'eſprit de vin les épaiſſit, au lieu que l'eau en procure une prompte ſolution. La même liqueur muqueuſe expoſée à l'air s'épaiſſit, & forme une croute ſemblable à de la corne.

XI. Mon illuſtre & reſpectable Maître, M. de *Haller*, dans l'incomparable Ouvrage qu'il a intitulé *Eſſai de Phyſiologie*, a conjecturé

que c'étoit de cette maniere que s'engendroit l'épiderme ; & je vais confirmer cette opinion, tant par la voye du raiſonnement que par celle des Expériences. Les Anciens, & entr'autres *Veſalius* (*), ont appellé la cuticule *l'efflorescence de la peau ;* & le célébre *Morgagni* y a apporté quelque correctif, en diſant (**) que l'épiderme étoit la ſurface extérieure de la peau, ou une petite lame comprimée par l'air. *Ruyſch* nomme poſitivement (***) l'épiderme, l'efflorescence des papilles nerveuſes. *Leuwenhoek*, & après lui le grand *Boerhaave* (****), avancent que la réünion des extrémités des vaiſſeaux exhalans forme l'épiderme. Enfin *Garengeot* eſt dans l'idée, que l'épiderme eſt une croute, qui ſe forme de l'endurciſſement de la mucoſité cutanée, ou du réſeau Malpighien.

XII. La couleur de l'épiderme des Négres démontre au premier coup d'oeil qu'il eſt entierement ſéparé de la peau même, & qu'on ne ſçauroit le prendre pour la ſurface extérieure de cette peau durcie. Car on voit une peau parfaitement blanche ſous la mucoſité noire & ſous l'épiderme ; & cette mucoſité ſe diſſout facilement en liqueur, ce à quoi on ne réduira jamais la peau même. Là même où il n'y a point de vraye peau, & où ſa continuité eſt interrompuë, comme au nombril, la cuticule exiſte pourtant, & ſe trouve cohérente partout, & elle ne finit point avec la peau dans la partie coupée du nombril. Il n'y auroit point de raiſon non plus, pourquoi dans les places gâtées par la petite verole, l'épiderme noir ſe produiroit dans un Négre qui ſe trouve transplanté dans nos régions ſeptentrionales, tandis qu'il revient blanc aux naturels du païs ; & cela fait voir de plus en plus que l'épiderme eſt une ſubſtance particuliere tout à fait differente de la peau.

XIII.

(*) *De humani corporis fabrica*, L. II. C. 7. p. 1555.

(**) *Adverſar.* II. *Animadverſ.* 3.

(***) *Theſ. Anat.* II. Aſſ. IV. n. 6. & Th. IX. Aſſ. II. n. 37.

(****) *Inſtit. rei medicæ, cum Comm. Halleri*, Vol. III. p. 537.

XIII. Son inſenſibilité eſt une preuve ſuffiſante, qu'il ne doit point être pris pour une excreſcence des petites papilles nerveuſes. L'augmentation de l'épiderme ne fait point accroitre le ſentiment ; au contraire il l'émouſſe. Ce n'eſt pas que les nerfs ne puiſſent contribuër en quelque chofe à ſa génération par le moyen des vaiſſeaux exhalans ; mais cela ne met nullement en droit de l'appeller une excreſcence des nerfs, y ayant une différence totale entre un vaiſſeau, & la liqueur qu'il contient, ou qui en ſort par voye d'excrétion. Suivant ce ſentiment l'épaiſſeur de l'épiderme devroit être en proportion avec les nerfs, ce qui n'a point lieu dans le corps humain. Il ſe diſtribuë aux lèvres une quantité immenſe de nerfs, qui ſont pourtant revêtus de l'épiderme le plus mince ; par exemple, à la plante & ſur le dos du pied la quantité des nerfs eſt petite, eu égard à l'étenduë de ces parties, & cependant la cuticule eſt fort épaiſſe. Ajoutez dans le cas dont il s'agit ici, la couleur blanche des nerfs, & la couleur noire de l'épiderme ; ce qui ne devroit pas avoir lieu, ſi l'épiderme tiroit ſon origine des nerfs.

XIV. Que ce ſoit la réünion des petits tuyaux des vaiſſeaux qui forme l'épiderme, c'eſt une ſuppoſition que la vuë ſeule détruit ; il paroit plutôt, lors-même qu'on le conſidère au meilleur Microſcope, ſoit ſec, ou humide, que c'eſt un tiſſu continu, & ſans aucun trou viſible. D'ailleurs l'épiderme s'engendre également dans les endroits du corps, où il n'y a point de vaiſſeaux exhalans qui portent leurs embouchures, comme dans une cicatrice que vous trouvez également garnie partout d'épiderme, & dans le nombril où il deſcend profondément jusqu'aux derniers replis des vaiſſeaux umbilicaux coupés, & de là vient qu'il a plus d'étenduë que le nombril même, quoiqu'il n'y ait là aucune véritable peau, mais plutôt une ouverture, qu'on peut fort bien appercevoir dans les dilatations cauſées par les hernies, ou par la groſſeſſe. Il en eſt de même des marques de petite vérole, que l'épiderme couvre partout. C'eſt ce qui ne me permet pas d'adopter cette

re opinion qui attribuë à l'épiderme une ſtructure organique. Elle eſt outre cela expoſée à la même difficulté que la précédente, ſavoir celle de la couleur noire de l'épiderme, tandis que les vaiſſeaux dans un Négre ſont partout de la dernière blancheur, ce qui rend tout à fait vraiſemblable, que leurs extrémités devroient conſerver la même couleur.

XV. Je vais donc me ſervir des Obſervations que j'ai faites dans la diſſection du Négre dont il s'agit dans ce Mémoire, pour tâcher de déterminer, quelle eſt la nature de l'épiderme, & comment il diffère du réſeau qu'on nomme *Malpighien*.

XVI. Partout où l'épiderme eſt étendu ſur la peau, on trouve au deſſous une membrane muqueuſe, qui dans les Négres eſt noire, ou d'un brun fort foncé. C'eſt cette membrane à laquelle *Malpighi* a donné autrefois le nom de *réſeau*, eſtimant que c'étoit une véritable membrane, & que les nerfs & les autres vaiſſeaux la perçoient en forme de réſeau. Il n'eſt pas difficile d'en faire la préparation dans une langue de boeuf, ou de mouton, cuite; car la coction, en l'endurciſſant, lui donne de la cohéſion, & l'apparence d'une membrane; mais cela ne réüſſit pas de même avec une langue humaine, beaucoup moins avec de la peau de Négre cuite. C'eſt pourquoi les plus célébres Anatomiſtes, & principalement, M. de *Haller*, ont révoqué en doute la ſubſtance membraneuſe de cette mucoſité. Mais il n'y a perſonne qui ne puiſſe arriver à la conviction ſur ce ſujet par la voye des Expériences.

XVII. Dans le corps humain, il n'y a point d'autre partie que la lymphe muqueuſe, dont la cohéſion viſcide forme des membranes, qui, ſurtout lorsqu'elles ſont encore toutes fraîches, & que l'air ou la chaleur ne les ont point deſſéchées & durcies, peuvent être aiſément diſſoutes, & réduites en un fluïde, par la macération & la putréfaction; tandis que l'air & l'eſprit de vin les durciſſent. C'eſt ce qui arrive au réſeau

réſeau Malpighien. Auſſi-tôt que la peau macérée dans l'eau éprouve la diſſolution, cette mucoſité noire qui eſt entre la peau & l'épiderme ſe diſſout pareillement ; d'abord elle devient molle, & l'on peut la ſéparer aiſément de l'épiderme, auquel elle tient avec force, quand la peau eſt fraîche ; & alors elle a une extrême reſſemblance à cette mucoſité pituitaire, ou morve, qui s'attache à la membrane des narines. Cette matiere muqueuſe, brune dans les Négres, n'exiſte pas partout dans la même quantité, mais elle eſt beaucoup plus abondante, là où la cuticule eſt plus épaiſſe, comme aux cuiſſes, aux feſſes, au dos, à l'abdomen, & en moindre quantité à la poitrine, au viſage, ſous les aiſſelles ; & on ne ſçauroit ſeulement l'appercevoir aux plantes des pieds, & aux paumes des mains, où la couleur brune manque. Cette mucoſité eſt ſi molle qu'on peut aiſément l'enlever avec le coûteau, elle s'épaiſſit dans l'eſprit de vin, & prend la forme d'une membrane, ce qui lui arrive auſſi, lorsqu'elle ſe deſſéche; mais enſuite, lorsqu'on la conſidére au Microſcope, on reconnoit que ce n'eſt point une membrane continuë, mais que cette matiere en ſe deſſéchant s'eſt réünie en bandes noires, plus ou moins épaiſſes, & qu'il y a par ci par là ſur la peau des eſpaces où cette mucoſité noire manque. Si l'on continuë plus longtems la macération, la mucoſité ſe diſſout entierement ſous l'épiderme, & ſe mêle parmi l'eau qui s'inſinuë entre la cuticule & la chair, formant une liqueur brune. Quand cette ſolution eſt achevée, toute la cohéſion de l'épiderme avec la peau ceſſe, il s'en ſépare entierement, & cette liqueur raſſemblée remplit l'eſpace entre l'épiderme lâche & la peau. Cependant la ſtructure de l'épiderme demeure ferme ; & une macération longtemps continuée ne ſuffit pas pour la détruire. Cette mucoſité noire eſt répanduë partout ; elle eſt adhérente à l'épiderme même dans les plus profonds replis du nombril, & tant que la peau eſt fraîche, elle ne le quitte jamais ; mais l'épiderme avec la mucoſité qui lui eſt adhérente, en forme de membrane noire, ſe détachent ſans peine de la peau qui eſt parfaitement blanche. Cette membrane muqueuſe noire ne peut enſuite

être ſéparée de l'épiderme par d'autre voye que par la macération & la putréfaction. Mais, lorsqu'on fait macérer dans l'eau la peau avec la cuticule jusqu'à putréfaction, cette membrane muqueuſe brune devient plus adhérente à la peau, & abandonne avec beaucoup de facilité la cuticule. J'en conſerve la preuve dans des morceaux de peau de pluſieurs parties du corps, auxquels cette membrane muqueuſe tient toute entiere, après s'être détachée d'elle-même de l'épiderme, dont la couleur eſt cendrée.

XVIII. Nous apprenons par cette ſéparation, que tant que la membrane muqueuſe n'eſt pas privée de ſa viscidité, elle fait presque un ſeul corps continu avec l'épiderme ; car elle y entre, & s'inſinuë trés étroitement dans les plis, rides, & cavités innombrables de l'épiderme. Mais, lorsque la macération dans l'eau a privé cette membrane de ſa viscidité glutineuſe, & que les plis de l'épiderme ſont relâchés, elle s'attache à la ſurface visqueuſe & plus molle de la peau, & à ſes plis, en quittant la ſurface de l'épiderme, qui eſt plus séche.

XIX. Cette membrane muqueuſe couvre par-tout les petits mammelons de la peau ; les poils qui ſortent de la peau, paſſent au travers, & il eſt aſſez probable que les vaiſſeaux exhalans ſe terminent ſous elle, & au dedans d'elle ; car après l'injection on ne voyoit pas le moindre petit vaiſſeau qui la traverſe, quoique tous les points de la peau euſſent été trés exactement remplis de la liqueur cereuſe rouge dont elle avoit été injectée.

XX. En recherchant la nature de cette membrane muqueuſe noire, je ſoumis d'abord à un Microſcope qui groſſiſſoit extrêmement les objets, de petits morceaux de peau, auxquels cette mucoſité étoit adhérente, ſecs & récemment détachés, & je les examinai attentivement, pour voir ſi je découvrirois des rayes teintes, ou de petits vaiſſeaux remplis de cette couleur noire. Mais tous mes ſoins furent inutiles ;

riles ; je trouvai au contraire ſous cette mucoſité noire une peau très blanche, & dont la blancheur éclatoit dans l'endroit où elle avoit été coupée, ſans qu'il fut poſſible d'y obſerver aucune raye noire, ni aucun petit vaiſſeau de la même couleur. Ces Expériences m'ont convaincu, que cette mucoſité, telle qu'elle ſe trouve adhérente ſous la cuticule, c'eſt à dire noire, n'étoit point ſortie ainſi des vaiſſeaux cutanés par ſécrétion, mais qu'elle avoit plutôt été jaune au commencement, & qu'enſuite en ſéjournant ſous l'épiderme elle y avoit noirci. La choſe ne paroitra point impoſſible à ceux qui ſont verſés dans la diſſection des corps. Il eſt aſſez ordinaire de trouver dans les ovaires des perſonnes âgées, ou dans ceux qui ſont ſquirreux, des taches noires, au lieu des petites veſicules qu'on nomme communément oeufs, & qui dans l'état naturel ſont remplies d'un ſuc jaunâtre facile à coaguler. On a même coutume de rencontrer, ſous les cicatrices des ovaires, au lieu du corps jaune, un pareil petit corps noir, lorsqu'il s'eſt ecoulé quelques années depuis la rupture du petit oeuf qui s'eſt détaché. Mais la régéneration même de la mucoſité noire dans le corps vivant des Négres, prouve qu'originairement elle étoit jaunâtre. J'ai remarqué ci-deſſus §. VI. l'état de l'épiderme des Négres dans les endroits marqués de petite vérole. Quand la croûte des puſtules eſt tombée, on apperçoit une tache jaunâtre, qui s'obſcurcit enſuite inſenſiblement, en ſorte qu'au bout de quatre ſemaines elle paroit d'un jaune cendré ; enſuite elle devient tout à fait cendrée, jusqu'à ce qu'au bout d'environ trois mois elle prend la couleur noire de tout le reſte du corps. Je ſuis presque certain que le même changement arrive dans la playe du nombril coupé, & qu'en général les playes des Négres reprennent de la même maniere leur cuticule avec ſa noirceur ; quoique je n'aye pas encore eu d'occaſion de faire cette Obſervation par moi-même.

XX. Je ne ſçaurois donc goûter ce que *Santorinus* a avancé là-deſſus (*), en attribuant au foye cette ſécrétion de la liqueur noire

(*) *Obſervat. Anat.* Venet 1724. Cap. I. §. II.

qui eſt ſous la cuticule, vû que le foye des Négres, tant à l'egard de ſa couleur que de ſa ſtructure, ne diffère en rien de celui des Blancs, comme je puis l'aſſurer avec certitude. La graiſſe ſous cutanée dans les Négres eſt d'une couleur un peu plus jaune que la nôtre ; de maniere qu'il eſt aſſez probable que cette graiſſe, en tranſſudant par les pores de la peau, & en ſe répandant ſous la cuticule, ſe mêle avec la liqueur qui ſort par ſécrétion des vaiſſeaux cutanés, & qu'avec le tems elle en augmente la noirceur. Cette opinion paroit être confirmée par la plus grande tenacité qu'a la liqueur muqueuſe dans le corps vivant des Négres ; d'où vient que leur petite vérole tombe & ſe deſſéche plus lentement : & c'eſt auſſi à cela qu'il faut attribuër l'odeur, le poli, & l'eſpece de brillant qu'a la peau des Négres, qui eſt plus huileuſe & ſent plus le rance que celle des Blancs. Les nerfs exhalans y contribuënt peut-être auſſi en quelque choſe ; & ce ſoupçon ſera confirmé ci-deſſous, lorsque je rapporterai la diſſection du cerveau de ce Négre. Pour ce qui regarde la ſtructure cribreuſe de cette membrane muqueuſe brune, telle que *Malpighi* l'a repréſentée, il n'y là dedans d'autre fondement que les petites élévations dans les endroits où aboutiſſent les extrémités des mammelons ; car d'ailleurs la mucoſité enduit partout la peau d'une maniere uniforme.

XXII. Mais paſſons préſentement à la nature & à la génération de l'épiderme même. J'ai déjà indiqué ci-deſſus §. II. les ſentimens de divers Auteurs dont les uns veulent que ce ſoit une partie de la peau deſſéchée, les autres un tiſſu organique, & quelques uns une production des humeurs qui ſortent du corps par excrétion. L'épiderme des Négres va nous donner des notions plus certaines ſur la véritable nature de l'épiderme en général ; & ſa couleur, differente de celle de la peau, ſera d'autant plus favorable à nos Obſervations.

XXIII. La couleur de l'épiderme des Négres eſt cendrée, tirant un peu ſur le noir. Quelques Auteurs, comme *Milpighi*, & *Littre*, ont avancé qu'il étoit blanc ; mais j'ai peine à comprendre ce qui

qui a pû leur faire naître cette idée. Car cet épiderme mis dans l'esprit de nitre ne blanchit pas ; il y devient jaune, comme mes propres Expériences me l'ont appris. Mais cette opinion avoit déjà été détruite par les Expériences des célébres Anatomiſtes, *Ruyſch*, *Albinus*, *Winslow*, & *de Haller* (*), qui déclarent tous que la couleur de l'épiderme des Négres eſt cendrée, comme elle l'eſt en effet. Mais *Santorinus* (**), M. *Morgagni* (***), à la vérité d'aprés une Obſervation ancienne, & *Ruyſch* (****), dans ſes premiers Ouvrages, décrivent cet épiderme comme noirâtre. Peut-être que ces Savans n'ont conſidéré l'épiderme, que lorsque la membrane muqueuſe y étoit encore adhérente ; mais, quand on a fait diſſoudre cette membrane par une longue macération, & qu'on l'a raclée toute entiere d'après l'épiderme, celui-ci ſe manifeſte d'une couleur cendrée. Mais il n'y a pas moyen de le rendre blanc, ni par la plus longue macération, ni par la coction, ni en le faiſant ſécher ; il conſerve toujours ſa couleur d'un brun cendré. Je ſuis donc en état de certifier, après le grand nombre d'Expériences que j'ai faites dans cette vuë, que partout où la peau des Négres paroit noire, elle eſt couverte d'une cuticule de couleur cendrée. Mais dans le Négre en queſtion elle étoit tout à fait blanche aux plantes des pieds, aux paumes des mains, dans la bouche, & dans les parties internes du corps ; & il n'y avoit aucun veſtige d'une mucoſité noirâtre ſous la cuticule de toutes ces parties : la peau qui y étoit tout à fait blanche, étoit couverte d'une mucoſité blanche, & d'un épiderme de la même couleur. La noirceur de la peau décroit inſenſiblement en approchant de ces parties, de ſorte qu'à la main comme au pied le dos des doits eſt vers le milieu d'un brun clair, juſqu'à ce que la couleur blanche ſe déclare entierement aux paumes & aux plantes. La cuticule étant enſuite ſéparée, il parut que, comme

(*) *Comment. in Inſt. Boerhav.* Vol. III. p. 555. not. d.
(**) Lib. cit. Cap. I. pag. 2.
(***) l. cit. Anim. IV.
(****) *Theſ. Anat.* II. Aſſ. V. n°. 11.

la couleur noirâtre alloit en décroiſſant vers la paume, cette mucoſité noirâtre alloit toujours en diminuant à proportion, de façon qu'elle s'éclairciſſoit & paroiſſoit blanche vers l'endroit du doit qui touchoit à la paume. Cela me fit croire que cet épiderme, lorsqu'il ſeroit ſéparé du doit, paroîtroit blanc. Pour m'en aſſurer, je fis diſſoudre la mucoſité par voye de macération, & je la raclai ſoigneuſement d'après l'épiderme ; mais la couleur cendrée & griſe de l'épiderme des doits demeura toujours la même qu'auparavant, de maniere que ſon plus ou moins de noirceur répondoit toujours exactement aux mêmes nuances dans la couleur de la membrane muqueuſe ; la peau d'ailleurs eſt également blanche dans ces endroits, & par tout le corps, mais l'adhérence de la membrane muqueuſe y étoit moins forte que dans les autres parties.

XXIV. Il y a donc une différence eſſentielle entre la ſubſtance de la peau, & celles de l'épiderme & de la membrane muqueuſe; ce que démontre ſuffiſamment la diverſité de leur couleur & de leur nature. De plus, comme on vient de le voir, la couleur de la membrane muqueuſe qui eſt ſous la cuticule, répondant partout très exactement à la couleur de l'épiderme, il n'y a perſonne qui n'apperçoive aiſément que l'épiderme n'eſt autre choſe que la partie extérieure de cette membrane muqueuſe, noire dans les Négres, deſſéchée & endurcie à l'air, & par la preſſion que le corps humain ne ceſſe d'éprouver depuis ſon origine. De là vient que, moins une partie du corps eſt expoſée à cette preſſion, & en priſe à l'air, moins auſſi l'épiderme y a de force & de roideur. C'eſt encore pour cette raiſon qu'un *fœtus*, qui vient au monde avant terme, a toute la ſurface du corps comme reſplendiſſante, l'épiderme étant encore muqueux, & d'une conſiſtance molle & pulpeuſe. Mais, après que cet épiderme eſt tombé peu à peu des corps des enfans nouveau-nés, il lui en ſuccede un autre plus ſec & plus noir. Les travaux rélatifs aux divers genres de vie augmentant enſuite la compreſſion aux paumes des mains & aux plantes des pieds, l'épi-

l'épiderme de ces parties, qui dans les petits enfans eſt tendre & délicat, devient dur & épais.

XXV. Mais reprenons en conſidération la petite vérole, qui nous fournit dans les Négres une preuve trés certaine de l'origine que nous venons d'attribuër à l'épiderme. On a dit ci-deſſus §. VI. comment, après que la croute de la petite vérole étoit tombée, la peau qui ſe trouvoit deſſous paroiſſoit jaunâtre, & en même tems humide, pulpeuſe, & molle. Ces places expoſées à l'air ſe recouvrent d'abord un peu d'une petite lame très mince & plus séche, de même couleur que la membrane muqueuſe qui eſt deſſous; laquelle noirciſſant enſuite enſuite inſenſiblement, & une autre cuticule ſuccédant à la premiere qui eſt enlevée, la tache qui étoit jaune au commencement, devient noire, & l'épiderme prend la couleur cendrée qu'il a dans tout le reſte du corps.

XXVI. Le nombril eſt couvert d'un épiderme non interrompu, mais qui eſt continu & s'étend profondément dans tous ſes replis & ſillons; quoique le tiſſu de la peau ne ſoit pas d'une ſtructure continuë dans cet endroit. Or dans les Négres l'épiderme qui eſt caché dans les replis les plus profonds, a comme par tout le reſte du corps une couleur cendrée, & même plus noirâtre; & tous ſes ſillons & replis ſont entierement pleins d'une mucoſité noire, ou brune.

XXVII. Ainſi, puisque dans les endroits même où la continuité de la peau n'a pas lieu, la cuticule ne laiſſe pas d'exiſter; que la membrane muqueuſe ſuit partout la nature de l'épiderme; & que dans les endroits où celui-ci a été entierement emporté, il s'engendre de nouveau de cette mucoſité placée ſous la cuticule: il n'y a rien de plus naturel que d'en conclurre que l'épiderme n'eſt autre choſe que la croute extérieure de la membrane muqueuſe ſous-cuticulaire deſſéchée & endurcie, à laquelle la compreſſion & l'action de l'air extérieur donnent inſenſiblement cette épaiſſeur, & cette dureté, plus ou moins grandes, que nous remarquons dans les différentes parties du corps humain.

XXVIII.

XXVIII. Cette origine de l'épiderme nous apprend, pourquoi il paroit moins noir que la membrane muqueuſe qui eſt deſſous. Cela vient de ce que ſes particules deſſéchées ſont plus étroitement & plus ſolidement unies entr'elles, & forment ainſi un corps membraneux plus tranſparent. Il s'enſuit de là que l'épiderme tranſparent, qui eſt humide lorsque la mucoſité d'un brun noirâtre ſe trouve deſſous, doit alors paroitre beaucoup plus noir, que quand il en eſt ſéparé. Mais le deſſéchement le rendant plus roide, il change de nature, de ſorte que la macération ne vient pas à bout de le diſſoudre comme la mucoſité qui eſt deſſous, mais il conſerve l'apparence d'une membrane continuë; & quand, après l'avoir détaché, on le fait ſécher à l'air, il reſſemble à une petite lame tout à fait mince de corne ou de cuir. De là vient que dans les endroits où il eſt expoſé à une plus forte preſſion, comme ſous la plante des pieds, ou à la paume des mains, ſa ſubſtance devient comme de corne, épaiſſe & diviſible en lames tranſparentes.

XXIX. C'eſt peut-être à cette compreſſion externe qu'il faut attribuër la blancheur des plantes & des paumes dans les Négres. En effet la mucoſité, qui probablement eſt blanche au commencement, étant comme exprimée par une preſſion continuelle, ſe change d'abord en épiderme, de ſorte que cette mucoſité n'ayant pas eu le tems de noircir, l'épiderme qui s'en forme ne ſçauroit non plus acquérir la couleur noire.

XXX. Peut-on dire avec *Leuwenhoeck*, que l'épiderme ſoit d'une ſtructure écailleuſe? Cet habile homme paroit avoir été trompé par des portions d'épiderme détachées des diverſes parties du corps, qui ſont le plus expoſées au frottement. Tel étoit en effet celui que j'ai trouvé dans la région du grand trochanter, & dans celle du coude; il étoit épais & raboteux, & il s'en étoit détaché, tant lorsqu'il étoit ſec, que lorsqu'il étoit humide, des particules qui tomboient dans l'eau. Mais cela ne nous met nullement en droit de dire que l'épiderme tout entier, comme celui des poiſſons, ſoit compoſé de petites écailles; on

on voit le contraire au Microſcope, qui n'y fait appercevoir que les plis & les cavités qui répondent aux impreſſions que la peau y fait. Ces petites écailles ne ſçauroient même être obſervées dans l'épiderme le plus épais des plantes & des paumes, qui eſt ſeulement formé de couches poſées les unes ſur les autres d'un épiderme durci & pareil à de la corne, & qui, comme tout le reſte de l'épiderme, differe totalement des écailles de poiſſon, qui n'ont abſolument aucune continuité. Je n'ai jamais été aſſez heureux pour découvrir au meilleur Microſcope ces petites écailles dans l'épiderme frais le plus net, ni dans l'épiderme ſec ; c'eſt pourquoi je ne puis que demeurer dans l'indéciſion à cet égard, jusqu'à ce qu'il y ait des Expériences ſur leſquelles on puiſſe faire fonds.

II.

De la diverſité de couleur dans la ſubſtance médullaire des Négres.

I.

Les glandules conglobées étant endurcies dans l'abdomen avec le péritoine, comme on le verra plus bas, je me hâtai extrêmement de faire la diſſection du cerveau, pour voir ſi l'Expérience confirmeroit ce que j'avois obſervé ici dans un autre cas avec M. le Profeſſeur *Zinn*, ſavoir que les parties du cerveau étoient durcies dans un enfant, dont les glandules conglobées de presque tout le corps étoient ſquirreuſes.

II. Après avoir ſéparé le péricrane avec les intégumens communs, j'obſervai d'abord dans l'os de l'occiput une diverſité ſinguliere. La partie ſuprême, & presque jusqu'à la moitié de cet os, qui dans l'état naturel, eſt adhérente aux os du bregma par le moyen de la ſuture lambdoïde, étoit formée d'un os particulier de figure rhomboïde,

de deux pouces & demi de largeur, & de deux pouces de hauteur. Cet os dont l'angle inférieur étoit à dents émouſſées, & d'environ un pouce de largeur, étoit uni avec l'os de l'occiput par le moyen d'une véritable ſuture, immédiatement au deſſus de ſa ligne transverſale ſupérieure. Les deux côtés inférieurs étoient de même étroitement attachés à l'os de l'occiput par une ſuture à dents. Les côtés ſupérieurs tenoient au bregma, auſſi par une vraye ſuture, mais qui avoit beaucoup moins de dents que celle qui attachoit les côtés inférieurs à l'os de l'occiput ; pour la ſuture continuë lambdoïde de l'os de l'occiput, elle étoit interrompuë par pluſieurs petits os Wormiens. Cette ſuture des côtés inférieurs de cet os, étoit continuë au reſte de la ſuture inférieure de l'os de l'occiput de la partie lambdoïde, en égard aux dentelures, qui ſont ordinairement plus grandes à la ſuture lambdoïde ; mais, quant à la direction, la ſuture des os ſupérieurs ſe terminoit de part & d'autre au concours des os du bregma, en un angle pareillement émouſſé, & qui tenoit par une mince ſuture à l'autre os Wormien ſuprême, lequel étoit adhérent à la partie de derrière de la ſuture ſagittale, entre les os du bregma. On a coutume d'appeller *Wormiens* de ſemblables petits os, placés entre ceux du bragma & celui de l'occiput ; mais celui que je viens de décrire, vû ſa groſſeur extraordinaire, paroiſſoit faire un os particulier du crane. Car il ſurpaſſoit de beaucoup celui qu'*Euſtachius* a remarqué dans ſes Tables (*), & ſa figure étoit auſſi tout à fait differente.

III. Après l'ouverture du crane, les tuniques ſe trouverent diſpoſées de la même maniere que dans les autres corps. Lorſqu'elles eurent été écartées, le cerveau ſe montra dans une parfaite intégrité, d'une conſiſtance aſſez ſolide, & ayant l'odeur d'un cerveau frais ; car j'en fis la diſſection dès le lendemain de la mort, afin de pouvoir l'examiner dans toute ſa fraîcheur. Auprès de l'endroit où les veines s'inſerent dans le ſinus longitudinal, il y avoit pluſieurs de ces glandules qu'on

(*) *Tabl. Anat. ex Edit.* Albini. Tab. XCVI. n. 8.

qu'on nomme *Pacchioniennes*, placées en foule, comme de petits grains de millet, autour des troncs des veines. La pie-mère étoit fortement adhérente à la ſubſtance corticale ; & cette ſubſtance elle-même étoit parfaitement entiere, ferme parce qu'elle étoit toute fraîche, ayant ſa ſtructure ordinaire, & la couleur cendrée qui lui eſt naturelle.

IV. En coupant & détachant par lames la ſubſtance du cerveau des parties ſupérieures aux parties inférieures, je m'apperçus que la couleur de la ſubſtance médullaire du cerveau, qui ſurpaſſoit de beaucoup la ſubſtance corticale en ſolidité & en denſité, différoit un peu des autres cerveaux ; car cette couleur n'étoit pas blanche, comme on la trouve ordinairement dans des cerveaux auſſi frais, mais elle étoit bleuâtre ; & auſſi-tôt qu'une partie détachée du cerveau étoit expoſée à l'air, elle devenoit ſur le champ tout à fait blanche. Plus je deſcendois profondément en faiſant la diſſection, & plus cette couleur augmentoit avec la ſubſtance médullaire, & dégénéroit en bleuâtre ; mais il en étoit comme de la précédente, lorsqu'on l'expoſoit à l'air, elle y blanchiſſoit d'abord. Voyant cela, je partageai de nouveau des morceaux déjà diſſéqués de la ſubſtance médullaire, & j'obſervai qu'ils avoient intérieurement la même couleur, toutes les fois que j'avois fait récemment la diſſection, mais que cette couleur ne tardoit pas à ſe changer en blanc. J'ouvris enſuite les ventricules tricornes, dans leſquels il y avoit un peu d'eau ſereuſe, & qui étoient tout à fait ſéparés l'un de l'autre par la cloiſon tranſparente, qui étoit parfaitement entiere, en ſorte que le ſouffle ne paſſoit pas de l'un de ces ventricules dans l'autre, mais quand l'un s'elevoit, l'autre s'abaiſſoit tout à fait. C'eſt ce qui a toujours lieu dans l'état naturel du cerveau, à moins que l'on n'ait rompu la cloiſon en ſoufflant avec trop de force ; & le grand nombre d'Obſervations que j'ai faites dans cette vuë, me permet d'aſſurer le fait avec certitude. Cette cloiſon transparente étoit d'une conſiſtance ſi ferme, qu'il me fut facile, après l'avoir ſéparé du corps calleux, d'en couper des lames détachées les unes des autres. Après avoir ôté des

couches des nerfs opriques les plexus choroïdes, qui étoient ſi larges, qu'ils les couvroient entierement, & en même tems la voûte, qui étoit d'une couleur blanche, & ayant ſa figure ordinaire, j'enlevai avec beaucoup de circonſpection les grandes veines de *Galien* qui y étoient recurrentes, & qui naiſſent des plexus choroïdes & du troiſième impair; & en ſuivant cette méthode, je découvris la glande qu'on nomme pinéale, parfaitement entiere, & ſans aucune léſion. Elle n'étoit pas, comme on la trouve ordinairement, d'une couleur cendrée, mais d'un bleu noirâtre, & de ſa baſe ſortoient deux peduncules tout à fait blancs, qui rélativement à l'intégrité de ce cerveau y tenoient avec force, & s'alloient rendre aux couches des nerfs optiques. Il n'y avoit point là de corruption, qui eut été capable d'altérer ainſi la couleur; tout étoit ferme, & ſans aucune mauvaiſe odeur. Les corps ſtriés avoient extérieurement la couleur de la ſubſtance corticale; mais en les diſſéquant ils ſe trouvoient contenir de la ſubſtance médullaire diſpoſée par rayes entre la ſubſtance corticale, & qui étoit bleuâtre, ou noirâtre. Dès qu'une petite lame coupée avoit été expoſée à l'air, elle devenoit blanche en un inſtant; mais en repoſant une ſemblable petite lame ſur le reſte de la ſubſtance, elle y reprenoit au bout d'un court eſpace de tems ſa couleur noirâtre précédente, puis remiſe à l'air, y blanchiſſoit de nouveau. Je continuai de cette maniere à faire de profondes ſections des corps canelés; & j'obſervai que cette couleur alloit toujours en augmentant avec la ſubſtance médullaire, jusqu'aux peduncules du cerveau. Il n'en étoit pas de même des couches des nerfs optiques; leur couleur extérieure étoit blanche; mais en dedans il y avoit une raye tirant un peu ſur le noir, qui environnoit le cercle extérieur des thalames optiques; & pour le reſte du dedans, il avoit la couleur naturelle blanche qu'a la ſubſtance médullaire du cerveau. La moëlle du cervelet avoit pareillement ſa blancheur naturelle; & n'étoit pas bleuâtre comme celle des corps ſtriés. Pour la moëlle allongée, elle paroiſſoit un peu bleuâtre, là où elle tire ſon origine des jambes du cerveau; mais je ne pus néanmoins obſerver cette couleur dans la moëlle

de

de l'épine. Quant au reſte, il n'y avoit aucune diverſité dans la figure & dans la ſtructure apparente du cerveau ; toutes les parties étoient d'une intégrité parfaite, & l'on ne voyoit, ni dans le cerveau, ni dans le cervelet, aucune trace d'endurciſſement ſquirreux ; mais tant la ſubſtance corticale que la médullaire avoient leur conſiſtance naturelle, de maniere que je pus préparer exactement chaque partie, & la conſidérer tout à mon aiſe.

V. Cette couleur de la ſubſtance médullaire du cerveau, ſi elle ſe trouve ainſi dans tous les Négres, eſt donc une différence caractériſtique entre leur cerveau & celui des Blancs. Mais comme une ſeule Obſervation ne met pas en droit d'affirmer le fait, ce qué je viens de rapporter n'a de force qu'à l'egard du ſujet que j'ai diſſéqué ; & il faut attendre que j'aye occaſion de répéter une ſemblable diſſection, ou que d'autres confirment par leurs Obſervations celle que je viens d'expoſer. Jusqu'ici je ne connois point d'Obſervation particuliere qui ſe rapporte à la diſſection du cerveau des Négres, tous ceux entre les mains de qui leurs corps ſont tombés, s'étant bornés à examiner la couleur de l'épiderme, ſans faire mention des autres parties. *Santorinus* * a bien fait ſes efforts pour découvrir la ſource de la couleur des Négres ; mais il l'a uniquement cherchée dans le foye, par analogie avec ceux qui ſont attaqués de la jauniſſe.

* *Loc. cit.*

VI. Cette liqueur qui teint la moëlle du cerveau, ſe diſſipant d'abord à l'air, il ne faut pas douter que ce ſoit une exhalaiſon très ſubtile. Peut-être qu'elle contribuë à la couleur noirâtre de la membrane muqueuſe ſous-cuticulaire des Négres, en s'exhalant par les nerfs cutanés, & qu'en ſe mêlant aux autres humeurs qui ſortent par excrétion des vaiſſeaux exhalans placés ſous la cuticule, puis devenant rance avec la graiſſe qui tranſſude par les pores de la peau, elle forme cette mucoſité noirâtre, à laquelle l'épiderme des Négres doit ſon origine. Cette opinion eſt principalement confirmée par la couleur noirâtre de la moëlle du cerveau, qui ſe trouve ſurtout à la baſe des corps

ſtriés, vû que c'eſt de là que les peduncules du cerveau tirent leur origine, & qu'ils fourniſſent à leur tour celle de la moëlle allongée, d'où naiſſent finalement la plûpart des nerfs du cerveau. Mais il faut des Obſervations réïtérées pour mettre tout cela dans un plus grand jour.

III.

De la maladie de ce Négre, cauſée par l'endurciſſement ſtéatomateux du Péritoine.

I.

Le jeune Négre dont il a été queſtion dans les Articles précédens, avoit été attaqué pendant neuf mois d'une maladie, qui, malgré les meilleurs remèdes qu'on lui donna, & les ſoins attentifs qu'on prit de lui, le conduiſit au trépas. Avant que de fournir la deſcription anatomique des parties mêmes qui furent affectées par le mal, j'expoſerai le cours & les ſymptomes de la maladie, tels qu'ils m'ont été communiqués par mon reſpectable beau-père, M. *Sprögel*, Profeſſeur & digne Membre de notre Académie, & Medecin conſommé dans la pratique, que M. le Comte *de Neale* avoit chargé, quoiqu'un peu trop tard, de la cure de ce malade.

II. Les détails qui concernent le cours de la maladie, ſe réduiſent à un petit nombre. Depuis le commencement le patient avoit eu le ventre tendu & dur, & le corps reſſerré. L'anxiété des entrailles, l'oppreſſion & les vents le tourmentoient ſouvent, ſurtout parce qu'il mangeoit avec trop de voracité, ſon naturel & ſon âge lui faiſant violer continuellement à cet égard les ordres du Medecin. Cependant l'appétit & les forces ſe ſoutenoient ; & il demeuroit en état de faire ſon ſervice. C'eſt ce qui fit qu'on négligea le mal, & qu'une mauvaiſe diète continuelle lui fit jetter de profondes racines, & l'augmenta à un tel point, qu'on commença à ſoupçonner qu'il y avoit de l'hydropiſie.

dropiſie. Enfin on appella le Medecin huit ſemaines avant ſa mort. Celui-ci, pour réſoudre les obſtructions de l'abdomen, & corriger la matiere viſqueuſe, employa des remèdes ſalins en grande quantité, avec des laxatifs fréquemment répétés ; & il lui preſcrivit en même tems une diéte fluide & réſolvente. Mais tout cela fut inutile, la conſtipation réſiſta aux remèdes, & ne cédoit qu'à l'action paſſagère des laxatifs. Il ſembla au contraire que l'abdomen ſe durciſſoit & s'enfloit de plus en plus ; & à meſure que le corps étoit moins libre, les anxiétés d'entrailles & l'oppreſſion croiſſoient de jour en jour, de ſorte que le malade avoit une peine infinie à ſouffrir le moindre vêtement qui le ſerrât tant ſoit peu. Enfin la ſixième ſemaine après le commencement de la cure, les forces abandonnerent le malade, & il commença à garder le lit, doù il ſortoit pourtant quelquefois pour faire un tour dans ſa chambre. L'enflure & la dureté de l'abdomen continuoient toujours ſur le même pied ; mais, bien loin que l'appetit diminuât, le malade étoit tourmenté d'une véritable faim canine. Les pieds devinrent œdemateux, & quelques jours avant la mort la diarrhée ſurvint, qui ſembla rendre les forces au malade, de façon que la veille de ſa mort il marchoit librement & ſans anxiété. Mais dès le lendemain l'accablement & les angoiſſes le reprirent, & finirent le même jour avec ſa vie.

III. Pendant toute cette maladie il n'y eut point de fievre hectique, & l'amaigriſſement n'avoit pas été pouſſé bien loin ; car on trouva partout ſous la peau de ſon corps une certaine quantité de graiſſe. L'abdomen demeura dur à l'attouchement, même après la mort. Pour rechercher donc avec circonſpection le ſiège du mal, je ſéparai les intégumens de l'abdomen, & premièrement la peau avec la graiſſe que j'ôtai de deſſus les muſcles. Enſuite, ayant fait la diſſection des muſcles jusqu'au péritoine, je trouvai celui-ci adhérent à toutes les parties de l'abdomen d'une maniere très forte, & qui n'étoit point naturelle. Je détachai donc avec autant d'exactitude qu'il me fut poſſible,

ſible, tous les muſcles, de ſorte qu'il ne reſtoit plus que le péritoine. Cela fait, & ne reſtant plus aucune ſubſtance celluleuſe, qui tint extérieurement au péritoine, je trouvai, au lieu de cette membrane, une croute compoſée d'une infinité de petites parties ſtéatomateuſes, cohérentes les unes aux autres, qui comprenoit tous les viſceres chylifiques de l'abdomen, auxquels le péritoine ſert de tunique extérieure.

IV. Je continuai de cette maniere depuis la partie antérieure du péritoine jusqu'au côté gauche du diaphragme ; & je trouvai pareillement le péritoine qui envelopoit le diaphragme, tout rempli de tubercules ſtéatomateux, joints entr'eux à ſa ſurface par une ſubſtance coriacée qui régnoit par deſſous. L'endroit du péritoine qui étoit adhérent à l'aile gauche du tendon du diaphragme, au deſſus de la rate, étoit presque tout compoſé de parties ſtéatomateuſes, qui tenoient fortement, non à la ſubſtance celluleuſe par laquelle le péritoine eſt lié au diaphragme, mais à la membrane même du péritoine très mince ſous la forme d'un continu ſtéatomateux, tandis que la ſubſtance celluleuſe qui le joignoit au diaphragme, en étoit tout à fait exemte, & n'étoit remplie d'aucune graiſſe, ni autre matiere.

V. La rate, entourée de la croute ſtéatomeuſe très épaiſſe du péritoine, avoit partout ſa ſubſtance naturelle, contre mon attente ; elle étoit aſſez ferme, mais ſeulement un peu plus grande qu'elle ne devoit l'être naturellement. A ſa ſurface intérieure concave tenoit l'omentum, pareillement tout rempli de tubercules ſtéatomateux. Il deſcendoit par le grand arc du ventricule, qui avoit ſa ſtructure naturelle, & n'étoint point adhérent au péritoine ; & il étoit entierement garni de tubercules ſtéatomateux de diverſe grandeur, dont les plus gros étoient le double d'un pois, mais qui avoient la forme d'une lentille applatie, ou étoient de figure irréguliere. Cet omentum tenoit au péritoine par devant ; & il étoit tellement attaché aux inteſtins par ſa partie poſtérieure, qu'on ne pouvoit diſtinguer l'endroit de la cohéſion d'avec la partie transverſale de l'inteſtin colon, ni ſa partie colique ; mais

mais il ſembloit faire une ſubſtance continuë avec le péritoine qui enveloppoit l'abdomen & les inteſtins. En effet ſa maſſe, remplie partout de ſtéomates en forme de lentilles, étoit continuellement cohérente aux parties de l'abdomen, en ſorte qu'il étoit impoſſible de découvrir la fin de l'omentum. Le petit omentum étoit garni de la même maniere de tubercules ſtéaromateux, plus ſéparés cependant les uns des autres que dans le grand. Pour la tunique extérieure que le ventricule reçoit du péritoine, & qui revêt ſa ſurface, elle étoit tout à fait nette, & dans ſon état naturel.

VI. Les inteſtins étoient premièrement entourés dans la partie antérieure de l'abdomen, de cette croute du péritoine & de l'omentum, compoſée de ſtéomates aſſez durs, & qui tenoit fortement partout aux inteſtins. Après l'avoir ſéparée, le canal même des inteſtins n'étoit pas viſible, mais il ſe trouvoit caché dans une autre tunique qui ſuivoit, & qui pareillement remplie de ſtéomates, environnoit le canal des inteſtins. Au commencement j'attribuai cette croûte non naturelle des inteſtins, à la liqueur abdominale qui ſe ſeroit peut-être épaiſſie & deſſéchée; & dans cette penſée je travaillai à découvrir la tunique commune externe des inteſtins, qu'ils reçoivent du péritoine. Je commençai donc à écarter inſenſiblement cette croûte ſtéatomateuſe des inteſtins; mais il n'y avoit rien autre choſe deſſous cette croûte qu'une tunique muſculeuſe & nerveuſe. Je ſéparai donc celle-ci d'une partie de l'inteſtin grêle, afin de découvrir le canal des inteſtins. En faiſant cette opération, je trouvai que la tunique muſculaire tenoit avec une extrême force à cette membrane remplie de ſtéatomes, comme elle a coutume de tenir à la tunique externe des inteſtins; & il reſtoit la tunique nerveuſe qui fait le canal des inteſtins. Je ſéparai alors avec circonſpection les fibres muſculaires de cette croûte externe, pour découvrir de cette maniere la tunique externe commune qui vient du péritoine; mais il y avoit à ſa place une membrane en forme de croûte, ſemblable à la membrane précédente du péritoine, qui entouroit le canal

nal des inteſtins, & qui étoit toute remplie de tubercules ſtéatomateux, presque contigus les uns aux autres, n'y ayant que quelques parcelles du péritoine qui paruſſent par ci par là entre ces ſtéatomes. Quelques uns de ceux-ci avoient pénétré entre les fibres ſéparées muſculeuſes des inteſtins jusqu'à la tunique nerveuſe, que je ne trouvai cependant nulle part percée, ni renduë calleuſe par ces tubercules ; mais elle s'étoit conſervée dans une parfaite intégrité. Dans le reſte du canal des inteſtins j'examinai en divers endroits la tunique muſculeuſe, & je trouvai que ſous cette croûte ſtéatomateuſe elle étoit dans ſon état naturel, & auſſi forte qu'elle pouvoit l'être vû l'age du ſujet. N'ayant donc rencontré aucune trace de la tunique externe des inteſtins, à l'exception de cette croûte pleine de ſtéatomes, & le reſte du péritoine ayant été dans le même état, il ne reſte aucun ſujet de douter, que cette croûte dont les inteſtins étoient entourés, ne fut pareillement une production du péritoine qui avoit ſouffert le même changement dans ſa partie qui ſert de tunique externe, ou commune, autour des inteſtins. Cette croûte des inteſtins, compoſée d'une infinité de petits ſtéatomes joints entr'eux, étoit tellement cohérente, que tout le canal des inteſtins paroiſſoit une ſeule maſſe ſolide, dans laquelle il étoit tout à fait impoſſible de diſtinguer les parties & les differens replis des inteſtins, qui ne ſe manifeſterent qu'après avoir enlevé cette croûte avec la tunique muſculeuſe qui y étoit adhérente. Cette maſſe des inteſtins étoit encore couverte, à la partie antérieure de l'abdomen, par une autre croûte ſtéatomateuſe du péritoine & de l'omentum. Mais à la partie poſtérieure, autour des reins, là où le péritoine manquoit, ſe trouvoit la tunique celluleuſe dans ſon état naturel, pleine d'une petite quantité de graiſſe, que la chaleur faiſoit couler. Cela prouve evidemment que c'étoit le péritoine même, & nullement la ſubſtance celluleuſe, qui contenoit ces ſtéatomes ; mais la ſuite achevera d'en convaincre.

VII. Le diaphragme tenoit avec beaucoup de force au côté droit de la ſurface convexe du foye, mais ce n'étoit point par quelque tunique

tunique celluleuſe, ou par des ligamens non naturels, qui s'engendrent de la ſtagnation de la liqueur abdominale, comme la choſe arrive fréquemment ; mais cette adhéſion venoit de la partie du péritoine qui envelope le diaphragme & le foye, laquelle étoit convertie en ſtéatomes. En effet je ſéparai la partie muſculeuſe du diaphragme qui répond aux côtes du côté droit, du péritoine ainſi changé. Cette partie du diaphragme étoit dans une parfaite intégrité ; & la ſubſtance celluleuſe, qui avoit ſa ſtructure naturelle, étoit diſtincte du péritoine, qui environnoit ſa ſurface inférieure, & qui étoit ſi rempli de petits ſtéatomes, qu'il ne paroiſſoit qu'une ſubſtance ſtéatomateuſe continuë, la ſtructure naturelle du péritoine ayant entierement diſparu. Ces tubercules ſtéatomateux, unis comme dans les inteſtins avec ceux qui ſe trouvoient dans la tunique extérieure que le péritoine donne au foye, formoient une union ſi étroite du foye avec le diaphragme dans ce côté droit, que ces deux portions du péritoine, ſavoir celles qui environnent le diaphragme & le foye, ne purent être ſéparées qu'en déchirant la tunique extérieure du foye d'après la ſubſtance même de ce viſcere. Car les tubercules ſtéatomateux de la tunique externe que le foye reçoit du péritoine, avoient attaqué immédiatement ſa ſubſtance, ſans qu'il y eut aucune membrane entre deux, & la ſubſtance du foye étant d'ailleurs demeurée en ſon entier. Mais, pour m'aſſurer mieux du véritable ſiège des ſtéatomes, je commencai à ſéparer la tunique externe du foye dans l'endroit où elle conſervoit encore ſa ſtructure naturelle, & je continuai juſqu'aux endroits affectés. Je trouvai ſous cette membrane la ſubſtance même du foye dans un état à fait naturel, d'une couleur un peu jaunâtre ; mais les tubercules ſtéatomateux étoient tellement attachés à ſa membrane extérieure, que le ſtéatome touchoit, comme je l'ai déjà dit, à ſa ſubſtance même, ſans qu'il y eut aucune membrane entre deux. Le bord aigu du lobe droit du foye étoit joint avec les inteſtins par une groſſe croûte ſtéatomateuſe très épaiſſe, continuë au péritoine, qui deſcendoit du diaphragme au foye; & après avoir rompu cette croûte, la ſurface inférieure & inégale du

foye ſe préſentoit dans ſon état naturel, jointe ſeulement autour de la veſicule du fiel à la tunique externe ſtéatomateuſe de l'inteſtin colon. A cette ſurface inférieure du foye, le péritoine continué au foye autour de la veine umbilicale, couverte tant au dedans qu'au dehors de la foſſe ombilicale, par la ſubſtance du lobe gauche du foye, qu'on nomme quarré, le péritoine, dis-je, étoit plein de tubercules ſtéatomateux, qui ſervoient à l'unir dans cette partie avec la tunique externe du foye. Enfin la veſicule du fiel étoit garnie de plus petits tubercules ſtéatomateux, qui s'y trouvoient diſperſés, & qui tenoient à ſa tunique externe; elle étoit diſtante de la largeur d'un pouce du bord antérieur du foye, il y avoit dedans très peu d'une bile, non jaune, mais cendrée; & elle étoit auſſi adhérente aux inteſtins par des ſtéatomes.

VIII. Le commencement du gros boyau depuis l'ileon, étoit caché ſous la croûte ſtéatomateuſe, ramaſſé comme en un avec les autres inteſtins, auxquels il tenoit avec plus de force qu'au foye. Du côté gauche ſous la rate, il étoit entouré d'une croûte ſtéatomateuſe dont l'épaiſſeur égaloit celle d'un pouce; & il étoit adhérent ſous la même croûte au péritoine pareillement ſtéatomateux. De là, en deſcendant au colon droit, il étoit de nouveau entouré partout d'une croûte ſtéatomateuſe très épaiſſe, & tenoit à l'inteſtin ileon. Après avoir détaché la croûte ſtéatomateuſe, il ne reſta que la ſeule tunique nerveuſe, la muſculeuſe étant adhérente à la ſtéatomateuſe externe. J'eſſayai ſi dans cet endroit je pourrois peut-être ſéparer la muſculeuſe, afin de rendre le péritoine entier viſible; mais la tunique externe ſtéatomateuſe de cet inteſtin étoit indiſſolublement liée avec les fibres longitudinales muſculeuſes, & il n'exiſtoit d'autre membrane que celle qui étoit formée par les tubercules ſtéatomateux. Il y avoit dans l'inteſtin colon quelques uns de ces tubercules qui paroiſſoient pénétrer juſqu'à ſa tunique nerveuſe, laquelle étoit cependant ſaine & ſans aucune altération. Il réſulte de tout cet expoſé, qu'outre la croûte to-

taſe

tale externe, formée par le péritoine ſtéatomateux qui envelopoit les muſcles de l'abdomen, & par l'omentum, il y avoit une autre croûte particuliere, attachée autour de chaque inteſtin, formée par ſa tunique externe commune, & pareillement remplie de tubercules ſtéatomateux.

IX. La ſituation des choſes n'étoit pas la même dans cette partie du canal des inteſtins, à laquelle le péritoine ne fournit point de tunique externe. Une ſubſtance celluleuſe lâche entouroit d'une maniére naturelle la partie transverſale inferieure & deſcendante de l'inteſtin duodenum, & le lioit jusqu'au rein droit & aux vaiſſeaux. Il ne s'y trouvoit aucune trace du tubercule ſtéatomateux; mais d'abord au deſſous du meſocolon grêle on le voyoit ceint de ſa croûte ſtéatomateuſe. Le pancréas, adhérent entre les parties du duodenum, étoit tout à fait naturel, très mou, nullement ſquirreux, mais ayant ſa ſtructure & ſa ſituation naturelle dans la ſubſiſtance celluleuſe qui l'environnoit. De la même maniere la partie antérieure de l'inteſtin rectum, qui eſt pourvuë du péritoine, étoit couverte d'une croûte farcie de tubercules ſtéatomateux, en ſorte que l'inteſtin étoit presque comprimé par cette croûte; mais à ſon côté poſterieur, qui étoit oppoſé à l'os ſacrum & au coccyx, la ſubſtance celluleuſe étoit dans ſa conſtitution naturelle, & il s'y trouvoit ſeulement par ci par là des glandules conglobées ſquirreuſes. Ainſi le défaut de la membrane ſtéatomateuſe qui avoit lieu dans les parties des inteſtins auxquelles le péritoine manque, nous eſt un indice aſſuré, que c'étoit le péritoine même qui avoit ſouffert le changement extraordinaire que nous avons décrit jusqu'ici. Le canal des inteſtins n'avoit ſouffert aucune altération dans ſa ſurface intérieure; on n'y pouvoit remarquer, ni intumeſcence non naturelle, ni léſion quelconque de la tunique villeuſe. La plûpart des glandules du meſentere étoient ſquirreuſes, blanches, durcies; d'autres étoient remplies en dedans d'une ſubſtance ſemblable à celle qui ſe trouve dans les *meliceris*. Celles qui étoient les plus proches du dos, étoient le

plus naturelles, quoiqu'il y en eut de ſquirreuſes entremêlées. Pour le meſentere même tout rempli de tubercules ſtéatomateux, il étoit dans un état de contraction, & ne formoit qu'une ſeule maſſe avec les glandules ſquirreuſes. Au reſte, & les reins, & les grands vaiſſeaux ſitués derrière le péritoine, avoient conſervé leur ſtructure & leur ſituation naturelle, dans la ſubſtance celluleuſe qui les environnoit, & qui n'avoit elle-même ſouffert aucun changement.

X. Le thorax ayant été ouvert, tout s'y trouva dans un état tout à fait naturel. Les poûmons qui n'étoient adhérens nulle part, avoient leur couleur variée de blanc, de noir, & de bleu; & il en étoit de même de la ſtructure du coeur, qui étoit exactement parfaite; les ventricules n'étoient point remplis de ſang coagulé, la liqueur du péricarde n'excédoit point ſa juſte quantité; mais un peu d'humeur, tirant ſur un rouge foible, imbiboit le ſac du péricarde. Au côté droit du thorax ſe trouverent raſſemblées quelques cueillerées d'une liqueur ſereuſe; mais on auroit tort de regarder cela comme une maladie: c'etoit plutôt un effet aſſez ordinaire de la mort, qui procéde de la derniere excrétion, & de la ſtagnation d'un liquide qui n'eſt pas réſorbé.

XI. La pleure dont le diaphragme eſt revêtu, n'étoit pas de même dans ſon état naturel. Je la trouvai toute remplie de petits ſtéatomes diſperſés, & qui, de la même maniere que dans le péritoine, étoient adhérens à la ſubſtance même de la pleure. Après avoir ſéparé la pleure d'avec le diaphragme en uſant de beaucoup de circonſpection, la ſubſtance celluleuſe par laquelle elle tenoit au diaphragme, ſe trouva dans une parfaite intégrité, & tout à fait naturelle; mais une petite lame mince de la pleure contenoit les ſtéatomes, qui ſe détachoient fort aiſément avec elle du diaphragme, mais qui ne pouvoient être ſéparés de la pleure même ſans la deſtruction de cette membrane. Vers les côtes il s'y trouvoit encore quelques petits ſtéatomes, mais en fort petite quantité. Quant au mediaſtin, il étoit dans ſon état naturel.

XII.

XII. Une maladie, telle que je viens de la décrire, eſt aſſurément fort rare; au moins n'ai-je rencontré dans aucun des Auteurs qui rapportent les diſſections des cadavres de perſonnes malades, la deſcription d'une ſemblable état ſtéatomateux du péritoine. J'ai bien trouvé le cas d'un péricarde durci par les ſtéatomes, & qui s'étoit attaché au coeur; & j'en rendrai un compte plus détaillé dans une autre occaſion; mais j'aurois eu de la peine à croire poſſible une pareille dégénération totale du péritoine en tubercules ſtéatomateux, la ſubſtance celluleuſe demeurant tout à fait en ſon entier, & ſans aucun changement. C'eſt ce qui m'a fait employer tous mes ſoins & toute mon attention, à bien examiner un état, que je révoquois en doute, jusqu'à ce qu'un concours de raiſons déciſives m'ayent conduit à la conviction.

XIII. L'énumération que j'ai donnée des parties léſées, explique pourquoi le malade ſouffroit des agitations auſſi continuelles d'anxiété & d'oppreſſion. Le péritoine ſtéatomateux ne pouvoit ceder; ainſi lorsque le ventricule & les inteſtins étoient remplis, il faloit néceſſairement que le diaphragme fut repouſſé contre le thorax, & que la cavité de la poitrine devint plus étroite, de ſorte que ſon eſpace ne ſuffiſoit plus à l'expanſion des poumons. Cette anxiété étoit encore augmentée par la preſſion des vaiſſeaux du meſentere, & des veines de l'abdomen; car la preſſion du canal des inteſtins, quand il étoit dans un état d'expanſion, devoit néceſſairement agir ſur ces vaiſſeaux, & les comprimer. Cela étoit cauſe qu'il y avoit une moindre quantité de ſang contenuë dans ces vaiſſeaux comprimés de l'abdomen, & que ceux du poûmon en recevoient une trop grande, qu'ils avoient d'autant plus de difficulté à transmettre, que la cavité rétrécie de la poitrine étoit contraire à l'entiere expanſion des poumons. La force du canal des inteſtins & du ventricule favoriſoient la voracité, & aidoient la digeſtion; mais la réſiſtance des gros boyaux, auſſi bien que la compreſſion des inteſtins colon & rectum, cauſée par cette croute ſtéatomateuſe

mateuſe épaiſſe qui les entouroit, retardoient la ſortie des excrêmens. Il étoit donc inévitable, que par le délai des remèdes néceſſaires, l'exceſſive quantité d'alimens nuiſibles ne cauſât une corruption toujours plus grande, & que les impuretés ſe portant dans le ſang, il ne ſe formât des obſtructions, qui alloient en augmentant à cauſe de la compreſſion des vaiſſeaux qui le rapportoient, & de l'épaiſſiſſement des humeurs dans ceux du péritoine. Tous ces principes de maladie s'étant accrûs, tant faute de remèdes que par la mauvaiſe diète, la matiere des obſtructions s'épaiſſit de plus en plus, & étant enfin devenuë ſtéatomateuſe, il n'y eut plus moyen de la réſoudre. En effet il eſt bien connu, que la matiere ſtéatomateuſe, une fois endurcie, ne cede presque plus à l'uſage d'aucun remède réſolvant, mais qu'elle demeure dans une ferme cohéſion, à moins qu'on ne puiſſe la détruire par la ſuppuration. Ainſi une maladie auſſi imprévuë & auſſi inconnuë que l'étoit celle dont il s'agit ici, ne pût être adoucie ou guérie par l'uſage copieux des medicamens réſolvans & laxatifs; mais elle permit ſeulement au malade de vivre, jusqu'à ce que la compreſſion des vaiſſeaux chyliferes & meſaraïques eut mis obſtacle au reflux des liqueurs nourricières; & c'eſt alors que le corps dont les forces étoient entierement épuiſées, fut forcé de ſuccomber. La diarrhée qui ſe manifeſta les derniers jours, venoit des liqueurs exhalées des artéres des inteſtins, qui n'étoient pas également réſorbées, & fut augmentée par l'acrimonie des matieres contenuës dans les inteſtins. Mais la trop grande corruption de ces mêmes matieres augmenta l'expanſion & la foibleſſe des inteſtins; d'abord la quantité qui fut chaſſée par la diarrhée, fit un peu diminuer l'anxiété; mais la maſſe & la quantité des ſtéatomes s'étant accruë d'une part, & de l'autre l'expanſion de l'abdomen, & la compreſſion des vaiſſeaux agiſſant de plus en plus, l'anxiété revint avec plus de force que jamais, à cauſe de la circulation empêchée dans les vaiſſeaux de l'abdomen, de la compreſſion du diaphragme, & de la difficulté de reſpirer qui en étoit une ſuite; tant qu'enfin ce tourment ceſſa avec la vie du malade, dont il avoit achevé d'épuiſer les forces.

La

La cauſe du mal conſiſtoit dans l'obſtruction des plus petits vaiſſeaux exhalans du peritoine, qui procédoit de la tenacité des humeurs; & cette tenacité avoit été engendrée par la continuation d'un mauvais régime. De là vient qu'il n'y avoit abſolument dans l'abdomen aucune liqueur abdominale exhalante; mais tout y étoit dans un état de ſechereſſe & de cohérence. Les humeurs viſqueuſes étant donc extravaſées dans le péritoine, s'épaiſſirent à la longue, & engendrerent ces tubercules ſtéatomateux; qui auroient peut-être formé un ſeul ſtéatome continu, ſi la même liqueur qui ſéjournoit dans la cavité de l'abdomen, avoit permis que l'épaiſſiſſement parvint juſqu'à ce point. La maladie conſidérée en elle-même ſert à faire voir, combien il peut naître de maux dans le corps d'une mauvaiſe diéte, & de l'excès immodéré d'alimens nuiſibles; quelle eſt la néceſſité de déraciner dès leurs premiers principes des maladies, dont tous les ſoins qu'on y apporte, ne peuvent enſuite venir à bout; enfin de quelle maniere l'expanſion des inteſtins & de l'abdomen eſt une des cauſes les plus fréquentes des oppreſſions & de l'anxiété, qu'on attribuë quelque fois à l'etat de la poitrine, & qu'on traite en conſéquence d'une maniere peu convenable, ſans toucher à la véritable ſource du mal, qu'on augmente par là plutôt que de le guérir. Si cette maladie eſt plus commune aux Négres, à cauſe peut-être qne leurs humeurs ont plus de viſcidité huileuſe, c'eſt ce que j'abandonne à l'etude & aux Obſervations de ceux qui ſont à portée d'en examiner un plus grand nombre.

NOUVEL ESSAY
SUR LA MESURE DES HAUTEURS PAR LE MOYEN DU BAROMÉTRE,

PAR M. SULZER.

Depuis que le célébre *Pascal* a imaginé un moyen de meſurer l'élévation d'une hauteur ſur le niveau d'un endroit donné, cette matiere a paru ſi importante aux Philoſophes, qu'ils ont toujours travaillé depuis, à perfectionner cette eſpece de nivellement. En effet l'utilité immédiate, quoiqu'aſſez importante, qu'on peut tirer de cette théorie, eſt moins grande, que celle que la Phyſique générale & l'Aſtronomie en recevroient, ſi elle étoit aſſez perfectionnée. Si de la hauteur moyenne du Mercure dans le Barométre, ou de l'élaſticité de l'air dans un endroit donné, on peut conclure l'élévation de cet endroit ſur le niveau de la mer, on peut réciproquement pour chaque élévation donnée conclure l'élaſticité de l'air, ſa denſité, & par conſéquent ſa réfraction ; ce qui eſt d'une extrême importance pour la perfection de l'Aſtronomie. Mais il faut avouër, que cette théorie ſi utile eſt encore bien éloignée de ſa perfection. Le célébre M. *Daniel Bernoulli* eſt le dernier, que je ſache, qui ait tenté de la perfectionner, dans l'excellent Ouvrage qu'il a écrit ſur le mouvement des fluides. Il y a dix ans, que j'ai calculé ſur ſa théorie des Tables pour la meſure des hauteurs par le Barometre, & j'ai trouvé par beaucoup d'Expériences, que ces Tables ſont beaucoup plus exactes, que toutes les autres qu'on avoit faites jusqu'alors. Cependant, comme M. *Bernoulli* n'a fondé ſa théorie que ſur des hypotheſes, qu'il étoit obligé de faire faute d'Expériences exactes, j'ai crû pouvoir faire un nouvel

nouvel eſſai ſui la même matière, en n'adoptant aucune hypotheſe, mais en me fondant uniquement ſur des Expériences certaines.

Il y a deux choſes, qui ſervent de fondement à cette théorie. La premiere eſt, de ſavoir exactement la compreſſion ou la denſité de l'air, le poids comprimant & la chaleur étant donnés. La plûpart des Auteurs ont adopté l'hypotheſe, que les denſités de l'air étoient exactement en raiſon des poids comprimans. Mais il eſt facile de voir, que cela ne peut avoir lieu. M. *Bernoulli* a fait voir clairement que la régle de l'élaſticité, fondée ſur cette ſuppoſition, eſt fort contraire à des Expériences exactes. J'ai donc commencé à faire des Expériences ſur la compreſſion de l'air ; & je les ai pouſſées beaucoup plus loin que n'ont fait quelques Philoſophes, qui en ont fait avant moi.

Le ſecond article, qu'il faut régler, avant que de venir à une théorie exacte de l'élaſticité de l'air dans les differentes hauteurs de l'Atmosphère, c'eſt de trouver une comparaiſon des differens degrès de chaleur, exprimés par les degrés du Thermométre ; car la chaleur ayant beaucoup d'influence pour altérer l'élaſticité de l'air, il faut néceſſairement connoitre ſa force. J'ai donc en ſecond lieu fait des Expériences qui tendent à nous ouvrir le chemin, pour calculer l'effet de la chaleur dans les differentes élévations ſur le niveau de la mer. Ces Expériences faites, j'ai fait un nouveau calcul pour trouver une régle exacte de la diminution de l'élaſticité dans les differentes hauteurs ; & je me ſuis ſervi dans ce calcul des principes, que mes Expériences m'ont fournis. Voilà en général le contenu de ce Mémoire ; je viens maintenant au détail de mes Expériences.

EXPE'RIENCES
ſur la compreſſion de l'air.

J'ai pris une demi-douzaine de tuyaux de verre, dont les cavités étoient aſſez larges pour que l'adhéſion du Mercure à la ſurface intérieure n'eut point d'effet ſenſible pour diminuer la preſſion; je les ai fait joindre l'un à l'autre moyennant des anneaux de laiton & de la cire d'Eſpagne, pour en faire un ſeul tuyau continu, auſſi bon pour l'uſage auquel je l'avois deſtiné, que s'il avoit été tout d'une pièce. Puis ayant fait recourber l'extrémité inférieure de ce tuyau, j'y ai fait attacher de la même maniere un autre tuyau plus large, & long d'un pied, auquel j'ai donné une ſituation parallèle au long tuyau. A l'extrémité de ce ſecond tuyau étoit attaché un autre tuyau d'un très petit diamètre. Cet Inſtrument ainſi préparé fut attaché à une forte pièce de bois, moyennant laquelle on lui donna une poſition perpendiculaire. Avant que d'attacher le tuyau large à l'autre, j'ai eu ſoin de le diviſer exactement en pouces décimales du pied de Rhin, & j'ai eu égard dans cette diviſion à la diminution de la cavité, qui étoit moindre en haut vers C qu'en bas. Je ne m'arrête pas à décrire le moyen que j'ai employé pour cela; il eſt facile d'en imaginer un.

Fig. 1.

Lorsque tout fut préparé de la maniere que je viens de décrire, j'ai fait verſer un peu de Mercure (en D) au haut du long tuyau, afin qu'il rempliſſe l'eſpace qui eſt ſous la ligne A B, pour avoir une baſe exacte, ou deux points fixes en A & en B pour commencer la meſure de hauteurs. Le petit tuyau capillaire C avoit été laiſſé ouvert pour cette petite opération préliminaire, afin que l'air pût ſortir de ſon ouverture, lorsqu'on verſoit cette petite quantité de Mercure, qui ſans cela auroit déjà un peu comprimé l'air. Cela fait, j'ai fermé l'ouverture du tuyau en C moyennant de la cire d'Eſpagne, d'une maniere qui m'aſſurât que l'air, quelque comprimé qu'il fut, ne pouroit jamais y trouver la moindre ſortie. Enfin j'ai attaché à côté du tuyau large un

Fig. 1.

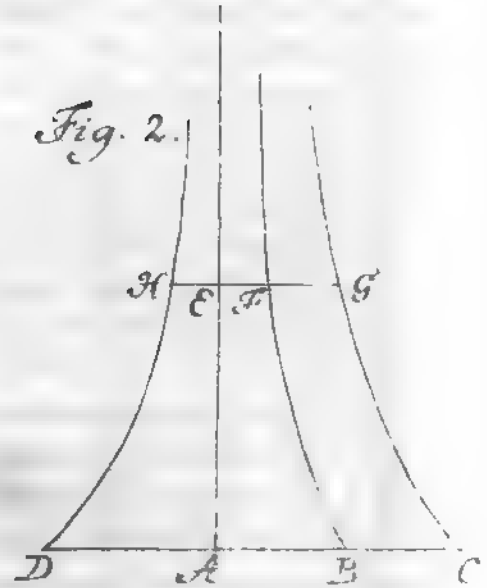


Fig. 2.

Mem. de l'Acad. Tom. IX pag. 116.

F.H. Frisch, d. Berl.

un Thermometre de *Farenheyt*, pour obſerver les degrés de chaleur pendant l'Expérience; & comme il importe beaucoup que la chaleur ne change par ſenſiblement pendant l'Expérience, je l'ai faite dans un tems couvert, en plein air. Les réſultats de mes Expériences ſe trouve dans les Tables ſuivantes, dans leſquelles les meſures employées ſont des pieds du Rhin diviſés en 10 pouces, le pouce en 10 lignes, &c.

PREMIERE EXPE'RIENCE.

Hauteurs du Barométre.	*Etat du Thermom.*	*Hauteurs des colonnes de Mercure.*	*Eſpaces occupés par l'air.*
24. 56. pouces.	70. degr.	0. 00. pouces.	11. 00. pouces.
	70.	2. 30.	10. 00.
	70.	5. 18.	9. 00.
	70.	7. 00.	8. 00.
	70½	13. 75.	7. 00.
	70¾	16. 43.	6. 50.
	71.	19. 57.	6. 00.
	71.	23. 55.	5. 50.
	70½	28. 00.	4. 85.
	71.	33. 79.	4. 50.
	71.	48. 60.	3. 50.
	72.	59. 77.	3. 00.
	72½	66. 50.	2. 75.
	73.	74. 60.	2. 50.
	73½	84. 50.	2. 25.
	74.	96. 40.	2. 00.
24. 48.	73.	111. 15.	1. 87.

Les Expériences faites, j'ai laiſſé le tout dans l'état marqué par les derniers nombres, pendant 5 heures de tems. En examinant alors

l'état du tuyau, je vis que le Soleil, dont les rayons tomboient ſur le tuyau, avoit fait monter le Thermometre à 81 degrés. La Colomne de Mercure étoit montée d'environ quatre pouces, & l'air comprimé applatit par ce nouvel accroiſſement de chaleur la ſurface du Mercure dans le tuyau : cependant il remplit encore le tuyau juſqu'à 1. 87 pouces comme auparavant. Cette circonſtance m'aſſure, que les tuyaux n'avoient point donné des ſorties inſenſibles, ni au Mercure, ni à l'air; & elle fait voir en même tems que le petit changement du Thermometre pendant l'Expérience n'a pas d'influence ſenſible pour altérer les hauteurs du Mercure dans les deux tuyaux.

SECONDE EXPE'RIENCE.

Barometre.	*Thermometre.*	*Colomnes de Mercure.*	*Eſpaces de l'air.*
24. 06.	62.	0. 00.	11. 00.
	62.	5. 40.	8. 90.
	62.	6. 95.	8. 50.
	61 1/2	8. 00.	8. 00.
	62.	10. 04.	7. 50.
	62 1/4	12. 40.	7. 00.
	62	15. 57.	6. 50.
	62.	19. 30.	5. 95.
	62.	23. 20.	5. 50.
	62 1/2	33. 50.	4. 50.
	62.	40. 75.	4. 00.
	62.	50. 00.	3. 50.
	62.	61. 95.	3. 00.
	62 2/3	79. 79.	2. 50.
	63 1/4	98. 56.	2. 00.
24. 06.	62 1/2	137. 00.	1. 50.

J'ob-

J'obtins quelque tems après un long tuyau de verre fort large, & cela me tenta de répéter encore une fois l'Expérience, avec plus de commodité que les deux premières fois. Le tout fut donc préparé comme les deux premières fois, avec cette différence, que le long tuyau a été cette fois tout d'une pièce, (à quelques pieds prés, qui y furent ajoutés au haut,) & plus large qu'aux deux premieres Expériences. La Table ſuivante en contient les réſultats. Les meſures ſont le pied du Rhin diviſé en 12 pouces, & le pouce en 10 lignes.

TROISIE'ME EXPE'RIENCE.

Barometre.	*Thermometre.*	*Colomnes de Mercure.*	*Eſpaces de l'air.*
29″	55	0. 0.	12.
		2″. 2‴.	11.
	exactement	5. 3.	10.
	conſtant pendant tout le tems de l'Expérience.	8. 8.	9.
		13. 7.	8.
		19. 1.	7.
		26. 1.	6.
		36. 0.	5.
		52. 0.	4.
		76. 3.	3.
		124. 6.	2.
		169. 2.	1½.

Pendant cette Expérience le Barométre baiſſa, mais de ſi peu qu'il n'eſt pas néceſſaire d'y avoir égard.

J'ai réüni les réſultats de ces trois Expériences dans la Table ſuivante, dans laquelle j'ai ajouté aux colomnes comprimantes la hauteur du Mercure dans le Barométre durant les Expériences, pour avoir les poids comprimans entiers. J'ai auſſi ſouſtrait peu à peu les 8 centiè-

mes

mes dont le Barométre baiſſa pendant le tems de la première Expérience; enfin j'y ai réduit les nombres à d'autres, en mettant l'unité, tant pour la hauteur du Mercure au commencement, que pour l'eſpace qu'occupoit l'air naturel. Au lieu des eſpaces, j'ai marqué dans les 2e. 4e. & 6e. colomnes les denſités, qui répondent aux poids comprimans.

TABLE

qui marque les denſités de l'air pour les poids comprimans donnés.

Premiere Expérience.		Seconde Expérience.		Troiſième Expérience.	
Poids comprimans.	*Denſités.*	*Poids.*	*Denſités.*	*Poids.*	*Denſités.*
1. 000.	1. 000.	1. 900.	1. 000.	1. 000.	1. 000.
1. 093.	1. 100.	1. 224.	1. 236.	1. 076.	1. 091.
1. 211.	1. 222.	1. 288.	1. 294.	1. 183.	1. 200.
1. 284.	1. 375.	1. 332.	1. 375.	1. 303.	1. 333.
1. 559.	1. 571.	1. 417.	1. 466.	1. 472.	1. 500.
1. 669.	1. 692.	1. 515.	1. 571.	1. 659.	1. 714.
1. 796.	1. 833.	1. 647.	1. 692.	1. 900.	2. 000.
1. 958.	2. 000.	1. 802.	1. 849.	2. 241.	2. 400.
2. 130.	2. 288.	1. 964.	2. 000.	2. 793.	3. 000.
2. 375.	2. 444.	2. 392.	2. 444.	3. 631.	4. 000.
2. 936.	3. 143.	2. 693.	2. 750.	5. 297.	6. 000.
3. 391.	3. 666.	3. 078.	3. 143.	6. 835.	8. 000.
3. 706.	4. 000.	3. 575.	3. 666.		
4. 035.	4. 444.	4. 320.	4. 444.		
4. 438.	4. 888.	5. 096.	5. 500.		
4. 922.	5. 500.	6. 694.	7. 333.		
5. 522.	5. 882.				

Les

Les réſultats de ces trois Expériences ne conviennent pas exactement & il ne faut pas en être ſurpris, puisque la moindre erreur dans l'eſtimation de la compreſſion de l'air, produit une erreur fort ſenſible dans la hauteur de la colomne de Mercure comprimant. Pour agir de bonne foi, il faut que je remarque, que la troiſième Expérience me paroit la plus ſûre; & je puis aſſurer, que j'y ai apporté une exactitude peu commune. D'ailleurs comme j'ai trouvé un moyen de placer le bas de la Machine, qui contenoit l'air à comprimer, dans les ſouterrains de ma Maiſon, pendant que le haut bout, ou l'on verſoit l'argent-vif, montoit au premier étage, j'avois une très grande commodité d'obſerver la hauteur du Mercure dans le tuyau large; & l'Ami qui m'aida à faire l'Expérience en avoit autant, pour verſer le Mercure préciſément dans la quantité, où je voulois l'avoir. Outre cette commodité, l'air égal dans les ſouterrains conſervoit abſolument le même degré de chaleur pendant tout le tems de l'Expérience, ce qui eſt ici très eſſentiel.

Cependant, malgré la difference qu'il y a entre les trois réſultats, ces 42 obſervations conſpirent toutes à nous aſſurer, 1°. que la denſité de l'air eſt toujours plus grande que le poids comprimant, 2°. que cet excés de denſité ſur le poids croit à meſure que l'air devient plus denſe. Pour exprimer donc la loi de la compreſſion de l'air, ſoit le poids comprimant $= P$, & la denſité de l'air qui y répond $= D$. On aura cette formule pour la loi de la compreſſion $D = P^{\pi}$, π étant une certaine fonction de P, qui croit à meſure que P devient plus grand.

Je ne crois pas à la vérité, que l'on puiſſe aſſigner à π ſa valeur d'une maniere générale; cependant ſi P ne varie pas beaucoup, on peut ſans erreur ſenſible prendre π conſtant; de ſorte que, quand il ne s'agit que de la meſure des hauteurs par le Barometre, π ſera à trés peu près conſtant. Les premiers réſultats de ces trois Expériences donnent à peu près $\pi = 1,0015$. On auroit donc $D = P^{1,0015}$ pour

pour la loi de la denſité dans la partie de l'Atmosphère, qui nous eſt acceſſible.

Je ne puis m'empêcher de faire ici quelques remarques ſur la nature de l'air. Il ne paroit pas naturel, que l'air fort denſe ſoit plus facile à être comprimé, que l'air raréfié. On ſoupconneroit tout au plus, que la denſité devroit ſuivre la proportion des poids comprimans, parce qu'il eſt néceſſaire, que, toutes choſes égales, la force double doit produire un double effet. Ce ſeroit donc une ſpéculation aſſez curieuſe d'examiner d'où vient cette inégalité d'effet des forces égales. Il me ſemble que cela peut arriver de deux manieres différentes. Ou les particules de l'air, lorsqu'elles ſont plus proches les unes des autres, aident par leur force attractive à la compreſſion, qui par là doit être plus facile dans l'air denſe, que dans l'air plus raréfié; ou les particules de l'air ſont ſemblables à des lames d'acier, qui lorsqu'on les courbe beaucoup, ne ſe reſtituent pas en entier, ayant perdu quelque choſe de leur élaſticité. Mais ce ſeroit une conſéquence néceſſaire de l'un & l'autre cas, que l'air comprimé ne fut plus capable de ſe reſtituer entièrement à ſon premier volume, lorsque la compreſſion ceſſe; & dans ce cas il ſeroit ſemblable à la plûpart des corps élaſtiques que nous connoiſſons. M. de *Muſchembroeck* dit, dans ſon Eſſai de Phyſique, que l'air condenſé s'étend, lorsqu'on ôte la preſſion dans un volume plus grand qu'il n'étoit avant la compreſſion. Mais il n'allégue aucune Expérience pour le prouver, & il me paroit très probable qu'il s'eſt trompé en cela.

Ayant ainſi trouvé une loi pour la compreſſion de l'air, qui eſt à peu près vraye pour un air, qui ne différe pas beaucoup de celui qui eſt proche de la terre, je me ſuis appliqué à rechercher les moyens de calculer l'effet de la chaleur ſur l'élaſticité & la denſité de l'air. L'eſſentiel eſt de trouver les proportions geométriques des degrés de chaleur indiqués par le Thermométre. Les diviſions du Thermométre étant exprimées par des nombres arbitraires, on peut bien dire que la chaleur de 90 degrés

degrés, par exemple, eſt plus grande que celle de 30 degrés. Mais il faut ſavoir de combien celle-là eſt plus grande que celle-ci. Je crois avoir trouvé un moyen de comparer ces différens degrés de chaleur de manière à pouvoir dire, combien l'un eſt plus grand que l'autre. Voici les réfléxions ſur leſquelles cette meſure eſt fondée. On ſait que la chaleur dilate l'air, comme la preſſion le condenſe. Je regarde donc la chaleur comme un poids négatif, & je compare un degré de chaleur à un autre, moyennent la dilatation qu'ils opérent dans une même maſſe d'air. Suppoſé donc qu'un certain degré de chaleur *m* raréfie une maſſe donnée d'air jusqu'à lui faire occuper un eſpace double, & un autre degré de chaleur *n*, qui raréfie la même maſſe au quadruple, il me paroit aſſez probable, qu'on pourra ſuppoſer ſans erreur ſenſible que *m* eſt à *n* comme 1 : 2. J'avois à la vérité quelques doutes ſur cette proportion, mais ayant vû depuis, que M. *Newton* a eſtimé les proportions de chaleur, par la dilatation de l'huile (*), mes doutes ont ceſſé.

EXPE'RIENCES

ſur la dilatation de l'air par la chaleur.

J'ai pris une quantité ſuffiſante d'eau pour qu'elle conſervât une chaleur plus grande que celle de l'air pendant un tems ſuffiſant. J'ai placé cette eau dans une chambre des ſouterrains où le Thermométre de *Farenheyt* étoit à 57 degrés. J'ai mis dans cette eau un Thermométre avec un tuyau de verre rempli d'air, fermé hermétiquement au fond, & ouvert en haut par une très petite ouverture. Je m'étois aſſuré par des Expériences préalables, que l'air qui rempliſſoit le tuyau plongé dans l'eau prenoit exactement, & en peu de tems, le même degré de chaleur qu'avoit l'eau. Ayant donc remarqué le degré de chaleur auquel l'eau faiſoit monter le Thermométre, j'étois aſſuré, que l'air dans

(*) Voyez *Newtoni Opuſcula* T. II. p. 418.

le tuyau avoit exactement le même. Après avoir marqué ce degré, je bouchai la petite ouverture du tuyau, pour empêcher, que l'air extérieur n'entrât en retirant le tuyau de l'eau chaude. Avec cette précaution j'ai mis ce tuyau renverſé dans l'eau fraîche, qui avoit le même degré de chaleur que l'air de la chambre, ſavoir 57 degrés. Puis ayant placé le Thermométre dans la même eau, j'ai laiſſé réfroidir le tout jusqu'à ce que le Thermométre fut deſcendu au degré conſtant 57. Alors l'air s'étant retiré dans le Tuyau jusqu'à ſon volume naturel, l'autre eſpace ſe remplit d'eau. La quantité de cette eau m'indiquoit le volume d'air chaſſé par la chaleur. J'ai répété ces Expériences pluſieurs fois avec toutes les précautions, qui les rendent ſolides. Je ne mettrai ici que celles qui furent faites dans un tems où le Baométre reſta abſolument immobile, pendant tout le tems que l'Expérience avoit duré. En voici les réſultats.

Degrés de chaleur au Thermomét. de Farenheyt.	*Quantité d'air chaſſée du tuyau*
114.	0. 172. *du total.*
107.	0. 145.
100.	0. 122.
94.	0. 101.
84.	0. 071.
57.	0. 000.

On remarquera aiſément, que la raréfaction de l'air ſuit à peu près une progreſſion arithmétique. Car 57 degrés de chaleur plus que la chaleur conſtante de 57 degrés, avoient chaſſé 0. 172 parties, & 50 degrés en avoient chaſſé 0. 145 parties, &c. de ſorte que l'on peut mettre pour un degré du Thermométre à peu près 0. 0026 parties

ties. Ainſi il eſt facile de rapporter ces effets au degré conſtant 32. au lieu de 57. Sur ce fondement eſt bâtie la Table ſuivante :

Degrés de chaleur.	*Quantité d'air chaſſé.*
100.	0. 1768
90.	0. 1508
80.	0. 1248
70.	0. 0988
60.	0. 0728
50.	0. 0468
40.	0. 0208
32.	0. 0000

En mettant maintenant l'unité pour la quantité d'air de 32 degrés, dont le tuyau eſt rempli, le volume d'air chargé de 40 degrés de chaleur ſera égal à $1 - 0.0208 = 0.9792$. Le volume d'un air de 50 degrés $1 - 0.0468 = 0.9532$. & ainſi de ſuite. Et puisque nous avons ſuppoſé, que la chaleur eſt proportionnelle à la rareté de l'air, on obtiendra la Table ſuivante.

Degrés de Chaleur du Thermomètre.	*Proportions des Chaleurs.*
100	1. 1768
90	1. 1508
80	1. 1248
70	1. 0988
60	1. 0728
50	1. 0468
40	1. 0208
32	1. 0000 (*)

(*) Il faut remarquer ici en paſſant qu'on peut conclure de cette Table que la chaleur de l'Eté dans ce climat eſt à celle de l'Hiver à peu près comme 6 : 5.

Màintenant, pour faire uſage de ces Expériences dans le calcul des élaſticités de l'air, il faudroit connoitre le degré du Thermometre pour chaque hauteur donnée. Mais il eſt facile de voir, que cela n'eſt point conſtant, ni dans tout climat, ni dans toute ſaiſon. La difference de l'Hyver à l'Eté eſt ſurtout ſenſible. En Hyver le froid eſt presque conſtant par toute la hauteur de l'Atmoſphère, au lieu qu'en Eté la chaleur eſt grande près de la Terre, & il régne un grand froid au ſommet des montagnes. Il n'eſt donc pas poſſible de donner des formules générales qui renferment toutes ces variétés. J'accomoderai le calcul à un cas particulier, en ſuppoſant un jour d'Eté dans notre climat, où le Thermometre de *Farenheyt* eſt ordinairement à 70. ou 72 degrés.

Quant à la diminution de la chaleur dans les differentes hauteurs, voici ce que j'en ai remarqué dans un Voyage que je fis aux Alpes en Suiſſe, l'an 1742. Au mois d'Aout, lorsque par un tems clair le Thermometre étoit entre 70 & 80 degrés dans les vallées, je ne l'ai obſervé qu'entre 40 & 45 degrés à la hauteur environ de 3000 pieds au deſſus du niveau de la mer; à 5000 pieds de hauteur il étoit entre 30 & 40; & à la hauteur de 7000 pieds, il ne paſſa guères le 34 degré à midi. Les belles Obſervations que Mr. *Bouguer* a faites au haut des Montagnes du *Pérou*, s'accordent aſſez avec celles-ci. Tout cela bien conſidéré, il me ſemble que les différens degrès de chaleur en montant dans l'Atmoſphère, peuvent être repréſentés par les appliquées d'une courbe aſymptotique, dont nous connoiſſons à peu près les valeurs ſuivantes. (En nommant la hauteur x, la chaleur qui y repond u)

Lorsque $x =$	0	$u =$ 1. 1000
$x =$	3000	$u =$ 1. 0330
$x =$	5000	$u =$ 1. 0100
$x =$	8000	$u =$ 1. 0000
$x =$	12000	$u =$ 0. 9896

Voilà

Voilà les principes ſur leſquels il faut fonder le calcul pour trouver l'élaſticité de l'air dans les différentes hauteurs de l'Atmosphère, ou les hauteurs, qui répondent aux élaſticités données.

Soit maintenant ABC, la ligne horizontale, qui raſe la ſurface de la Mer; AK, la verticale ſervant d'axe aux courbes DH, BF, CG, dont la première eſt celles des degrés de chaleur, la ſeconde celle des preſſions de l'Atmoſphère ſur un pouce quarré, & la troiſième celles de denſités. Fig. 11.

Je mettrai la hauteur $A E = x$.
$H E = u$.
$E F = p$.
$E G = y$.

L'élaſticité de l'air étant toujours égale au poids, que l'air peut ſoutenir, & lequel l'élaſticité de l'air tient en équilibre, je ne chercherai que la preſſion de l'Atmoſphère pour chaque hauteur. De cette preſſion il ſera facile de déduire la hauteur du Mercure dans le Baromètre. Je ſuppoſe la hauteur du Baromètre au niveau de la mer $= 28$ pouces du pied de France, & je mets le poids de 28 pouces cubiques du Mercure, (qui fait 112007 grains,) $= 1.000$. Le poids de l'air eſt égal à ſa denſité multipliée par ſa hauteur, lorsque cette denſité eſt conſtante. Donc l'élément du poids, ou de la preſſion dp, doit être $= -myd x$ ou $-dp = myd x$. Or par le réſultat de nos Expériences nous avons $y = p^{\pi}$ lorsque la chaleur eſt conſtante, & en ſuppoſant la chaleur variable, puiſqu'elle diminue la denſité, on aura $y = \frac{p^{\pi}}{u}$. Cette valeur ſubſtituée dans la première équation donne $-dp = \frac{mp^{\pi}dx}{u}$, & $\frac{-dp}{p^{\pi}} = \frac{mdx}{u}$, dont l'intégrale eſt $\pm C + \frac{1}{\pi-1.p^{\pi-1}} = \int \frac{mdx}{u}$.

Nous

Nous ne ſommes en état de déterminer la valeur de u en général que par une Equation tranſcendente. Mais, pour abréger le calcul, il me ſuffira cette fois d'appliquer cette formule à ces cas où u devient conſtant, ce qui doit avoir lieu en Hyver, par de grands froids. Nous avons donc pour ce cas $\pm C + \frac{1}{\pi - 1 \cdot p^{\pi-1}} = mx$, d'où l'on tire $\left(\frac{1}{\pi - 1 \cdot \left(mx + \frac{1}{\pi - 1}\right)}\right)^{\frac{1}{\pi-1}} = p$. Cette équation peut être appliquée à tout climat où il gèle dans l'Hyver, pourvû qu'on détermine bien la valeur de la lettre π, qui dans notre climat ſera à peu près $\frac{15}{10000}$; comme nous avons trouvé par nos Expériences. Elle ſera plus grande pour les païs plus ſeptentrionaux, & moins grande pour ceux qui ſont plus méridionaux. En mettant donc $\pi = 0.0015$ l'équation ſera

$$\left(\frac{666.\ 666\ \&c.}{666.\ 666.\ \&c. + mx}\right)^{\frac{10000}{15}} = p.$$

dans laquelle la lettre m doit être déterminée par une bonne Obſervation. En comparant pluſieurs Obſervations, je trouve pour cette lettre m à peu près la valeur 0. 00004, ou un peu moins; d'où il eſt facile de calculer des Tables pour l'uſage de la meſure barométrique.

Appliquons cette formule à une ſeule Obſervation, qui eſt ſans doute la plus exacte de toutes celles qu'on a, puiſqu'elle a été faite par Mrs. les Académiciens de Paris envoyés au Pérou. M. *Bouguer* la rapporte dans l'excellente deſcription de ſon voyage au Pérou. A' une hauteur de 2476 toiſes, ou de 14856 pieds, le Mercure baiſſa dans le Baromètre de 12 pouces & 3 lignes; & au bord de la Mer du Sud de près de 28 pouces. Cette Expérience donne donc $p = 0.5630$.

En

En mettant dans notre formule $x = 14856$ & $m = 0.00004$, on obtient $p = 0.5519$, ce qui fait un peu plus de $3\frac{1}{2}$ lignes de différence dans la hauteur du Barométre, & environ 400 pieds de différence pour la hauteur de la montagne. Par la formule de M. *Bernoulli* (*) on obtient dans cet exemple $p = 0.5968$. Mais cette même formule paroit mieux convenir avec les Obſervations faites à des hauteurs moins conſidérables, comme on peut le voir dans l'excellent Ouvrage, que je viens de citer.

Si la hauteur du Barométre eſt donnée, & que l'on veuïlle en déduire l'élévation de l'endroit, on aura $x = \frac{a - a\,p^{1,5}}{m\,p^{1,5}}$ en mettant $a = 666.666$ &c. & $m = 0.00004$.

(*) Voyez *Hydrodyn.* Sect. X. p. 271.

DE L'ENVELOPE DES NERFS,

PAR M. ZINN.

Traduit du Latin.

Presque tous les Anatomiſtes, depuis le tems de Galien, ont été imbus de l'opinion, que cette envelope des nerfs, dont les petits filets médullaires qui ſortent du crane ſont entourés, & qui ſert à les préſerver de toute léſion dans leur paſſage à travers les muſcles & d'autres parties, eſt une vraye continuation des méninges du cerveau, qui, ſans changer de nature, s'arrangent ſeulement en forme d'étui, autour des nerfs qui ſortent du crane & de la cavité des vertebres, & continuent à les accompagner jusqu'à la fin. Mais, comme la plûpart croyent que cette dure-mère, & d'autres auſſi que la pie-mère, ſont des membranes d'une extrême ſenſibilité, tandis que la moëlle même eſt deſtituée de tout ſentiment, on en eſt aiſément venu au point de s'imaginer que tout le ſentiment dépendoit de cette envelope des nerfs, conſidérée comme une continuation des méninges du cerveau, & que c'étoit de là qu'il alloit aboutir au *ſenſorium* commun. De nos jours, le célébre M. *Winter*, Profeſſeur dans l'Académie de Leyde, a pouſſé cette théorie, jusqu'à placer dans la dure-mère le premier principe, non ſeulement de la ſenſibilité, mais auſſi de l'irritabilité, prétendant que les parties du corps humain ne ſont ſenſibles & irritables, qu'autant qu'elles procedent de la dure-mère. On fait contre cette théorie diverſes Objections, parmi leſquelles il y en a qui ſont certainement d'un grand poids; cependant perſonne ne s'eſt aviſé d'examiner, s'il étoit conforme à la vérité Anatomique, de faire de l'envelope des nerfs une véritable production des méninges du cerveau. C'eſt pourtant là le fondement principal, ſur lequel repoſe toute cette théorie; & dès qu'on l'aura ôté, tout l'édifice qu'il porte, ne peut manquer de tomber

ber en ruïne. M. de *Haller*, mon illuſtre & reſpectable Maître, eſt le premier qui ait propoſé une très belle conjecture, tirée de l'analogie des autres parties, ſuivant laquelle cette envelope des nerfs n'eſt qu'une ſimple toile celluleuſe. Cette idée m'a paru ſi importante, que je me ſuis propoſé de la vérifier, en examinant attentivement dans les cadavres, quel étoit l'état des choſes, tant à la ſortie des nerfs hors du crane & de la cavité des vertébres, que dans leur cours au milieu de toutes les parties du corps humain.

Tous les nerfs qui procedent de la moëlle du cerveau, ou de l'épine, ſont de petits faiſceaux moëlleux, compoſés de filets de fibres, diſtincts, paralleles, que la pie-mère envelope, & réünit en un ſeul paquet. Dans les uns elle eſt rougeâtre & plus ferme, dans les autres plus molle & presque médullaire, comme dans les nerfs olfactoire & auditif; cependant les petits vaiſſeaux qui déſignent le nerf, la découvrent aiſément partout. Les troncs compoſés de ces petits filets vont ſe rendre à leur trou dans la dure-mère, qui eſt tantôt plus, tantôt moins éloigné de l'origine qu'ils tirent de la moëlle; & il y en a quelques uns qui font un aſſez long chemin par ſes divers canaux & interſtices, avant que de trouver leur trou dans la baſe du crane, étant d'ailleurs liés par tout d'une maniere très étroite à la dure-mère, dans tout le cours du chemin qu'ils font en s'avançant entre ſes lames, par une ſubſtance celluleuſe forte, courte, rougeâtre, & diſtincte de la pie-mère. Mais, lorsque le nerf eſt arrivé à ſon trou, la dure-mère, collée partout aux os, ſe réfléchit, & forme un entonnoir, dans lequel eſt reçu le nerf, comme dans une eſpece d'étui, tant qu'il eſt dans l'épaiſſeur des os, étant lié à la dure-mère par pluſieurs fibrilles celluleuſes, & aſſez fortes, afin que l'origine même qui eſt extrémement molle, ne ſouffre pas aiſément de léſion, lorsqu'il arrive quelquefois que le nerf a une tenſion en ſortant de ſa boëte oſſeuſe. La dure-mère, en ſortant avec le nerf hors du crane & du canal des vertèbres, ne demeure pas la même dans les differens nerfs. Car dans ceux, qui im-

médiatement après leur iſſuë continuënt leur route entrelaſſés dans les muſcles, comme dans le huitième, le troiſième rameau de la cinquième paire, & le neuvième, lorsqu'elle eſt parvenuë à l'embouchure extérieure du trou du crane, elle ſe ſépare d'abord en deux lames, dont l'une, en conſervant la ſolidité & la denſité qui caractériſent la dure-mère, eſt réfléchie autour des os, & ſe continuë de la maniere la plus manifeſte dans le périoſte même. Pour l'autre lame, elle revêt le nerf comme un étui pendant un court eſpace, & alors ſon état paroit favoriſer l'opinion communément reçuë; mais, après avoir fait un peu de chemin avec lui inſenſiblement, & plutôt dans l'un, plus tard dans l'autre, elle devient plus lâche & plus mince, jusqu'à ce qu'elle ne ſoit plus qu'une ſimple toile celluleuſe, graſſe, qui peut ſe gonfler, tout à fait ſemblable à la toile celluleuſe qui répond partout aux muſcles & aux autres parties du corps humain, en un mot qui ſe confond pleinement avec la celluleuſe des parties voiſines. Néanmoins les petites lames intérieures, qui touchent le nerf de plus près, étant comprimées par la force des muſcles & des autres parties qui repoſent deſſus, ſont d'un tiſſu un peu plus ſerré, & continuënt à revêtir le nerf, comme cela arrive à toutes les parties, qui ſont entourées d'une ſubſtance celluleuſe. La choſe eſt ſurtout ſenſible dans le huitième qui deſcend par le col, & où les petites lames celluleuſes ſont plus étroitement reſſerrées par la pulſation de la carotide & l'action des parties voiſines. Les autres nerfs, qui ont leur cours à travers des parties très molles & de la pure graiſſe, comme ſont ceux qui entrent par la fente de l'orbite ſphénoïde, ne reçoivent pas ſeulement cette lame de la dure-mère, qui dans cet endroit ſe réfléchit toute entiere dans le périoſte de l'orbite, mais ils ſe montrent garnis ſeulement de leur pie-mère, & d'une celluleuſe tout à fait déliée. La dure-mère abandonne auſſi entierement d'autres nerfs, qui en ſe jettant d'abord dans les os, y ſont mis à l'abri de tout accident, comme le ſeptième, le ſecond rameau du cinquième, & l'intercoſtal; & cette membrane, ſans ſe diviſer, demeure toute entiere attachée aux os, & elle ne ſe partage point, comme elle

elle le fait ailleurs, en deux lames, dont l'une ſerve à revêtir le nerf. A' la ſortie de l'olfactoire, la dure-mère jette par tous les trous de la lame ethmoïde des productions remplies de rameaux nerveux & de petits vaiſſeaux, qui pendant un certain eſpace ſe montrent diſtinctement dans la membrane pituitaire, jusqu'à ce qu'ils s'évanouïſſent inſenſiblement avec elle. J'aurois du penchant à croire, que les Auteurs qui, en décrivant la diſtribution du nerf olfactoire dans les parties des narines, prétendent que ſes rejettons ſont embarraſſés, qu'ils ſe diſtribuënt en rameaux, & qu'ils ne ſont pas fort mous, n'ont vû autre choſe que ces productions de la dure-mère, qui s'engagent dans la membrane des narines. Quiconque en a fait l'Expérience, reconnoitra avec moi, que la molleſſe coulante & muqueuſe du nerf olfactoire, depuis qu'il a paſſé la lame ethmoïde, empêche entièrement qu'on puiſſe affirmer quelque choſe de certain de ſa diſtribution, ou de ſon anaſtomoſe avec les autres nerfs. La dure-mère de la moëlle épiniere, comme nous l'avons dit de la dure-mère du crane, forme pareillement à l'iſſuë de chaque nerf, toujours entre deux vertébres, un entonnoir, qui embraſſe non ſeulement le nerf d'une maniere étroite, mais qui fournit la tunique externe au ganglion, dont on peut cependant la ſéparer, ſans que le ganglion en reçoive aucun dommage; de ſorte qu'on n'eſt pas aſſez fondé à dire que la dure-mère même ſe rend avec le nerf dans le ganglion. A' l'egard des nerfs de l'épine, ils different de ceux du crane en ce qu'il n'y a point de lame de la dure-mère, qui ſe continuë dans le périoſte des vertébres, qui procede uniquement du périoſte du crane, mais que tout cet entonnoir qui eſt formé par la dure-mère, ſe réſout dans la celluleuſe entourée du nerf. Dans tous ces nerfs la pie-mère, après qu'elle eſt ſortie des os, ſemble ſe changer en cette toile celluleuſe déliée, qui réünit finalement les filets mêmes & les dernieres fibrilles, & en forme un faiſceau plus conſidérable, en dépoſant ſa nature pulpeuſe, de ſorte que dans un nerf qui a fait quelque chemin entre les muſcles, on ne peut plus la diſtinguer de cette celluleuſe extérieure.

Je me perſuaderois difficilement que l'arachnoïde ſortit du crane, à moins qu'elle ne ſe change d'abord en celluleuſe. Pour le nerf optique, il diffère de tous les autres en ce qu'il eſt le ſeul qui ſoit envelopé d'une vraye continuation de la dure-mère, comme d'une eſpece d'étui, jusqu'à la prunelle de l'oeil ; & cette envelope ne ſe réſout point, comme dans les autres nerfs, en une toile celluleuſe, mais on peut la détacher toute entiere du nerf jusqu'à la fin ; ce qui peut avoir donné lieu aux Auteurs d'affirmer la même choſe de tous les autres nerfs du corps humain. En effet la dure-mère avec le nerf, à l'embouchure extérieure du trou optique, ſe diviſe de la façon la plus manifeſte en deux lames, dont l'une, en réfléchiſſant de cet angle de diviſion en dehors, revêt l'orbite en guiſe de périoſte, & l'autre, embraſſant le nerf comme une gaine, s'avance jusqu'à la prunelle de l'oeil. A' la vérité pluſieurs Anatomiſtes ſont encore dans l'opinion, que cette gaine qui procede de la dure-mère, étant devenuë plus épaiſſe, ſe change en la ſclérotique même. Mais mes propres Obſervations, que j'ai répétées pluſieurs fois avec toute l'exactitude & l'attention dont je ſuis capable, m'ont abondamment convaincu, que la ſclérotique eſt une tunique propre & particuliere de l'oeil, entierement differente de l'envelope du nerf optique, qui eſt liée à l'origine la plus épaiſſe de la ſclérotique autour du nerf optique, très étroitement par une forte celluleuſe. De la même maniere la pie-mère du nerf optique, qui raſſemble en un gros nerf tous les filets de ce nerf unis par une celluleuſe, parvient toute entiere avec le nerf jusqu'à l'origine de la rétine, y étant inſéparablement adhérente partout. Il n'eſt point du tout vrai, comme quelques Auteurs des plus modernes le veulent, qu'elle ſe réſolve en cet endroit en celluleuſe ; & le ſentiment commun des Anatomiſtes jusqu'à préſent, ſçavoir qu'elle forme la choroïde, n'eſt pas mieux fondé. Je me ſuis aſſuré par mes propres yeux, qu'elle s'unit ſeulement à la choroïde par une liaiſon celluleuſe ; mais, lorsqu'elle s'eſt avancée avec le nerf dans l'épaiſſeur de la ſclérotique, jusqu'à l'endroit où elle commence à ſe développer dans la rétine, la pie-mère, en ſe réfléchiſſant

tout

tout autour, parvient à la ſclérotique, & la garnit en dedans de maniere, qu'elle forme ſa lame intérieure, qui en eſt inſéparable jusqu'à la cornée, comme je le démontrerai ailleurs avec plus d'étenduë.

Les nerfs préſentement hors du crane, & étant moins défendus entre les muſcles, ont les filets médullaires qui les conſtituënt, liés entr'eux par une celluleuſe d'autant plus déliée, que ces filets ſont plus petits; de façon qu'en examinant la ſtructure du plus petit filet que l'oeil puiſſe découvrir avec le ſecours du meilleur Microſcope, on apperçoit toujours une toile celluleuſe d'une extrême ſubtilité, qui entoure ce petit filet, & le joint aux autres. Ces filets de la derniere petiteſſe ſe réüniſſent pour en former de plus conſidérables, qui ſont unis par une celluleuſe plus forte, jusqu'à ce que la fin une derniere envelope celluleuſe, épaiſſie, & comme durcie par la force des muſcles qui y repoſent & par la pulſation des artères, fourniſſe une envelope univerſelle, continuë à la celluleuſe plus ſubtile, qui eſt entrelaſſée parmi les moindres filets. Cette envelope contient tous les filets, & les raſſemble en un ſeul nerf; ce qui rend la fabrique des nerfs parfaitement ſemblable à celle des muſcles, dont les dernieres fibres ſont pareillement unies par une celluleuſe tout à fait ſubtile, tandis que le muſcle entier eſt entouré d'une celluleuſe plus dure, qui le reſſerre comme une eſpece de tunique.

Dans certains nerfs cette envelope celluleuſe a plus d'épaiſſeur & de ſolidité; dans d'autres on la trouve plus molle & plus déliée, ſuivant que les nerfs prennent leur cours dans telle ou telle partie. Elle a ſa plus grande conſiſtance dans les nerfs qui ſe répandent entre les muſcles, afin que leur portion médullaire qui eſt ſi délicate ne ſoit point offenſée par l'action des muſcles, ou par quelque accident externe. Elle eſt plus molle dans ceux qui ſe rendent aux viſceres, & ſurtout à l'abdomen, parce qu'étant plus profondément ſitués ils ſont mieux à l'abri de toute léſion, auſſi bien que les nerfs qui entrant dans l'orbite traverſent la pure graiſſe. Mais elle n'eſt nulle part auſſi déliée

&

& auſſi molle que dans les nerfs qui paſſent par des cavités entourées de toutes parts d'os, & par des canaux oſſeux, comme dans le ſeptième, & ſurtout dans ſa portion molle, dans le ſecond rameau du cinquième qui eſt renfermé dans la cavité ſphénopalatine, & ſurtout dans l'intercoſtal, qui né dans le bain de ſang du réſervoir, & accrû dans ſon cours par la ſeconde racine tout à fait molle du nerf Vidien, fait un long chemin par le canal oſſeux carotique, conſervant toujours une extrême molleſſe, qu'il communique à presque tous ſes rameaux. On obſerve la même choſe dans ceux du cardiaque, qui étant placés dans la ſituation la plus aſſurée, où il eſt impoſſible qu'il leur arrive quelque accident, à moins que les grands vaiſſeaux qui ſortent du coeur ne ſoient bleſſés, ce qui ne peut arriver ſans un grand danger de la vie. Le ſecond rameau de la cinquième paire, tant qu'il demeure caché dans une cavité entourée d'os, la portion dure du ſeptième, lorſqu'il deſcend dans l'aqueduc de Fallope, le premier rameau du cinquième, lorſqu'il ſe répand dans l'orbite, ſont tout à fait mous & tendres; mais quand ces mêmes nerfs s'enfoncent dans les muſcles, ils prennent une envelope celluleuſe plus dure & plus ferme, & deviennent plus ſemblables aux autres nerfs muſculaires. Cela fait voir qu'on ne ſçauroit dire, à proprement parler, qu'un nerf ſoit plus dur qu'un autre, mais que toute la difference à cet égard vient uniquement des envelopes. C'eſt par le moyen de la même envelope celluleuſe que les nerfs ſont liés de côté & d'autre aux parties voiſines, comme les nerfs diaphragmatiques au péricarde, le huitième à l'oeſophage, & les méſenteriques qui partent du ganglion ſemi-lunaire aux tuniques des grandes artères qui ſe rendent aux viſcères de l'abdomen; dans leſquelles tuniques ces nerfs s'entrelaſſent de telle façon, qu'il eſt très difficile de les bien préparer. Dans la même envelope celluleuſe ſont auſſi répanduës pluſieurs petites artères & veines, qui ont aſſez de grandeur dans les nerfs plus conſidérables, & qui, lorſque les vaiſſeaux ſont injectés, peignent admirablement le nerf. L'eau de l'hydropiſie, & même quelquefois la graiſſe, ſe répand dans ces interſtices celluleux; comme cela arrive partout

partout à la toile celluleuſe. Plus les rameaux des nerfs deviennent petits, plus la celluleuſe paroit déliée, jusqu'à ce qu'à la fin ces rameaux ſe terminent en une pulpe, après avoir dépoſé toutes les envelopes dont ils étoient entourés. Cependant on obſerve, non ſeulement dans la rétine même, mais auſſi dans les mammelons de la langue & de la peau, une ſorte de celluleuſe des plus déliées, qui unit les derniers rejettons des nerfs avec les plus petits vaiſſeaux, les joint en un ſeul mammelon, & donne quelque ſolidité à la moëlle du nerf.

Quelques uns de ces nerfs, comme ceux de l'épine, l'intercoſtal, qui, comme M. *de Haller* l'a déjà remarqué, eſt vrayement un nerf de l'épine, & ceux du cinquième rameau, s'enflent dans leur route, & forment des eſpeces de tumeurs duriuſcules, rougeâtres, vaſculeuſes, faites d'une toile celluleuſe dure & épaiſſe, que les Anatomiſtes nomment des ganglions. M. *Meckel* a mis dans un ſi grand jour (*) toute la doctrine des ganglions & de leur utilité, qu'il ne ſemble presque pas qu'on puiſſe y rien ajouter; & ce qu'il avance à cet égard, eſt appuyé ſur des argumens ſi ſolides, que j'y acquieſce pleinement. J'ajouterai ſeulement un petit nombre d'idées, qui me ſont venuës dans l'eſprit en examinant les envelopes des nerfs, & qui appartiennent au ſujet que je traite.

M. *Meckel* a déjà remarqué, qu'une des utilités des ganglions conſiſte, en ce que d'un tronc, ou d'un petit nombre de troncs, il peut ſortir commodément quantité de rameaux, & partant d'un point, ſe diſperſer ſuivant pluſieurs directions; & comme la tunique celluleuſe qui eſt apportée par les troncs, ne ſuffit pas pour revêtir tous ces rameaux, la Nature a ajouté les ganglions, qui fourniſſent l'envelope celluleuſe néceſſaire aux rejettons nerveux qui ſortent d'un ſeul ganglion. Outre cela, je crois qu'une utilité des ganglions qui n'eſt pas à mépriſer, c'eſt que les fibres nerveuſes qui arrivent par divers troncs, s'y mêlent d'une maniere intime; ce qui n'auroit pas pû ſe faire avec autant

(*) Dans les *Mémoires de l'Académie Royale*, Tom. V.

autant de facilité dans des plexus nerveux, où les troncs différens qui les forment, ſont plutôt poſés à côté l'un de l'autre, ou collés, que les fibres nerveuſes mêmes ne ſont mêlées entr'elles. Au contraire dans les ganglions les fibres mêmes des differens troncs s'entremêlent avec tant de force, qu'il ne ſort du ganglion aucun petit rameau, qui n'ait reçu quelque fibres de tous les troncs qui aboutiſſent à ce ganglion. Il me paroit, par exemple, extrèmement probable, qu'il ne ſort du ganglion ſemi-lunaire aucun petit rameau, à la formation duquel ne concourent tous les troncs qui entrent dans le ganglion ſusdit. Mais, comme le mêlange intime de ces fibres médullaires mêmes ne peut ſe faire qu'après qu'elles ont dépoſé toute envelope, j'eſtime que les ganglions ſont deſtinés à revêtir ces nouveaux rejettons qui naiſſent de la combinaiſon des fibres que fourniſſent des troncs tout différens, de l'envelope celluleuſe dont ils ont beſoin, & en même tems à empêcher que les fibres mêmes qui doivent ſe mêler entr'elles, ne puiſſent être aiſément endommagées, ou écartées. C'eſt ce que M. *Meckel* a déjà fait voir des ganglions des nerfs de l'épine.

Cette toile celluleuſe des nerfs eſt le ſiège de pluſieurs maladies nerveuſes, dans leſquelles le cerveau eſt ſain & la moëlle de l'épine ſans dommage; & ce ſont auſſi les ſeules maladies des nerfs qui laiſſent l'eſpérance de la guériſon. Car la moëlle tout à fait tendre du nerf, dès qu'elle eſt une fois gâtée, ne ſemble pas acceſſible à l'action des remèdes; & ceux qui dans ces cas s'en prennent à l'altération qu'ils ſuppoſent dans la qualité des eſprits, débitent aſſurément de vaines conjectures. C'eſt ainſi que la paralyſie des differentes parties du corps paroit être produite le plus ſouvent, ou par de petits vaiſſeaux gonflés & obſtrués, qui traverſent cette toile celluleuſe, & qui compriment la moëlle, ou par quelque humeur répanduë dans les interſtices des lames celluleuſes, qui s'y eſt coagulée, & groſſie au point de devenir une tumeur cyſtique, ou enfin par une matiere morbifique qui s'eſt tranſportée par metaſtaſe dans ces endroits.

Je

Je penſe qu'il faut rapporter ici ces exemples, dont tout le monde parle aujourdhui, je veux dire, ceux des guériſons qu'on prétend être effectuées ſur des membres paralytiques par le moyen de l'électricité. Elles paroiſſent ſe rapporter à l'eſpece de paralyſie qui vient de l'obſtruction des vaiſſeaux répandus dans la toile celluleuſe du nerf, qui s'inſere dans le muſcle paralytique; leſquels vaiſſeaux tout remplis d'une matiere qui ſe gonfle & ſe dilate exceſſivement, compriment les fibres médullaires du nerf, interceptent l'influence des eſprits animaux qui ſe rendent au muſcle, & privent ainſi l'ame de l'empire qu'elle a ſur cette partie. Mais, quand la force électrique agit ſur ce membre paralytique, non ſeulement le mouvement du coeur devient plus fort & plus rapide, mais les artères elles-mêmes ſe reſſerrent avec plus de force, & en exercent davantage ſur l'endroit obſtrué. La Machine électrique augmente auſſi l'affluence du ſang vers l'endroit irrité, & de cette maniere la force qui pouſſe ſans ceſſe par derrière s'accroit. Toutes ces cauſes étant réünies, les molecules engagées dans les vaiſſeaux ſont fecoüées & attenuées, elles ſe réſolvent en parties plus petites, de façon qu'elles peuvent paſſer dans les veines; ou bien, par une plus forte contraction des tuniques de l'artère obſtruée, elles ſont repouſſées dans de plus grands vaiſſeaux, & rentrent dans le ſang agité par la force du coeur. Ces petits vaiſſeaux étant donc délivrés de la matiere qu'ils contenoient, reprennent leur premier diamètre, & ceſſent de comprimer les fibres médullaires; & alors, la circulation y redevenant plus libre, les eſprits nerveux peuvent reprendre leur ancienne route, & agir librement dans les parties qui s'étoient ſoustraites à l'empire de l'ame: ce qui ſuffit pour rendre le mouvement au membre affecté. Je ne ferois pas difficulté non plus de rapporter à la léſion du nerf, & à l'inflammation des petits vaiſſeaux de l'envelope celluleuſe, ces étranges & terribles accidens, qu'on a coutume d'attribuer à l'inflammation & à la corroſion des tendons & de leur gaine; comme ſont les effrayans ſymptomes, qui ſuivent quelquefois, à ce qu'on prétend, la piquure des tendons, & dans leſquels une legère bleſſure, faite aux

dernieres phalanges des doits, cauſe une douleur énorme, qui gagne jusqu'à l'épaule, & qui eſt ſuivie d'une inflammation, tendante auſſitôt à la gangrene, d'une fièvre des plus aiguës, de convulſions, & bientôt après de la mort même. Telle eſt encore cette cruelle & trés dangereuſe eſpece de paronychie, qui eſt accompagnée à peu près des mêmes ſymptomes. Il eſt difficile de comprendre comment ils pourroient réſulter de la ſimple léſion des tendons, qui ne ſont liés avec les parties voiſines que par une ſubſtance celluleuſe; qui ſont eux-mêmes compoſés pour la plus grande partie d'une ſemblable ſubſtance, comme l'ont obſervé les Anatomiſtes qui tiennent certainement le premier rang dans notre ſiècle; enfin dont l'extrême ſenſibilité, qui leur avoit été attribuée jusqu'à préſent, eſt devenuë à juſte titre ſuſpecte, depuis les Expériences & les Obſervations qu'on a faites pour s'en aſſurer. L'explication de ces ſymptomes eſt beaucoup plus facile, en la dérivant de la léſion du nerf, & de l'inflammation des vaiſſeaux de la celluleuſe qui en réſulte, par laquelle ces vaiſſeaux gonflés & enflammés tendent le nerf de toutes parts, ou bien en ſe rompant répandent dans la celluleuſe quelque liquide acre, par lequel la moëlle eſt perpétuellement irritée, ce qui produit des convulſions, & trouble néceſſairement la circulation. Le paſſage du ſang dans les plus petits vaiſſeaux étant empêché par ce reſſerrement des nerfs, l'ardeur de l'inflammation, la fievre très aiguë, qui accompagne toute inflammation, la gangrène enfin, & la mort même, ſont autant de ſuites inévitables de la réſorption de cette liqueur gangréneuſe.

Or, comme tous les nerfs du bras ſont liés entr'eux par de fréquentes anaſtomoſes & par divers plexus, & que leurs petits rameaux s'étendent à toutes les parties, on voit ſans peine, comment l'inflammation produite dans un nerf quelconque, ſe propage par toute la continuité de l'envelope celluleuſe, & par les vaiſſeaux qui ſont liés à tous les autres, de ſorte qu'en très peu de tems elle fait les progrés les plus rapides.

Tout

Tout ce que j'ai dit jusqu'à préſent, s'accordant donc à prouver que l'envelope des nerfs n'eſt autre choſe qu'une ſubſtance celluleuſe, tout à fait différente de la dure-mère, & qui même dans pluſieurs nerfs ne lui eſt pas continuë, je ne vois aſſurément pas ce que peuvent alléguer en faveur de leur opinion ceux qui prétendent que toutes les impreſſions des objets ſenſibles, faites ſur une partie quelconque du nerf, ſont portées à l'ame par le moyen de cette envelope, & que l'unique cauſe de la ſenſibilité & de l'irritabilité des nerfs, vient de ce qu'ils ſont envelopés de ces productions de la dure-mère.

Perſonne, à ce que j'eſpére, ne diſconviendra, que toute cette diſpute ne ſoit entierement terminée, ſi l'expérience nous enſeigne, que toute voye de communication entre l'envelope des nerfs & la dure-mère, eſt pleinement interceptée. De quelle maniere, par exemple, le ſentiment pourroit-il être porté à l'ame par les rameaux qui ſortent du nerf intercoſtal, lequel dans ſon origine n'a abſolument aucune envelope ; ou bien par le rameau deſcendant du ſecond rameau de la cinquième paire, qui dans la cavité ſphénopalatine eſt tellement éloigné de la dure-mère, qu'on trouve la graiſſe répanduë entr'elle & ce nerf?

Dans les nerfs même, qui ont une envelope celluleuſe continuë avec la ſubſtance celluleuſe, en laquelle nous avons dit que la dure-mère du cerveau ſe réſolvoit, la ſenſibilité & l'irritabilité ſeront difficilement attribuées à cette toile celluleuſe par quiconque fera réfléxion qu'elle n'eſt nullement une partie organique, mais qu'étant née de la concrétion d'une matiere glutineuſe, & réduite en forme de membrane par la preſſion & la pulſation des parties voiſines & des vaiſſeaux, elle n'a pas le moindre rapport avec la fabrique des fibres muſculaires & nerveuſes, & qu'elle eſt entierement dénuée de l'eſpece de mouvement inteſtin dont les muſcles ſont doüés.

La moëlle des nerfs paroit au contraire très propre à exercer cette fonction, puisqu'elle eſt manifeſtement continuë partout à la moëlle du cerveau; & on y obſerve en effet les mêmes phénomenes de ſentiment & de douleur qui ont lieu dans le nerf. Je n'ignore pas que pluſieurs Auteurs, parmi leſquels il y en a de très diſtingués, & entr'autres le célébre Baron *de Swieten*, nient poſitivement, que la moëlle du cerveau ſoit ſuſceptible de ſentiment, ou du moins qu'ils ſont très circonſpects à ne rien affirmer à cet égard. Mais, dans toutes les Expériences que j'ai faites à ce ſujet, j'ai conſtamment obſervé que les animaux faiſoient paroitre les plus grandes marques de douleur, lorſqu'on introduiſoit dans la moëlle du cerveau quelque inſtrument propre à la bleſſer, tandis qu'ils ſoutenoient avec une parfaite tranquillité la léſion de la ſubſtance corticale. Et pourquoi refuſerions-nous le ſentiment à la moëlle du cerveau, tandis que nous voyons en divers endroits de ce même cerveau des portions médullaires tout à fait differentes, qui ont une ſi grande reſſemblance avec les nerfs, qu'on s'apperçoit aiſément qu'il n'y a d'autres differences entr'elles & la moëlle même continuée en nerf, que la privation d'une envelope celluleuſe, qui ſépare ces rayes, ou portions, des autres, & les réüniſſe un ſeul faiſceau?

Mais quand même on accorderoit, & qu'il ſeroit effectivement vrai, que l'envelope des nerfs eſt une production de la dure-mère, je crois avoir abondamment démontré, dans ma Diſſertation inaugurale, ſoit par des Expériences faites ſur des animaux vivans, ſoit par des raiſons tirées de l'Anatomie, que la dure-mère eſt parfaitement inſenſible, quoique presque tous les Anatomiſtes lui ayent attribué jusqu'à préſent le ſentiment le plus exquis. Mon ſentiment ſe trouve merveilleuſement confirmé par une Expérience, telle que je l'avois toujours ſouhaitée, faite ſur une perſonne vivante. J'en ai trouvé l'occaſion, l'Eté dernier; une femme malade qu'on avoit miſe à l'Hôpital de la Charité me l'a fournie. Une carie vénérienne lui avoit entierement conſumé une portion de l'os du front, large de deux travers de doit,

de

de ſorte que la dure-mère ſe montroit nuë à l'oeil, & qu'on pouvoit la toucher ſans peine avec un Inſtrument. Or, de quelque maniere que je l'aye touchée, & même preſſée & irritée, cette femme m'a conſtamment aſſuré qu'elle ne ſentoit rien, quoiqu'elle ſe plaignit des douleurs les plus violentes dès qu'on lui touchoit très legèrement la chair vive. En comparant ce fait avec les Obſervations par leſquelles j'ai prouvé que la dure-mère, après qu'elle eſt ſortie du crane, ſe réſout en une toile celluleuſe lâche, & avec d'autres Expériences qui concernent l'irritabilité & le mouvement de la dure-mère, il me paroit qu'on eſt pleinement en droit d'en conclurre, que la dure-mère elle-même eſt une ſimple toile celluleuſe, inſenſiblement condenſée, & réduite en une membrane forte & ſolide, par la pulſation des vaiſſeaux & la preſſion contre des os durs & réſiſtans; & que cette membrane reprend partout ſa nature, lorsqu'étant ſortie du crane elle ſe répand librement entre des parties plus molles.

Presque tout ce qui vient de ſervir à montrer que l'envelope extérieure des nerfs n'eſt pas une continuation de la dure-mère, peut être employé à combattre l'idée de M. *Le Cat*, & des autres Phyſiciens, qui placent dans la pie-mère le principal ſiège du ſentiment. En effet nos Obſervations rapportées ci-deſſus ont prouvé que la pie-mère, après qu'elle eſt ſortie du crane, ſe change, comme nous l'avons enſeigné de la dure-mère, en une toile celluleuſe lâche, qui lie entr'eux les filets nerveux, qui a tous les caractères de reſſemblance avec la toile celluleuſe extérieure, & qui ſe confond intimement avec elle. Outre cela la pie-mère, comme l'ont mis en évidence les Expériences ſur ce ſujet, faites par M^rs. *Kaaw*, *Ridley*, & moi, ne ſe montre pas ſeulement toujours privée de ſentiment, de ſorte qu'on peut impunément la déchirer, ou la toucher avec de l'huile de vitriol, ſans qu'aucun animal donne le moindre ſigne de douleur; mais même, dans l'homme vivant, lorsqu'en s'uniſſant avec la ſubſtance corticale il s'en forme une eſpece de fungoſité, elle peut être coupée ou détruite par des médica-

mens

mens corroſifs, ſans aucune eſpece de douleur ou de ſentiment. Eſt-il croyable que la pie-mère change de nature, après qu'elle eſt ſortie du crane, & qu'y ayant été inſenſible, elle acquière enſuite la faculté du ſentiment ?

Enfin la nature même de la pie-mère eſt telle, qu'on a lieu de s'etonner comment l'opinion qui en fait le ſiège principal du ſentiment a pû s'établir, puisque tous les phénomenes s'accordent à dépoſer que cette membrane eſt faite d'une mince celluloſité, qui contient pluſieurs vaiſſeaux, & les porte en ordre au cerveau où ils s'inſerent.

MÉMOIRES

DE

L'ACADÉMIE ROYALE

DES

SCIENCES

ET

BELLES-LETTRES.

CLASSE DE MATHEMATIQUE.

* * *

REFLEXIONS
ET
ECLAIRCISSEMENS
SUR LES NOUVELLES VIBRATIONS DES CORDES EXPOSÉES DANS LES MÉMOIRES DE L'ACADÉMIE *de* 1747. & 1748.

PAR M. DANIEL BERNOULLI.

I.

Mr. *Taylor* eſt parvenu le premier à connoitre le nombre des vibrations, que fait dans un tems donné une corde uniformement epaiſſe d'une longueur donnée, d'un poids donné, & tenduë par une force donnée. Il n'étoit pas poſſible de déterminer ce nombre ſans connoitre préalablement les courbures, que prendroient les cordes pendant tout le tems que dureroient leurs vibrations ; il a donc démontré, que cette courbure étoit

conſtamment la compagne d'une cycloïde extremement allongée, dans laquelle les appliquées repréſentent les ſinus des arcs repréſentés par les abſciſſes : auſſi n'eſt-ce à mon avis que ſous cette forme que les vibrations peuvent devenir régulieres, ſimples, & iſochrones, malgré l'inégalité des excurſions. Avec cette idée, que j'ai toujours euë, je ne pouvois qu'être ſurpris de voir dans les Mémoires des années 1747. & 1748. une infinité d'autres courbures comme douées de la même propriété; il ne me falloit pas moins que les grands noms de Mrs. d'*Alembert* & *Euler*; que je ne pouvois ſoupçonner d'aucune inattention, pour examiner s'il n'y auroit pas quelque équivoque dans l'aggrégation de toutes ces courbes avec celle de M. *Taylor*, & dans quel ſens on pourroit les admettre. J'ai vû auſſi-tôt, qu'on ne pouvoit admettre cette multitude de courbes que dans un ſens tout-à-fait impropre; je n'en eſtime pas moins les calculs de Mrs. d'*Alembert* & *Euler*, qui renferment certainement tout ce que l'Analyſe peut avoir de plus profond & de plus ſublime; mais qui montrent en même tems, qu'une analyſe abſtraite, qu'on écoute ſans aucun examen ſynthetique de la queſtion propoſée, eſt ſujette à nous ſurprendre plutôt qu'à nous éclairer. Il me ſemble à moi, qu'il n'y avoit qu'à faire attention à la nature des vibrations ſimples des cordes, pour prévoir ſans aucun calcul tout ce que ces deux grands Géometres ont trouvé par les calculs les plus épineux & les plus abſtraits, dont l'eſprit analytique ſe ſoit encore aviſé.

II. Remarquons d'abord que, ſuivant la théorie de M. *Taylor*, une corde tenduë peut former ſes vibrations uniformes d'une infinité de manieres, qui different entre elles pour le phyſique, mais qui reviennent au même pour le géometrique, parce que dans chacune de ces manieres on ne fait que changer l'unité qui ſert de meſure. Ces manieres differentes conſiſtent dans le nombre des ventres, que la corde peut former durant ſes vibrations. Quand il n'y a qu'un ſeul ventre, comme dans la premiere Figure, les vibrations ſont les plus tardives, elles forment le ſon fondamental; quand il y a deux ventres, & un noeud

noeud au milieu de l'axe, les vibrations ſe doublent, & elles forment l'octave du ſon fondamental; lorsque la corde forme trois, quatre, ou cinq ventres, avec deux, trois, ou quatre noeuds, par des diſtances mutuelles égales, comme dans les figures 3. 4. & 5. les vibrations ſe triplent, quadruplent, ou quintuplent, & forment la douzième, la double octave, ou la tierce majeure de la double octave, rélativement au ſon fondamental. Cette multiplicité va à l'infini. Dans chaque eſpece de ces vibrations les excurſions totales peuvent être grandes ou petites à diſcrétion, pourvû que les plus grandes puiſſent être cenſées extrêmement petites. La nature de ces vibrations eſt telle que, non ſeulement chaque point commence & finit chaque vibration ſimple au même inſtant, mais encore que tous les points ſe mettent après chaque demi-vibration ſimple dans la poſition de l'axe AB. Il faut conſidérer toutes ces conditions comme eſſentielles, & tout auſſi-tôt il n'y a que les courbes données par M. *Taylor*, qui ſatisfaſſent au problème. Mais en ſéparant ces conditions on peut former une infinité de courbes, qui ſatisfaſſent à quelque condition ſéparément; mais je ferai voir combien peu on ſeroit fondé en ces cas à appeller les vibrations iſochrones pour chaque point. Il en eſt de ces vibrations, comme des mouvemens réciproques des corps, qui deſcendent & montent alternativement ſur une courbe; cette courbe ne peut être que la cycloïde, ſi l'on demande que toutes les deſcentes, grandes ou petites, ſoyent iſochrones entre elles de même que les montées; mais ſi l'on veut ſimplement que les vibrations entieres ſoyent iſochrones entre elles, on peut donner autant de courbes qu'on demande, qui ſatisfaſſent à ce problème; puiſque j'ai demontré dans les Mémoires de Petersbourg, que quelle courbe de deſcente on donne, on peut toujours déterminer la courbe de montée, telle que les deux tems employés à la deſcente & à la montée pris enſemble faſſent une même ſomme, quelque inégalité qu'il y ait entre les amplitudes des excurſions.

III. Si j'ai dit que les cordes peuvent faire leurs vibrations ſimples d'une infinité de manieres, dont les cinq premieres figures ſervent

d'exemples, ce n'eſt pas là une vérité abſtraite ſeulement ; on peut la rendre réelle, comme l'exemple des trompettes marines le montre aſſez par les ſons qu'on en tire : les Expériences qu'on ſait en plaçant un chevalet dans quelqu'un des points *a*, & en pinçant le bout A*a*, confirment la même choſe ; puisqu'elles nous aprennent, qu'il ſe forme aux points *b*, *c*, *d*, &c. des noeuds à diſtances égales, qui demeurent comme en repos, pendant que tous les autres points ſont agités. Cette multiplicité infinie de vibrations ſe manifeſte dans tous les corps ſonores, de quelque nature qu'ils puiſſent être ; c'eſt par là qu'on peut tirer des cors de chaſſe, des trompettes, &c. tous les ſons qui vont en progreſſion des nombres naturels ; c'eſt à dire dans la même progreſſion que les ſons, qu'on peut tirer d'une ſeule & même corde par ſes differentes eſpeces de vibrations. En fermant tous les trous d'une flûte traverſiere, on peut par la ſimple variation de l'embouchure obtenir d'abord le ſon le plus bas, ou fondamental, & puis ſucceſſivement ſon octave, ſa douzième, ſa double octave, ſa dix-ſeptième majeure, qui ſont pareillement comme 1, 2, 3, 4 & 5. mais il ne faut pas croire pour cela, que cette progreſſion ſoit générale. Aprés m'être formé une bonne théorie ſur les vibrations de l'air dans les inſtrumens à vent, j'en ai conclu, qu'on ne pourroit tirer des tuyaux bouchés que les ſons, qui vont en progreſſion des nombres impairs, ſavoir 1, 3, 5, 7, &c. & ma concluſion a été confirmée par l'Expérience : car ayant ôté la piece d'en-haut d'une flûte traverſiere, & la bouchant avec la main, j'en ai tiré d'abord le ſon le plus bas, & puis renforçant le ſoufle ſa douzième ſans paſſer par l'octave, enſuite ſa dix-ſeptième majeure, & enfin un ton qui n'eſt pas reçu dans la Muſique, & qui approchoit de la vingt-unième du ſon fondamental. Je ne ſai ſi cette propriété a déjà été remarquée par d'autres ; mais elle me paroit d'autant plus remarquable, qu'elle eſt peut-être propre à expliquer en quoi conſiſtent ces accès de facile réfléxion & de facile transmiſſion des rayons, obſervés avec tant de ſagacité par le grand Newton. C'eſt ſur quoi je compte de donner un Mémoire, quand j'aurai expliqué & réduit au calcul les vibra-

vibrations de l'air formées dans des tuyaux ouverts & bouchés, & démontré l'analogie entre ces vibrations de l'air & celles de l'ether, qui fait la lumiere. Je n'ai fait ici cette remarque, que pour prouver, que les differens ſons tirés du même corps ſonore ne vont pas toujours dans la progreſſion des nombres naturels. Mais je dis plus : ces ſons peuvent avoir telle proportion, qu'il n'y a aucune formule en quantités finies qui puiſſe l'exprimer; comme on peut voir par les ſons, que j'ai calculés autrefois, qui ſont ceux qu'on peut tirer d'une verge d'acier frappée par des petits coups. C'étoit un problème nouveau, & qui demandoit beaucoup de circonſpection; après l'avoir réſolu, je l'ai propoſé à M. *Euler*, qui en a donné une ſolution parfaitement conforme à la mienne, quoique incomplete d'abord en ce qu'il avoit omis la moitié des ſons poſſibles ; je l'en ai averti, & il y a ſuppléé dans les Actes de Leipſig.

IV. Ma concluſion eſt, que tous les corps ſonores renferment en puiſſance une infinité de ſons, & une infinité de manieres correſpondantes de faire leurs vibrations régulieres ; enfin, que dans chaque differente eſpece de vibrations les infléxions des parties du corps ſonore ſe font d'une maniere differente. Mais ce n'eſt pas de cette multitude de vibrations appliquée aux cordes tenduës, que Mrs. d'*Alembert* & *Euler* prétendent parler ; elle n'étoit pas inconnuë à M. *Taylor :* ils multiplient à l'infini chaque eſpece, en accordant à chaque intervalle entre deux noeuds voiſins une infinité de courbures telles que chaque point commence & acheve aux mêmes inſtans ſes vibrations, pendant que, ſuivant la théorie de M. *Taylor*, chaque dit intervalle doit néceſſairement prendre la ſeule courbure de la compagne de la cycloïde extrémement allongée. Cette contradiction apparente entre d'auſſi grands Géometres me paroit demander quelque éclairciſſement.

V. Remarquons donc, que la corde AB peut non ſeulement faire ſes vibrations ſuivant la figure premiere, ou ſeconde, ou troiſième, & ainſi à l'infini, mais qu'il peut ſe faire encore un mêlange de toutes ces vibrations avec toutes les combinaiſons poſſibles ; & cependant toutes

toutes les nouvelles courbes & nouvelles eſpeces de vibrations données par Mrs. d'*Alembert* & *Euler* ne ſont abſolument qu'un mêlange de pluſieurs eſpeces de vibrations Tayloriennes. Si cela eſt vrai, je ne ſaurois approuver l'aggrégation de toutes ces nouvelles courbes ; puisque la corde en s'y conformant ne donne pas un ſeul & même ton, mais pluſieurs tons à la fois. Pour ſentir l'incongruïté de cette nouvelle aggrégation, ſuppoſons, au lieu d'une ſeule corde, cinq cordes par exemple, entierement égales en tout ſens ; que la premiere faſſe ſes vibrations ſuivant la loi de la premiere figure ; la ſeconde corde ſuivant la loi de la ſeconde figure, & ainſi des autres. Suppoſons que toutes ces cordes commencent leurs vibrations dans un même inſtant ; voudroit-on appeller ces cinq eſpeces de vibrations iſochrones entre elles, ſimplement parce qu'elles finiſſent une de leurs vibrations au même instant que la premiere corde finit chacune des ſiennes ? Non ſans doute, parce que la ſeconde corde fait deux vibrations, la troiſième trois, & ainſi des autres, pendant que la premiere corde n'en fait qu'une ; & que chaque corde donne un ton different à proportion. Cependant tout ce que je viens de dire par rapport à pluſieurs cordes entierement égales, peut & doit être appliqué à une ſeule & même corde.

VI. Effectivement tous les Muſiciens conviennent, qu'une longue corde pincée donne en même tems, outre ſon ton fondamental, d'autres tons beaucoup plus aigus ; ils remarquent ſur tout le mêlange de la douzième & de la dix-ſeptième majeure : s'ils ne remarquent pas auſſi diſtinctement l'octave & la double octave, ce n'eſt qu'à cauſe de la trop grande reſſemblance de ces deux tons avec le ton fondamental. Voilà une preuve évidente, qu'il peut ſe faire dans une ſeule & même corde un mêlange de pluſieurs ſortes de vibrations Tayloriennes à la fois. On entend pareillement dans le ſon des groſſes cloches un mêlange de tons differens. Si l'on tient par le milieu une verge d'acier, & qu'on la frappe, on entend à la fois un mêlange confus de pluſieurs tons, leſquels étant appréciés par un habile Muſicien ſe trouvent extrémement

ment desharmonieux, de ſorte qu'il ſe forme ici un concours de vibrations, qui ne commencent & ne finiſſent jamais dans un même inſtant, ſinon par un grand hazard : d'où l'on voit que l'harmonie des ſons, qu'on entend dans une même corps ſonore à la fois, n'eſt pas eſſentielle à cette matiere, & ne doit pas ſervir de principe pour les ſyſtêmes de Muſique. L'air n'eſt pas exemt de cette multiplicité de ſons coëxiſtans : il arrive ſouvent qu'on tire deux ſons differens à la fois d'un tuyau ; mais, ce qui prouve le mieux, combien peu les differentes ondulations de l'air s'entre-empêchent, eſt qu'on entend diſtinctement toutes les parties d'un concert, & que toutes les ondulations cauſées par ces differentes parties ſe forment dans la même maſſe d'air ſans ſe troubler mutuellement, tout comme les rayons de la lumiere, qui entrent dans une chambre obſcure à travers une petite ouverture, ne ſe troublent point.

VII. Après ces remarques il ſera facile de conſtruire une infinité de courbes initiales à la corde AB avec cette condition, que chaque point de la corde arrive quelquefois en même tems à un point de repos inſtantané, & de donner la loi générale pour toutes ces courbes ſans aucun calcul préalable. Commençons par la combinaiſon des deux premieres figures. Suppoſons que la corde faſſe ſes vibrations pour former le ſon fondamental conformément à la premiere figure ; cette courbure étant cenſée infiniment petite, la corde pourra encore être conſidérée comme une ligne droite, & ſa courbe pourra ſervir d'axe mobile à la courbe de la ſeconde figure, à deux branches ; & de là il réſulte une nouvelle courbe, qui remplira la condition préſcrite. Voici donc la conſtruction de cette nouvelle courbe.

VIII. Soit (Fig. 6.) A *m a n* B la courbure de la premiere figure : qu'on conſidére cette courbe comme un axe droit, ſur lequel on conſtruiſe A *p a q* B, entiérement la même par rapport à ſon axe courbé que celle de la figure ſeconde, par rapport à l'axe parfaitement droit AB ; & cette courbe A *p a q* B ſera telle qu'on deſiroit, & la plus ſimple des courbes données par Mrs. d'*Alembert* & *Euler*.

Comme la plus grande appliquée pm peut avoir un rapport quelconque à la plus grande appliquée ar, il eſt clair, que cette courbe ApaqB contient déjà une infinité d'eſpeces. Voici à préſent les propriétés de cette courbe ApaqB.

(a) Je dis que la courbe idéale AmanB fera ſes vibrations par rapport à l'axe droit Arb, entierement ſuivant la loi des vibrations ſimples de la premiere figure.

(b) Enſuite, que chaque point de la courbe ApaqB aura ſon mouvement rélatif par rapport à chaque point correſpondant de la courbe AmanB, le même que le mouvement abſolu repréſenté par la ſeconde figure.

(c) Or chaque point de la ſeconde figure fait préciſément deux vibrations, pendant que le même point en fait une dans les vibrations de la premiere figure. Il faut donc que tous les points de la courbe ApaqB finiſſent leurs vibrations alternes au même inſtant, que ceux de la figure AmanB finiſſent chacune des leurs.

(d) Lorsque, au commencement, un point de la courbe ApaqB eſt en dehors de la courbe AmanB, ce même point au bout de ſes deux vibrations ſera en dedans de cette derniere courbe, qui n'aura fait qu'une ſeule vibration; & ainſi la courbe AmanB ayant pris la ſituation A$m'a'n'$B, il arrivera que la courbe ApaqB prenne la ſituation A$p'a'q'$B, & que la courbe A$p'a'q'$B ſoit tout à fait la même qu'elle avoit été, en changeant ſimplement l'ordre des côtés, c'eſt à dire, la même que BqapA, ce qui fait un cas du beau théoreme de M. *Euler*.

IX. De la même façon que nous avons combiné les vibrations de la premiere, & de la ſeconde figure, on pourra combiner les vibrations de la premiere figure, avec celles de toute autre figure ſans exception

exception à l'infini; toutes ces combinaiſons peuvent même ſubſiſter à la fois; ainſi; par exemple, la courbe abſoluë A*pqq*B de la ſixième figure, pourra encore être conſidérée comme une courbe translatrice, on pourra la partager en trois parties égales, & y appliquer la même courbe qui, dans la troiſième figure, eſt appliquée à l'axe droit AB. Quelle que ſoit la courbe abſoluë réſultante de toutes ces combinaiſons faites à diſcrétion, il arrivera toujours que tous les points de la courbe arrivent dans un même inſtant au point de repos inſtantané du côté oppoſé de l'axe, & la courbe dans cet état ſera toujours la même, en ſituation renverſée, qu'elle avoit été au commencement, comme le dit M. *Euler*.

X. Si l'on ne combine enſemble que les figures, qui ont un nombre de ventres impair, ces courbes auront encore cette propriété, que chaque point de la courbe abſoluë réſultante paſſe dans un même inſtant par l'axe droit AB, ce qui peut par conſéquent ſe faire d'une infinité de façons; mais auſſi-tôt qu'une ſeule courbe à ventres pairs s'y mêle, cela n'arrive plus. Voilà un expoſé phyſique des nouvelles vibrations des cordes données par M^rs. d'*Alembert* & *Euler*; & ſi j'ai bien compris leurs énoncés, toutes les nouvelles courbes qu'ils donnent, ſont compriſes dans notre conſtruction, & ſont un ſimple mêlange de pluſieurs eſpeces de vibrations, dont chacune à part ſe fait ſuivant les loix décrites par M. *Taylor*. Mais il me ſemble que ce n'eſt là qu'une eſpece de compoſition de mouvement, qui ne peut donner aucune amplification à la théorie de M. *Taylor*.

XI. Pour mieux ſentir l'incongruïté d'une telle amplification, nous combinerons la courbe fondamentale de M. *Taylor*, qui eſt repréſentée par la premiere figure, avec la figure anguiforme Taylorienne qui auroit 1001 ventres; il en réſultera une courbe du nombre des nouvelles courbes, qui aura cette propriété, que tous les points commençans au même inſtant leur vibration, paſſeront tous dans un même inſtant par l'axe droit, & arriveront dans un même inſtant au

point de repos, de l'autre côté de l'axe, pour recommencer un nouveau mouvement pareil au précedent. Mais qu'arrive-t-il pendant ce mouvement ? Je dis qu'il y aura dans la corde préciſément 1000 points à de petites diſtances égales, dont chacun fait une vibration, abſolument de la même maniere que ſi les vibrations ſe faiſoient ſimplement ſuivant la loi de la premiere figure, pendant que tous les autres points feront 1001 allées & venuës, ou 1001 vibrations, & pourront même paſſer 1001 fois l'axe droit. Ces 1001 vibrations ſeront entieres & parfaites ; dans chacune de ces vibrations chaque élément aura un moment de repos abſolu & parfait, & un moment auquel ſa viteſſe ſoit la plus grande. Si l'on vouloit confondre ces petites vibrations rapides avec la ſimple vibration fondamentale, uniquement parce que la mille & unième petite vibration finit au même inſtant dans chaque point, que la vibration fondamentale finit, ce ſeroit appeller ſynchrones deux pendules ſimples, dont l'un auroit 1 pied de longueur & l'autre 1002001 pieds, parce que ces deux pendules, commençans leurs vibrations au même inſtant, les finiſſent auſſi dans un même tems ; on pourroit même unir ces deux pendules en ſuppoſant un corps extrêmement peſant, ſuſpendu par une très longue corde, & un petit corps attaché au grand par un petit fil, on pourra toujours obtenir que le petit pendule attaché au grand commence la premiere de ſes vibrations, & finiſſe la derniere, aux mêmes inſtans que le grand pendule commence & finit une ſeule vibration ; mais ſera-t-on fondé pour cela d'appeller ces vibrations iſochrones ?

XII. Voyons encore ſi toutes les nouvelles courbes trouvées par M. *Euler*, ſont compriſes dans notre remarque. Pour cet effet il faudra donner une équation pour toutes les courbes Tayloriennes, dont les cinq premieres figures ſont autant d'exemples. Je me ſervirai des dénominations de M. *Euler*. Soit donc la longueur de la corde $AB = a$; $\pi =$ à la demi-circonference du cercle dont le rayon eſt exprimé par l'unité, la plus grande appliquée au milieu de chaque

ventre

ventre pour la premiere figure $= \alpha$, pour la ſeconde $= \mathfrak{G}$, pour la troiſième $= \gamma$, pour la quatrième $= \delta$; ſoit enfin x une abſciſſe quelconque, & y l'appliquée pour cette abſciſſe, on aura ſuivant M. *Taylor*,

pour la 1. fig. $y = \alpha \sin \frac{\pi x}{a}$

pour la 2. fig. $y = \mathfrak{G} \sin \frac{2\pi x}{a}$

pour la 3. fig. $y = \gamma \sin \frac{3\pi x}{a}$

pour la 4. fig. $y = \delta \sin \frac{4\pi x}{a}$ &c.

En combinant donc toutes ces courbes à l'imitation de la figure ſixième, pour laquelle nous n'avons combiné que les deux premieres figures, nous aurons généralement pour la même abſciſſe x cette équation

$$y = \alpha \sin \frac{\pi x}{a} + \mathfrak{G} \sin \frac{2\pi x}{a} + \gamma \sin \frac{3\pi x}{a} + \delta \sin \frac{4\pi x}{a} + \text{&c.}$$

dans laquelle les quantités α, $\mathfrak{G}$, γ, δ, &c ſont arbitraires affirmatives ou négatives.

XIII. Voilà donc cette infinité de courbes trouvées ſans aucun calcul, & notre équation eſt la même que celle de M. *Euler*; voyez les Mémoires de l'Académie pour l'Année 1748. page 85. Il eſt vrai que M. *Euler*, ne traite pas cette multitude infiniment infinie de générale, & qu'il ne la donne au §. 30. que comme des cas particuliers; mais c'eſt ſur quoi je ne ſuis pas encore aſſez éclairci: s'il y a encore d'autres courbes, je ne comprens pas dans quel ſens on peut les admettre.

XIV. Si dans notre équation on ſuppoſe les coëfficiens des termes alternes, ſavoir $\mathfrak{G}$, δ, &c. $= 0$, il arrivera alors non ſeulement, que

toutes les eſpeces de vibrations finiſſent au même inſtant que finit la vibration fondamentale, mais encore que tous les points de la corde ſe rangent au même inſtant dans la poſition de la ligne droite AB; cela n'eſt qu'un corollaire de notre §. 10. Dans cette ſuppoſition la courbe obtient un diametre qui paſſe par le milieu de la corde AB, & qui partage la courbe en deux branches parfaitement égales & ſemblables. Ce théoreme eſt donc encore le même que celui de M. *Euler* du §. 28.

XV. Si après toutes nos remarques on vouloit encore confondre les vibrations compoſées avec les vibrations ſimples expoſées par M. *Taylor*, je ne m'y oppoſerai pas; mon intention n'a été principalement que d'expoſer ce que les nouvelles vibrations de Mrs. d'*Alembert* & *Euler* ont de phyſique. Si au contraire on trouve que ces nouvelles vibrations ne ſauroient être priſes pour des vibrations ſimples, qui ſeules faiſoient l'objet de M. *Taylor*, & qu'étant décompoſées en vibrations ſimples & uniformes, chaque eſpece ſe fait ſimplement ſuivant la loi de *Taylor*, ces nouvelles courbes ne feront que confirmer la théorie de M. *Taylor*, quand il exclud toutes les autres courbes, & qu'il n'admet que ſa trochoïde prolongée. Mais je n'en admirerai pas moins la profonde ſagacité avec laquelle nos deux illuſtres Géometres ont ſu déterminer analytiquement ces nouvelles courbes. Au reſte je crois que quelque courbure initiale qu'on donne à la corde, elle ne manquera pas de faire ſes vibrations presque auſſitôt ſuivant la ſimple uniformité des mouvemens iſochrones, & conformément à la nature de la trochoïde prolongée expoſée par M. *Taylor*, quoique Mr. *Euler* ne paroiſſe pas de ce ſentiment au §. 27. Voici comment je conçois la choſe. L'expérience & la raiſon nous apprennent, que de deux cordes également groſſes & également tenduës, la plus longue conſerve plus longtems ſes vibrations que la plus petite; dans les petites cordes pincées le ſon ne dure qu'un inſtant. Ainſi toutes les vibrations partielles, mêlées avec la vibration totale & fondamentale, finiront bien vîte, pendant que la fondamentale dure encore très ſenſiblement; & alors la corde

corde ne formera plus que la trochoïde prolongée de M. *Taylor*. C'eſt auſſi ce que nous voyons toujours arriver dans les cordes pincées d'un clavecin, dans leſquelles on reconnoit aſſez par les yeux ladite courbe uniforme, qui ne forme qu'un ſeul ventre.

XVI. On peut encore remarquer ſur cette matiere, qu'il n'y a que les cordes uniformement épaiſſes, qui ſoient ſuſceptibles des propriétés que nous venons d'expoſer; la raiſon en eſt, que lorſque les cordes inégalement épaiſſes ſe replient ſuivant les figures 2. 3. 4. 5. &c. les vibrations n'en deviennent pas préciſement 2. 3. 4. 5. &c. fois plus rapides qu'elles ſont par rapport à la première figure, & qu'ainſi dans le mêlange de ces vibrations elles ne finiſſent jamais dans un même inſtant, quoiqu'elles ayent toutes commencé dans un même inſtant. Il n'y a donc à mon avis qu'une ſeule courbe pour les cordes inégalement épaiſſes, pour un nombre d'interſections donné, qui ſatisfaſſe à notre problème; & ſi cela eſt, pourquoi y en auroit-il une infinité pour les cordes uniformement épaiſſes? Enfin, qu'on choiſiſſe le mêlange le plus ſimple, en conſidérant l'équation $y = \alpha \text{ ſin } \frac{\pi x}{a} + \mathfrak{C} \text{ ſin } \frac{2\pi x}{a}$, dans laquelle les coëfficiens α & $\mathfrak{C}$ peuvent être de petites lignes quelconques. Soit la longueur du pendule ſimple iſochrone, avec les vibrations uniformes qui répondent à la ſimple première figure $= l$; la longueur d'un pareil pendule pour la ſeconde figure $= \frac{1}{4} l$; ou ſuivant M^rs. d'*Alembert* & *Euler*, le pendule iſochrone pour la figure exprimée par l'équation $y = \alpha \text{ ſin } \frac{\pi x}{a} + \mathfrak{C} \text{ ſin } \frac{2\pi x}{a}$ a toujours pour longueur la quantité l; cependant cette même longueur eſt manifeſtement $= \frac{1}{4} l$ en faiſant $\alpha = 0$; il y auroit donc là dedans une contradiction, ſi ces Géometres ne prenoient le mot d'iſochroniſme dans un autre ſens, qu'on ne lui attache ordinairement.

XVII.

XVII. De notre ſolution ſynthetique du problème de Mrs. d'*Alembert* & *Euler*, on voit auſſi ſans calcul la maniere de déterminer la courbe abſoluë de la corde à chaque inſtant, de même que la viteſſe de chaque point: car, ſoit la courbe initiale exprimée par

$$y = \alpha \sin \frac{\pi x}{a} + \beta \sin \frac{2\pi x}{a} + \gamma \sin \frac{3\pi x}{a} + \delta \sin \frac{4\pi x}{a} + \&c.$$

& qu'il ſoit, par exemple, queſtion de déterminer la courbe au moment que le milieu de la corde paſſe par l'axe droit AB: il eſt clair que la courbe ſera exprimée dans cet inſtant par cette équation

$$y = -\beta \sin \frac{2\pi x}{a} + \delta \sin \frac{4\pi x}{a} - \&c.$$

dans laquelle les ſignes ſont alternativement négatifs & affirmatifs. Quant aux viteſſes, il eſt de même facile à les déterminer par la ſimple compoſition du mouvement, puiſqu'on détermine dans la Méchanique le rapport des viteſſes de chaque point pour chaque figure à part.

XVIII. J'ai évité juſques ici les calculs, & j'ai fondé tout mon raiſonnement ſur le principe confirmé par l'expérience (§. 6.) qu'il peut ſe faire un mêlange de vibrations dans un ſeul & même corps ſonore, qui ſoient abſolument indépendantes les unes des autres. A bien conſidérer ce principe, il n'eſt pas differant de celui de la compoſition du mouvement; cependant, pour le mettre dans tout ſon jour, j'ai cru devoir ajouter ici les réfléxions méchaniques, & les calculs que cette matiere demande.

XIX. Soit un corps A (fig. 7.) tiré directement vers un point fixe B: ſi l'on demande que le corps arrive au point B dans un tems donné, quelle que ſoit la diſtance initiale AB, on ſait que les gravitations du corps A vers le point fixe B, doivent être dans chaque point proportionelles aux diſtances du corps depuis le point B. On ſait même, qu'il n'y a que cette ſeule loi de gravitation qui ſatisfaſſe à la queſtion;

tion; alors les demi-excurſions deviennent de part & d'autre parfaitement égales. Voilà le vrai iſochroniſme, & le ſeul qu'il faille conſidérer. Suppoſons après cela que, pendant que le corps A eſt pouſſé avec la dite loi vers le point B, les deux points A & B ſouffrent dans chaque inſtant une accéleration égale vers le point C, de ſorte que le ſyſtème A B ſouffre une gravitation commune vers C, qui ſoit encore proportionelle aux diſtances B C; par là on obtiendra un autre iſochroniſme dans les excurſions du ſyſtème A B. Après cela on pourra de nouveau imaginer que les trois points A, B, & C, ſouffrent dans chaque inſtant une accélération égale vers un quatrième point D, & que cette gravitation commune aux trois points A, B, & C, ſoit toujours proportionelle aux diſtances du point C au point D. De cette façon on pourra multiplier à l'infini les gravitations du corps A vers differens points, & ce corps A ſouffrira par là un mêlange de pluſieurs eſpeces de vibrations, qu'il convient d'examiner.

XX. Quelle que ſoit la diſtance initiale, le corps A employera toujours le même tems pour parvenir au point B, & pour faire une demi-vibration; après quoi le corps A fera une autre demi-vibration, du côté oppoſé toujours dans le même tems; il reviendra encore au point B après un troiſième tems, & ainſi de ſuite: en un mot ce mouvement rélatif au point B ſera le même, que ſi ce point demeuroit entiérement en repos. J'appellerai ces mouvemens réciproques, des vibrations iſochrones rélatives; & cette diſtinction des vibrations eſt bien néceſſaire, parce qu'en effet elles ſont bien différentes des vibrations abſoluës du même corps A. Suppoſons que la peſanteur du corps A vers le point B ſoit égale à la peſanteur naturelle, en faiſant ſa diſtance au point B $= a$; dans cette ſuppoſition ces premieres vibrations iſochrones rélatives ſeront iſochrones avec les vibrations abſoluës d'un pendule ſimple de la longueur a.

Après avoir conſidéré ces premieres vibrations rélatives au point B, nous aurons les mêmes réfléxions à faire ſur les vibrations iſochro-

nes du point B, rélatives au point C ; & ces vibrations exiſteront en même tems dans le corps A, ſans troubler en aucune façon les premières vibrations de ce corps. Ces ſecondes vibrations ſeront iſochrones avec celles d'un pendule ſimple de la longueur b, en ſuppoſant que la peſanteur du point B, ou du corps A, vers le point C, devient égale à la peſanteur naturelle, lors qu'on fait $BC = b$.

Si l'on veut ajouter à ces doubles vibrations du corps A une troiſième eſpece, il faudra ſuppoſer une troiſième vibration commune au ſyſtème précedent ABC vers un point D, qu'on fera ſous de pareilles dénominations iſochrones avec celles d'un pendule ſimple de la longueur c. De cette maniere on pourra aller auſſi loin qu'on voudra, & produire dans le corps A tant d'eſpeces de vibrations iſochrones rélatives qu'on ſe ſera propoſé. Mais n'allons pas plus loin, & ſuppoſons cette troiſième vibration abſoluë, en conſidérant le point D comme fixe. De cette façon le ſeul & même corps A aura en même tems trois eſpeces de vibrations indépendantes les unes des autres, dont les centres de force ſont les points B, C, & D, que nous allons conſidérer de plus près.

XXI. Les tems desdites vibrations partielles ſeront en raiſon ſous-doublée des quantités arbitraires a, b, & c ; ſi ces quantités ſont, par exemple, comme 4, 9, & 36, les tems des vibrations ſeront comme 2, 3, & 6 ; ainſi, pendant que le point C fait une vibration entiere rélativement au point fixe D, le point B en fera deux rélativement au point C, & le point A en fera trois rélativement au point B : d'où il eſt clair, que tout le ſyſtème ne ſera remis dans ſon premier état qu'au bout de ſix vibrations rélatives au point B, ou de quatre vibrations rélatives au point C, ou de deux vibrations rélatives au point fixe D. Mais, ſuivant la maniere dont Mrs. d'*Alembert* & *Euler* enviſagent la choſe, tout ce mêlange de vibrations ne ſeroit jamais que deux vibrations ſimples. Dans cet exemple il n'arrivera point, que les trois points A, B, & C, ſe réüniſſent au point fixe D. Mais ſi l'on ſuppoſe les trois quanti-

quantités arbitraires $V a$, $V b$, & $V c$, être en raiſon de 3, 5, & 15, les tems des vibrations ſeront en même raiſon, & les points A, B, & C ſe trouveront réünis au point D au bout de chaque demi-vibration du point C; de cette maniere les excurſions ſeront parfaitement ſemblables & égales de chaque côté du point fixe D: mais à mon avis le point A n'en doit pas moins être cenſé faire cinq demi-vibrations avant que cela arrive, au lieu que dans l'autre ſens il n'eſt cenſé de faire qu'une ſeule demi-vibration. Pour voir la néceſſité d'enviſager ces mouvemens réciproques conformément à notre théorie, il n'y a qu'à ſuppoſer les diſtances arbitraires initiales BC, & CD, extrêmement petites par rapport à AB; il n'y aura alors que les vibrations AB qui ſoyent ſenſibles, & le corps A fera manifeſtement cinq demi-vibrations avant la réünion parfaite des points A, B, & C, au point D. Mais, ſi on conſidéroit les diſtances AB, & BC, comme extrêmement petites par rapport à CD, il n'y aura que les vibrations CD qui ſoyent ſenſibles, & le corps A ne pourroit plus être cenſé que d'avoir fait une ſeule demi-vibration. Il faut donc éviter ici toute équivoque dans les mots de vibration & d'iſochronisme. Si les quantités $V a$, $V b$, & $V c$, ſont incommenſurables, il ne pourra jamais arriver, que le ſyſtême reprenne ſon état initial, ni que le corps A revienne au point dont il étoit parti, parce que les points A, B, & C, n'auront jamais leurs plus longues élongations rélatives dans un même inſtant: cependant chaque eſpece de vibration relative à part ſe fera ſuivant la loi des pendules ſimples cycloïdiques. C'eſt la ſource de la raiſon, qui empêche d'étendre la nouvelle théorie de M^rs. d'*Alembert* & *Euler* à toutes ſortes de cordes, quelque loi d'inégalité qu'il puiſſe y avoir dans leur épaiſſeur.

XXII. Dans l'application de ces réfléxions aux cordes vibrantes, il faudra ſuppoſer $b = \frac{1}{4} c$, $a = \frac{1}{9} c$ &c. de ſorte que les nombres des differentes eſpeces de vibrations ſimples ſoyent en raiſon des nombres naturels 1, 2, 3, &c. en commençant par celle du point C rélati-

ve au point fixe D, enſuite celle du point B rélative à ſon centre de force mobile C, & puis celle du point A rélative au centre de force mobile B.

XXIII. Suppoſons à préſent la diſtance initiale A B $=$ a, B C $=$ $\mathfrak{b}$, C D $=$ γ, &c. & qu'au bout d'un tems donné t la diſtance A B ſoit devenuë $=$ x, la diſtance B C $=$ y, la diſtance C D $=$ z &c. ; ſoit auſſi la viteſſe rélative entre les points A & B $=$ u', celle d'entre les points B & C $=$ u'', celle d'entre les points C & D $=$ u''' &c. on aura

$$d\,u' = \frac{x}{a}\,dt \quad \& \quad u' = \sqrt{\frac{a\,a - x\,x}{a}},$$

$$d\,u'' = \frac{y}{b}\,dt \quad \& \quad u'' = \sqrt{\frac{\mathfrak{b}\,\mathfrak{b} - y\,y}{b}},$$

$$d\,u''' = \frac{z}{c}\,dt \quad \& \quad u''' = \sqrt{\frac{\gamma\,\gamma - z\,z}{c}}, \text{ &c.}$$

Outre ces équations la Géometrie nous enſeigne encore des conſtructions & équations entre le tems t & les diſtances x, y, z, &c. Car, ſoit le ſinus total exprimé par l'unité, & qu'on dénote par A. cof F un arc de cercle, dont le rayon eſt un, & dont le coſinus eſt une quantité quelconque F, on pourra exprimer le tems t par chacune des équations ſuivantes

$$t = \sqrt{a} \times \text{A. cof } \frac{x}{a}$$

$$t = \sqrt{b} \times \text{A. cof } \frac{y}{\mathfrak{b}}$$

$$t = \sqrt{c} \times \text{A. cof } \frac{z}{\gamma} \text{ &c.}$$

Par le moyen de ces équations on pourra déterminer chacune des diſtances

tances x, y, z, &c. par le même tems t commun, en convertiſſant les ſignes ; de cette façon on aura

$$x = \alpha \text{ cof A. } \frac{t}{\sqrt{a}}$$

$$y = \beta \text{ cof A. } \frac{t}{\sqrt{b}}$$

$$z = \gamma \text{ cof A. } \frac{t}{\sqrt{c}} \text{ &c.}$$

Dans ces équations il faut entendre par cof A $\frac{t}{\sqrt{a}}$ le coſinus d'un arc de cercle, qui eſt égal à $\frac{t}{\sqrt{a}}$ & dont le rayon eſt égal à l'unité, & ainſi des autres. Outre cela les quantités $\sqrt{a}$, $\sqrt{b}$, $\sqrt{c}$, &c. marquent les tems, qu'un corps animé par la peſanteur naturelle employe pour tomber librement des hauteurs $\frac{1}{4}a$, $\frac{1}{4}b$, $\frac{1}{4}c$, &c.

Nous avons donc déterminé chacune des quantités x, y, z, &c. par le même tems t, & par conſéquent la diſtance abſoluë du corps au dernier point fixe, laquelle diſtance eſt $= x + y + z +$ &c. Nous avons pareillement déterminé pour chaque inſtant les viteſſes rélatives u', u'', u''', &c. & la viteſſe abſoluë du point A exprimée par $u' + u'' + u''' +$ &c. de même que les élémens de toutes ces viteſſes.

XXIV. On pourra, au lieu des tems exprimés par $\sqrt{a}$, $\sqrt{b}$, $\sqrt{c}$, &c. conſidérer les tems qui répondent à une vibration ſimple rélative du point A par rapport au point B ; & puis du point B par rapport au point C, enſuite du point C par rapport au point D. Si nous déſignons donc ces tems par θ', θ'', θ''' &c. & que π ſoit la demi-circonférence d'un cercle qui a l'unité pour rayon, il faudra ſuppoſer dans

les équations du precédent article $V a = \frac{\theta'}{\pi}$, $V b = \frac{\theta''}{\pi}$, $V c = \frac{\theta'''}{\pi}$, après lesquelles ſubſtitutions toutes les quantités deviennent manifeſtement homogenes.

Soit, par exemple, $\theta' = 1''$, $\theta'' = 2''$, $\theta''' = 3''$, & qu'il ſoit queſtion de déterminer toutes les circonſtances du mouvement en faiſant $t =$ un quart de ſeconde; je dis qu'on aura $x = \alpha \operatorname{cof} A \frac{\pi t}{\theta'} = \alpha \operatorname{cof} A \frac{1}{4}\pi = \alpha V\frac{1}{2}$; $y = \mathfrak{G} \operatorname{cof} A \frac{\pi t}{\theta''}$ $= \mathfrak{G} \operatorname{cof} A \frac{1}{8}\pi = \mathfrak{G} \operatorname{cof} 22° 30'$, & $z = \gamma \operatorname{cof} A \frac{\pi}{12} = \gamma \operatorname{cof} 15°$; donc $x + y + z = 0{,}70710\ \alpha + 0{,}92387\ \mathfrak{G} + 0{,}96592\gamma$, laquelle quantité marque la diſtance du corps A au point D après un quart de ſeconde de tems. On aura enſuite $u' = V\frac{\alpha\alpha - xx}{a}$ $= \frac{\alpha}{Va} \operatorname{ſin} A \frac{1}{4}\pi$; $u'' = V\frac{\mathfrak{G}\mathfrak{G} - yy}{b} = \frac{\mathfrak{G}}{Vb} \operatorname{ſin} A \frac{1}{8}\pi =$ $\frac{\mathfrak{G}}{2Va} \operatorname{ſin} A \frac{1}{8}\pi$, & $u''' = \frac{\gamma}{3Va} \operatorname{ſin} A \frac{1}{12}\pi$. De là il réſulte pour notre exemple la viteſſe abſoluë $u' + u'' + u''' =$ $\frac{6\,\alpha \operatorname{ſin} 45° + 4\,\mathfrak{G} \operatorname{ſin} 22° 30' + 2\,\gamma \operatorname{ſin} 15°}{6\,\gamma\,a}$

XXV. Mais, ſans nous arrêter à cette ſorte de déterminations, qui n'ont pas trop de rapport avec ce que je me ſuis propoſé de principal, examinons plutôt ſous quelles circonſtances la viteſſe abſoluë $u' + u'' + u'''$ peut devenir $= 0$, en nous bornant aux trois eſpeces de vibrations ſimples mêlées enſemble. Il faudra pour cet effet, en vertu du §. 23. faire $V\frac{\alpha\alpha - xx}{a} + V\frac{\mathfrak{G}\mathfrak{G} - yy}{b} + V\frac{\gamma\gamma - zz}{c} = 0$

ſubſti-

ſubſtituons pour x, y, & z leur valeur en t, & nous aurons $\frac{\alpha}{\sqrt{a}} \text{ ſin A } \frac{t}{\sqrt{a}} + \frac{\mathfrak{C}}{\sqrt{b}} \text{ ſin A } \frac{t}{\sqrt{b}} + \frac{\gamma}{\sqrt{c}} \text{ ſin A } \frac{t}{\sqrt{c}} = 0$. Je me propoſe de déterminer la valeur de t, qui ſatisfaſſe à cette équation dans quelque exemple particulier. Nous ſuppoſerons donc $\theta''' \text{ ou } \pi\sqrt{c} = 2\theta'' \text{ ou } 2\pi\sqrt{b} = 3\theta' \text{ ou } 3\pi\sqrt{a}$, c'eſt à dire nous ſuppoſerons, que, pendant que le point C fait une vibration pour le point fixe D, le point B en faſſe deux pour le point C, & le point A en faſſe trois pour le point B, laquelle ſuppoſition demande $\sqrt{c} = 2\sqrt{b} = 3\sqrt{a}$. Là deſſus notre équation donnera

$$3\,\alpha \text{ ſin A } \frac{3t}{\sqrt{c}} + 2\,\mathfrak{C} \text{ ſin A } \frac{2t}{\sqrt{c}} + \gamma \text{ ſin A } \frac{t}{\sqrt{c}} = 0.$$

Soit à préſent $\text{ſin A } \frac{t}{\sqrt{c}} = q$, & on aura $\text{ſin A } \frac{2t}{\sqrt{c}}$, c'eſt à dire le ſinus de l'arc double $= 2q\sqrt{(1-qq)}$ & $\text{ſin A } \frac{3t}{\sqrt{c}} = 3q - 4q^3$, & là deſſus nous aurons

$$3\,\alpha\,(3q - 4q^3) + 2\,\mathfrak{C} \times 2q\sqrt{(1-qq)} + \gamma q = 0,$$

ou bien

$$9\,\alpha - 12\,\alpha qq + 4\,\mathfrak{C}\sqrt{(1-qq)} + \gamma = 0.$$

Par la premiere des ces équations on voit déjà, qu'on peut faire $q = \text{ſin A } \frac{t}{\sqrt{c}} = 0$, ce qui donne $z = \gamma \text{ coſ A } \frac{t}{\sqrt{c}} = \pm\gamma$; $y = \mathfrak{C} \text{ coſ A } \frac{t}{\sqrt{b}} = \mathfrak{C} \text{ coſ A } \frac{2t}{\sqrt{c}} = \mathfrak{C}$, & $x = \pm\alpha$, & par conſéquent $x + y + z = \pm\alpha + \mathfrak{C} \pm \gamma$. C'eſt là le cas qui s'offre de ſoi-même; mais il y en a encore d'autres indiqués par la ſeconde équation, qui peuvent être très réels. Pour abréger le calcul, nous nous borne-

rons

rons aux cas qui ſont $9\alpha + \gamma = 4\zeta$; & dans ces cas on trouve le ſin A $\frac{t}{\sqrt{c}}$ ou bien

$$q = \pm \frac{\sqrt{(6\alpha\zeta - \zeta\zeta)}}{3\alpha};$$

& enſuite le coſ A $\frac{t}{\sqrt{c}}$ ou bien

$$\sqrt{(1-qq)} = \pm \frac{\sqrt{(9\alpha\alpha - 6\alpha\zeta + \zeta\zeta)}}{3\alpha} = \pm\left(1 - \frac{\zeta}{3\alpha}\right).$$

De là on obtient $z = \pm\gamma\left(1 - \frac{\zeta}{3\alpha}\right)$,

cette valeur de z marque déjà la poſition du point C; on trouvera enſuite la valeur de y, & enfin celle de x, & par là on aura déterminé les poſitions des trois points C, B, & A.

On voit donc que notre queſtion eſt le plus ſouvent ſuſceptible de pluſieurs ſolutions très réelles, quoiqu'elles ne le ſoyent pas toujours: car dans le cas préſent il faut que la quantité $\frac{\zeta}{3\alpha}$ ſoit toujours un nombre affirmatif, & que ζ ſoit plus petit que 6α.

Deſcendons ici à un exemple tout particulier: ſuppoſons $\zeta = 4\alpha$ & par conſéquent $\gamma = 7\alpha$. Dans ce cas il faut prendre $\sqrt{(1-qq)}$ négativement, & faire $\sqrt{(1-qq)} = -\frac{1}{3}$, ce qui donne l'arc $\frac{t}{\sqrt{c}}$ de 109^d, 28^l, dont le coſinus eſt $= -\frac{1}{3}$; l'arc $\frac{2t}{\sqrt{c}}$ de 218^d, 56^l, dont le coſinus eſt $= -0,77787$; & l'arc $\frac{3t}{\sqrt{c}}$ de 328^d, 24^l, dont le coſinus eſt $= 0,83172$. Ces valeurs donnent $z = -\frac{1}{3}\gamma = -\frac{7}{3}\alpha$;

$y =$

$y = -0,77787\,\mathfrak{G} = -3,11148\,\mathfrak{a}$; & $x = 0,85172\,\mathfrak{a}$, & par conſéquent $x + y + z = -4,59309\,\mathfrak{a}$. Ainſi la diſtance initiale du corps A depuis le point D étant exprimée par 12, il y aura encore deux poſitions du corps A, dans leſquelles ſa viteſſe abſoluë ſoit nulle, & ſes diſtances au point D ſeront alors -4 & $-4,59309$.

XXVI. Voici à preſent la nature du mouvement abſolu du corps A par rapport au point fixe D; la figure 8 marque les points capitaux avec la juſte proportion des diſtances. Je dis donc que le corps partant du point A ſera d'abord accéléré & enſuite retardé, après quoi il ſera arrêté pour un moment au point B; il rebrouſſera de là juſques au point C, où il repoſera encore un inſtant; du point C il retournera vers le point B en s'y arrêtant de nouveau pendant un inſtant, & du point B enfin il retournera au point A dont il étoit parti, où ſa viteſſe ſera encore nulle, & alors tout ſera réduit à ſon premier état. Outre cela le tems employé pour faire la premiere vibration A B eſt exprimé par l'arc $109^d.\,28'$, le tems pour faire la ſeconde petite vibration B C par l'arc $70^d.\,32'$; ce ſecond tems ſera encore employé pour faire la troiſième vibration C B, & le premier tems pour faire la quatrième vibration B A. Si on exprime donc tout le tems, que le corps employe avant que de ſe remettre en ſon premier état, par 21600, la premiere vibration employera 6568 de même que la quatrième, pendant que chacune des deux moyennes employera 4232. Comme dans cet exemple la ſeconde & la troiſième excurſion ſont très petites, le mouvement du corps paroitra comme presque en repos pendant preſque la moitié du tems entier. Mais on auroit pu choiſir d'autres exemples, où les excurſions partielles ſeroient devenuës comme égales & comme iſochrones, & alors c'eſt une queſtion, ſi le corps doit être cenſé avoir fait quatre vibrations, ou deux; dans le ſens de M^rs. d'*Alembert* & *Euler*, il faudroit toujours dire, qu'il n'en auroit fait que deux, quoiqu'on put lui faire faire cent allées & venuës toutes preſque égales, & preſque iſochrones, & dont les mouvemens ſe feroient preſque entierement ſelon les loix des mouvemens iſochrones ſimples & ordinaires.

XXVII. Ce que je viens de dire du mouvement du corps A, arrive parfaitement à chaque point dans les nouvelles vibrations des cordes: je me contenterai, pour faire voir cette entiere conformité, d'expliquer le mêlange des deux premieres eſpeces de vibrations les plus ſimples, exprimées par les deux premieres figures. J'ai repréſenté ce mêlange par la figure ſixième, dont j'ai donné la conſtruction au §. 8. Soit dans cette courbe abſoluë A $p\ a\ q$ B la plus grande appliquée rélative $p\ m = \varrho$, la plus grande appliquée $a\ r$ de la courbe idéale A $m\ a\ n$ B $= \sigma$; & ſoit encore la longueur de la corde entiere A B $= a$; qu'on prenne une abſciſſe quelconque A $b = x$ avec ſon appliquée $b\ d$; là-deſſus on aura en vertu de la Théorie de M. *Taylor* $c\ d = \varrho \text{ ſin } \frac{2\pi x}{a}$ & $b\ c = \sigma \text{ ſin } \frac{\pi x}{a}$, & par conſéquent l'appliquée $b\ d = \varrho \text{ ſin } \frac{2\pi x}{a} + \sigma \text{ ſin } \frac{\pi x}{a}$. Soit $b\ d = y$, on aura, en ſuppoſant dx conſtante, $ddy = \left(\frac{4\pi\pi}{aa}\varrho \text{ ſin } \frac{2\pi x}{a} + \frac{\pi\pi}{aa}\sigma \text{ ſin } \frac{\pi x}{a}\right)dx^2$; or, nommant P le poids qui tend la corde, & p le poids de la corde tenduë & uniforme, on ſait que la force accélératrice abſoluë du point d eſt exprimée par $\frac{P}{p} \cdot \frac{a\,ddy}{dx^2}$; cette force accélératrice ſera donc ici $\frac{P}{p}a\left(\frac{4\pi\pi}{aa}\varrho \text{ ſin } \frac{2\pi x}{a} + \frac{\pi\pi}{aa}\sigma \text{ ſin } \frac{\pi x}{a}\right)$ ou bien $= \frac{4P}{p} \cdot \frac{\pi\pi\varrho}{a} \text{ ſin } \frac{2\pi x}{a} + \frac{P}{p} \cdot \frac{\pi\pi\sigma}{a} \text{ ſin } \frac{\pi x}{a}$, ce qui fait la force accélératrice entiere du point $d = \frac{4P}{p} \cdot \frac{\pi\pi}{a} \cdot cd + \frac{P}{p} \cdot \frac{\pi\pi}{a} \cdot bc$. Nous voyons donc, que la force accélératrice entiere eſt compoſée de deux parties, dont la premiere eſt proportionelle à la diſtance dc, & qui fait faire au point d des vibrations iſochrones rélatives au point c, qui fait

fait ici un centre de force mobile : la ſeconde partie de la force accélératrice du point d eſt $= \frac{P}{p} \cdot \frac{\pi\pi}{a} \cdot bc$: or, par la nature de la courbe A can B, le point c eſt animé vers le point immobile b avec la même force accélératrice $\frac{P}{p} \cdot \frac{\pi\pi}{a} \cdot bc$; ainſi la ſeconde force produit conſtamment la même accélération aux points d & c, & ne fera que transporter la petite diſtance dc ſans la changer aucunement. Nous ſommes donc entierement dans le même cas que celui des §§. 19. & 20. Pour obtenir une entiere identité il faudra ſuppoſer dans la ſeptième figure C D $= o$, A B $= dc$ & B C $= cb$, ou bien $\alpha = \varrho$ ſin $\frac{2\pi x}{a}$, $\epsilon = \sigma$ ſin $\frac{\pi x}{a}$ & $\gamma = o$, & dans ces expreſſions la quantité x eſt conſtante par rapport au mouvement du même point d. Ainſi le mouvement de chaque point dans la courbe A daq B, ſera par rapport à la courbe idéale A can B, le même que le mouvement abſolu de la ſeconde figure, & le mouvement abſolu de la courbe idéale A can B ſera le même que celui de la premiere figure ; ainſi la vibration ſuivant la figure A daq B n'eſt abſolument qu'un mêlange des vibrations ſuivant la premiere & la ſeconde figure combinées enſemble, dont chaque eſpece ſe fait indépendamment l'une de l'autre. Ce mouvement abſolu du point d renferme réellement deux mouvemens périodiques, l'un par rapport au point c, & l'autre par rapport au point b ; le nombre des premiers retours périodiques ſera toujours double de celui des ſeconds. L'eſprit s'apperçoit de l'une & de l'autre eſpece de ces retours périodiques, & remarque par là un double ſon, dont l'un eſt l'octave de l'autre. Comme les petites quantités pm & ar déſignées par ϱ & σ peuvent avoir un rapport quelconque, on ne remarquera que la premiere eſpece de mouvemens périodiques en faiſant pm beaucoup plus grande que ar, pendant qu'on ne ſentira que la ſeconde eſpece en faiſant ar beaucoup plus grande que pm ; dans le premier

cas le tems d'une vibration eſt manifeſtement de la moitié plus petit que dans le ſecond, pendant que, ſelon la maniere d'enviſager ces vibrations de Mrs. d'*Alembert* & *Euler*, le tems de chaque période eſt toujours le même, quelque rapport qu'il y ait entre ρ & σ, ce qui ne me paroit pas conforme au principe de continuité. Car ſi le tems d'une vibration eſt ſelon eux toujours t, quelque rapport qu'il y ait entre ρ & σ, pourquoi devient-il manifeſtement $\frac{1}{2}t$ en faiſant $\sigma = 0$? Pour répondre à cette difficulté, il me ſemble qu'il faut néceſſairement dire, qu'il ſe fait en même tems une double eſpece de vibrations dans la corde, & que le mêlange de ces deux eſpeces forme ce, que ces Géometres appellent vibrations ſimples; que la ſeconde eſpece diminuë à meſure qu'on diminuë la quantité σ, & qu'elle devient nulle en faiſant $\sigma = 0$; & alors il n'y aura aucune diſcontinuité.

XXVIII. J'eſpère que ce que je viens de dire dans ce Mémoire pourra ſervir à répandre plus de jour ſur la nature des nouvelles vibrations des cordes, trouvées avec tant de ſagacité par Mrs. d'*Alembert* & *Euler;* & c'étoit là tout mon but. Si la méthode dont ils ſe ſont ſervis pour réſoudre leurs problèmes eſt beaucoup plus difficile que la mienne, je n'en admire que d'avantage la ſupériorité de leur génie. Quant à la queſtion, ſi les nouvelles vibrations ſont réellement des vibrations ſimples & ſynchrones pour tous les points, ou ſi elles ne ſont pas plutôt un mêlange de pluſieurs différentes vibrations coëxiſtantes dans une même corde, & toutes de différente durée, je n'en ai parlé que pour mieux expliquer la nature de ces vibrations, étant bien éloigné de faire une quérelle à d'auſſi grands hommes ſur la ſignification de certains termes.

Je traiterai dans un ſecond Mémoire quelques nouveaux problèmes, dont la ſolution découle aſſez facilement de nos principes, & qui en même tems mettront cette matiere dans un nouveau jour.

SUR

SUR LE MÊLANGE DE PLUSIEURS ESPECES DE VIBRATIONS SIMPLES ISOCHRONES, QUI PEUVENT COEXISTER DANS UN MÊME SYSTÈME DE CORPS.

PAR M. DANIEL BERNOULLI.

I.

Les réfléxions que j'ai faites dans le premier Mémoire qu'on vient de lire, ſur les nouvelles vibrations des cordes tenduës trouvées par Mrs. *Euler* & d'*Alembert*, m'engagent à ce ſecond Mémoire, dans lequel je me propoſe d'appliquer mes nouveaux principes ſur le mêlange de pluſieurs vibrations de différentes eſpeces coëxiſtantes dans les mêmes corps, à des ſyſtèmes compoſés d'un nombre de corps fini au lieu des cordes, qui ſont un aſſemblage de petits corps élémentaires infini. Ce ſecond Mémoire nous mettra entierement au fait ſur toute cette matiere, & nous fournira occaſion de réſoudre quelques nouveaux problèmes de Méchanique, qui concernent les differents iſochronismes. C'eſt d'ailleurs une matiere qu'on ne ſauroit trop examiner, puiſqu'il ſemble que la Nature n'agit très ſouvent que par les principes des vibrations iſochrones imperceptibles, & infiniment diverſifiées, pour produire un grand nombre de Phènomenes.

II. Commençons par conſidérer deux corps attachés à une corde tendue, en faiſant abſtraction du poids de cette corde. Si ces deux corps ſont détournés de leur poſition naturelle, & qu'on leur laiſſe enſuite

ſuite une liberté entiere de ſe mouvoir ſuivant les loix reçues dans la Méchanique, ils feront des mouvemens réciproques, qu'il s'agit de déterminer en les ſuppoſant extrêmement petits. Ces vibrations paroiſſent tout à fait irrégulières, lorsque les deux corps ne ſont pas des mouvemens ſynchrones entre eux, & ce ſynchronisme n'eſt qu'un cas choiſi d'entre une infinité de cas. Je ne me ſouviens pas d'avoir vu la ſolution générale de ce problème; mais, ſi quelqu'un l'a donnée, je crois que ſa ſolution n'aura conſiſté que dans une expreſſion analytique, bien éloignée de nous faire connoitre la véritable nature de ces mouvemens; je crois encore moins, qu'on ait jamais donné la ſolution de ce problème, lorsque il y a tant de corps quelconques avec des diſtances mutuelles quelconques qu'on voudra, qui ſoyent attachés à la corde. J'ai remarqué ſur ce ſujet une loi générale, qui ſimplifie extrêmement notre problème général, & qui eſt d'un grand ſecours dans la Phyſique méchanique. Mais, avant que d'expoſer cette loi, il convient d'examiner préalablement le cas du ſynchronisme, en ne ſuppoſant d'abord que deux corps attachés à la corde tenduë.

III. Soit AB (fig. 1.) une corde fixée par les bouts aux points A & B, & tendue avec une force, qui ſoit égale au poids P. Suppoſons enſuite dans un point quelconque c un poids m & dans un autre point quelconque d un poids n, que ces poids attachés à la corde ſoyent tirés hors de leur poſition naturelle jusqu'en e & f, & que de ces points on laiſſe partir les corps au même inſtant; ſoit auſſi la diſtance $Ac = l$, la diſtance $Bd = \lambda$, & toute la longueur $AB = L$; la petite diſtance $ce = \alpha$ & $df = \varepsilon$.

On ſait par les régles de la Méchanique, que la force accélératrice du poids en e ſera $= \frac{P}{m}\left(\frac{\alpha}{l} + \frac{\alpha - \varepsilon}{L - \lambda - l}\right)$ & la force accélératrice de l'autre poids en $f = \frac{P}{n}\left(\frac{\varepsilon}{\lambda} + \frac{\alpha - \varepsilon}{L - \lambda - l}\right)$ &

que

que, ſi les petites diſtances initielles α & ζ ſe changent en y & z, les mêmes formules ſont encore vrayes en ſubſtituant ſimplement y & z pour α & ζ.

Si l'on fait maintenant, que la force accélératrice du corps en e ſoit à la force accélératrice de l'autre corps en f comme la petite diſtance ec eſt à la petite diſtance fd, c'eſt à dire,

$$\frac{P}{m}\left(\frac{\alpha}{l}+\frac{\alpha-\zeta}{L-\lambda-l}\right):\ \frac{P}{n}\left(\frac{\zeta}{\lambda}-\frac{\alpha-\zeta}{L-\lambda-l}\right)=\alpha:\zeta$$

$$\text{ou bien } \frac{\zeta}{\alpha}=$$

$$\frac{nL\lambda+mll-n\lambda\lambda-mLl}{2n\lambda l}\pm\sqrt{\left[\left(\frac{nL\lambda+mll-n\lambda\lambda-mLl}{2n\lambda l}\right)^2+\frac{m}{n}\right]}$$

on obtiendra par là, comme on ſait, tant le ſynchronisme des deux corps, que l'iſochronisme de chacun des deux corps, quelle que ſoit la diſtance initielle α. Chaque corps fera alors ſes mouvements ſuivant les loix connues de l'iſochronisme, & il eſt impoſſible d'obtenir le ſynchronisme ſans l'iſochronisme.

IV. Remarquons à préſent que la valeur $\frac{\zeta}{\alpha}$ obtient deux racines, dont chacune ſatisfait également au ſynchronisme & à l'iſochronisme, & que ces deux racines ſont toujours réelles. Ces deux racines ſont repréſentées par la premiere & la ſeconde figure, & dans cette ſeconde figure le point f eſt toujours du côté oppoſé à celui de la premiere figure. Dans la premiere figure la longueur du pendule ſimple iſochrone eſt $= (L-\lambda-l)\frac{m}{P}.l : \left(L-\lambda-\frac{nL\lambda+mll-n\lambda\lambda-mLl}{2n\lambda}\right.$

$$\left.-\sqrt{\left(\left(\frac{nL\lambda+mll-n\lambda\lambda-mLl}{2n\lambda}\right)^2+\frac{mll}{n}\right)}\right)$$

ou

ou bien $=\!=\!=$

$$\frac{2n\lambda(L-\lambda-l)}{nL\lambda-n\lambda\lambda-mll+mLl-V[(nL\lambda+mll-n\lambda\lambda-mLl)^2+4mn\lambda\lambda ll]}\cdot\frac{m}{P}\cdot l$$

& dans la ſeconde figure la même longueur devient $=\!=$

$$\frac{2n\lambda(L-\lambda-l)}{nL\lambda-n\lambda\lambda-mll+mLl+V[(nL\lambda+mll-n\lambda\lambda-mLl)^2+4mn\lambda\lambda ll]}\cdot\frac{m}{P}\cdot l$$

Il ſuit de là, que la longueur du pendule ſimple iſochrone pour la premiere figure eſt à la pareille longueur pour la ſeconde figure, comme

$$nL\lambda-n\lambda\lambda-mll+mLl+V[(nL\lambda+mll-n\lambda\lambda-mLl)^2+4mn\lambda\lambda ll]$$

eſt à

$$nL\lambda-n\lambda\lambda-mll+mLl-V[(nL\lambda+mll-n\lambda\lambda-mLl)^2+4mn\lambda\lambda ll];$$

& les tems de chaque vibration ſont en raiſon ſous-doublée desdites quantités. Ainſi généralement parlant ces tems ſont incommenſurables ; mais on peut donner d'une infinité de manieres une telle rélation, ſoit entre les corps m & n, ſoit entre les longueurs L, l & λ, que lesdits tems prennent une proportion donnée quelconque.

V. Qu'on ſe propoſe, par exemple, de faire en ſorte que les corps faſſent préciſément deux vibrations ſelon la ſeconde figure, pendant qu'ils feroient une vibration ſuivant la premiere figure : il faudra en ce cas faire le rapport entre les pendules ſimples iſochrones pour la premiere & la ſeconde figure comme 4 à 1, ce qui donnera cette équation

$$(3nL\lambda-3n\lambda\lambda-3mll+3mLl)^2=25(nL\lambda+mll-n\lambda\lambda-mLl)^2+100mn\lambda\lambda ll.$$

Cette équation exprime généralement la rélation, qu'il doit y avoir entre toutes les circonſtances pour ſatisfaire à la demande. Soyent, par exemple, les deux corps égaux, & en même tems $\lambda=l$, on trouvera $\lambda=\frac{3}{5}L$, & par conſéquent $cd=\frac{1}{5}L$.

Si

Si l'on demande, en ſuppoſant toujours une égalité entre les deux corps, de même qu'entre leurs diſtances depuis les extrémités de la corde, que les corps faſſent N vibrations ſuivant la ſeconde figure, pendant qu'ils font une vibration ſuivant la premiere figure, il faudra faire $\lambda = \frac{NN - 1}{2NN} L$, & par conſéquent la diſtance entre les deux corps $= \frac{1}{NN} L$.

VI. Quoique ce que j'ai dit jusqu'ici, découle très facilement des méthodes connuës, j'ai cru devoir l'expoſer, pour faire mieux comprendre ce que j'ai de nouveau à dire ſur cette matiere.

Voici à préſent comme je m'y prends pour déterminer généralement les vibrations des deux corps, quelque rapport qu'il y ait entre les diſtances initielles ce & df, & pour faire voir la vraye nature des ces vibrations. Suppoſons dans la premiere figure $ce = \alpha$, & dans la ſeconde figure $ce = \gamma$, car ces diſtances initielles peuvent être quelconques : on aura en vertu du §. 3. pour la premiere figure

$$df = \frac{nL\lambda + mll - n\lambda\lambda - mLl}{2n\lambda l}\alpha + \alpha V\left[\left(\frac{nL\lambda + mll - n\lambda\lambda - mLl}{2n\lambda l}\right)^2 + \frac{m}{n}\right];$$

& pour la ſeconde figure on aura, (en regardant le point f toujours comme au deſſus de l'axe,)

$$df = \frac{nL\lambda + mll - n\lambda\lambda - mLl}{2n\lambda l}\gamma - \gamma V\left[\left(\frac{nL\lambda + mll - n\lambda\lambda - mLl}{2n\lambda l}\right)^2 + \frac{m}{n}\right].$$

Qu'on ſuppoſe maintenant dans la troiſième figure les mêmes corps attachés à la même corde partir des points quelconques e & f, & qu'on faſſe dans cette troiſième figure la petite diſtance ce égale à la ſomme des diſtances du même corps, qu'on a ſuppoſées dans la premiere & la ſeconde figure, c'eſt à dire $ce = \alpha + \gamma$, & que pareillement

on ſuppoſe df (fig. 3.) $=$ df (fig. 1.) $+$ df (fig. 2.), c'eſt à dire, qu'on faſſe dans la troiſième figure $df =$

$$\frac{n\mathrm{L}\lambda+mll-n\lambda\lambda-m\mathrm{L}l}{2n\lambda l}(\alpha|\gamma)+(\alpha-\gamma)\sqrt{\left[\left(\frac{n\mathrm{L}\lambda+mll-\lambda\lambda-m\mathrm{L}l}{2n\lambda l}\right)^2+\frac{m}{n}\right]}.$$

Il s'agit de déterminer les vibrations des corps pour ces hypotheſes repréſentées dans la troiſième figure.

VII. Pour réſoudre cette derniere queſtion, que nous verrons renfermer le problème général de deux corps, je dis, qu'il faut concevoir dans la petite ligne ce un point g, & dans la petite ligne df prolongée un point h, de ſorte que cg & dh ſoyent reſpectivement égales aux petites diſtances ce & df de la premiere figure, & par conſéquent ge & hf reſpectivement égales aux petites diſtances ce & df de la ſeconde figure ; qu'alors la corde idéale $Aghb$ aura entièrement le même mouvement que la corde $Aefb$ de la premiere figure, pendant que la corde réelle $Aefb$ aura le même mouvement rélatif par rapport à la corde idéale $Aghb$, que la corde $Aefb$ de la ſeconde figure a par rapport à la ligne droite AB ; ainſi ce ſecond mouvement rélatif eſt le même que le mouvement abſolu pour la ſeconde figure. Il faut donc conſidérer le mouvement des corps e & f comme étant compoſé des deux mouvements ſimples, qui ſe feroient ſuivant la loi de la premiere & de la ſeconde figure, qui coëxiſtent en même tems dans les deux corps. Toute cette théorie découle de celle que j'ai établie dans mon Mémoire antécédent ; car la force accélératrice du corps e eſt compoſée de deux forces accélératrices, dont l'une ſera conſtamment proportionelle à la petite diſtance ge, & l'autre conſtamment proportionelle à la petite diſtance cg, en ſuppoſant au point g le même mouvement que celui du corps e dans la premiere figure. Pareillement la force accélératrice du corps f eſt compoſée de deux forces accélératrices, l'une conſtamment proportionelle à dh, & l'autre à fh, qui eſt négative par rapport à la premiere. Il y a donc dans chacun

des

des deux corps un double mouvement vibratoire, dont l'un ſe fait indépendamment de l'autre, & chacun ſe fait ſelon toutes les loix des mouvements ſimples iſochrones ; dans chaque eſpece à part les deux corps font des vibrations ſynchrones, mais le mouvement abſolu ne ſera pas toujours ſynchrone dans les deux corps ; un corps pourra être dans ſon repos momentané, pendant que l'autre ſera au plus fort de ſon mouvement. Il faut donc dire que la corde chargée de deux poids fait, à généralement parler, deux eſpeces de vibrations à la fois, qui peuvent avoir un rapport quelconque, tant pour leur durée que pour la grandeur des excurſions ; ce n'eſt que lorsqu'une eſpece évanouït, qu'il ſe fait dans les deux corps des vibrations ſimples vraiment iſochrones & ſynchrones. Si l'on ſuppoſe $\gamma = 0$, il n'y aura que des vibrations conformes à la premiere figure, & ſi l'on ſuppoſe $\alpha = 0$, il n'y aura que des vibrations conformes à la ſeconde figure : & hors de ces deux cas il y aura dans les deux corps toujours un mêlange de ces deux eſpeces de vibrations, qui coëxiſtent enſemble, & j'ai expoſé au §. 4. les longueurs des pendules ſimples iſochrones pour chacune de ces deux à part.

VIII. Pour voir à préſent, que notre conſtruction de la troiſième figure renferme tous les cas poſſibles, on pourra ſuppoſer généralement $ce = a$ & $df = b$, & enſuite faire $\alpha + \gamma = a$ & $\frac{nL\lambda + mll - n\lambda\lambda - mLl}{2n\lambda l}(\alpha+\gamma) + (\alpha-\gamma)\sqrt{\left[\left(\frac{nL\lambda + mll - n\lambda\lambda - mLl}{2n\lambda l}\right)^2 + \frac{m}{n}\right]} = b$. De ces deux équations on déduira (en déſignant la quantité $\frac{nL\lambda + mll - n\lambda\lambda - mLl}{2n\lambda l}$ par la ſimple lettre q) $\alpha = \frac{1}{2}a + \frac{b - qa}{2\sqrt{\left(qq + \frac{m}{n}\right)}}$ & $\gamma = \frac{1}{2}a - \frac{b - qa}{2\sqrt{\left(qq + \frac{m}{n}\right)}}$ & quand on aura déterminé ainſi les valeurs de α & de γ, on connoi-

tra parfaitement les deux eſpeces de vibrations, qui compoſeront tout le mouvement des deux corps.

Nous allons éclaircir ces remarques par des exemples choiſis du côté de la ſimplicité.

IX. Soit encore, comme au § 5. $n = m$ & $\lambda = l$; ces ſuppoſitions rendent la quantité $n\,L\,\lambda + m\,ll - n\,L\,l = 0$, ce qui fait pour le § 8. $\alpha = \frac{1}{2}a + \frac{1}{2}b$ & $\gamma = \frac{1}{2}a - \frac{1}{2}b$, en entendant par a & b, les petites diſtances initielles ce & df (fig. 3.); il faut donc prendre $cg = \frac{1}{2}a + \frac{1}{2}b$, & par conſéquent $ge = \frac{1}{2}a - \frac{1}{2}b$, enſuite $dh = \frac{1}{2}a + \frac{1}{2}b$, & par conſéquent $fh = \frac{1}{2}a - \frac{1}{2}b$. Après avoir ainſi déterminé les points g & h, il faut concevoir ces points faire leurs vibrations ſuivant la loi de la premiere figure, & ce même mouvement exiſtera auſſi dans les corps e & f; mais ces corps auront en même tems un autre mouvement iſochrone & ſynchrone rélatif, l'un au point g & l'autre au point h, desquels ils s'approcheront & s'éloigneront alternativement avec les mêmes loix, que le feroient les mêmes corps, dans les vibrations ſimples de la ſeconde figure. Le pendule ſimple, iſochrone avec la premiere claſſe de vibrations, ſera $= \frac{m}{P}\lambda$, & celui qui eſt iſochrone avec la ſeconde eſpece de vibrations, ſera $= \frac{m}{P}(L - 2\lambda) \times \frac{\lambda}{L}$ (§. 4.); ces pendules ſimples feront donc en raiſon de L à L — 2 λ, & les tems de chaque vibration pour la premiere & la ſeconde claſſe ſeront en raiſon de $\sqrt{L}$ à $\sqrt{(L - 2\lambda)}$, c'eſt à dire, en raiſon ſous-doublée de AB à cd. Voici là-deſſus quelques cas tout particuliers.

(1.) Qu'on ſuppoſe $cd = \frac{1}{4}L$, la petite diſtance initielle $ce = a$, la petite diſtance initielle df ou $b = 0$. En ce cas on aura $cg = fh$ ou $\alpha = \gamma\frac{1}{2} = a$; ainſi les excurſions entieres ſeront égales à ce pour chaque eſpece de vibrations; mais il ſe fera préciſément deux vibrations de la ſeconde claſſe, pendant qu'il s'en fait une de la premiere claſſe.

claſſe. Le tems abſolu d'une vibration de la premiere claſſe, que je nommerai t, ſera égal à celui d'une oſcillation d'un pendule ſimple de la longueur $\frac{3m}{8P}$ L. S'il étoit queſtion de déterminer la poſition des corps après le tems $\frac{1}{2}t$, je dis, que les points g & h (*fig.* 4) parviendront en c & f, pendant que le corps e parcourt l'eſpace ec & le corps e parcourt l'eſpace ec, & le corps f l'eſpace $fl = ce$; ainſi l'eſpace abſolu que parcourra le corps e dans le tems $\frac{1}{2}t$ ſera $= ec + gc$; prenant donc $cm = \frac{1}{2}a$, le corps e ſe trouvera au point m, & l'eſpace parcouru par le corps f, ſera $= fl - fh = fh$, & le corps f ſe trouvera par conſéquent au point h. De la même façon l'on trouve, qu'après le tems entier t le corps e ſe trouve au point c avec un moment de repos, & le corps f au point n, en faiſant $fn = ce$, & cela pareillement avec un moment de repos; de ſorte que toutes les circonſtances ſeront remiſes dans le premier état dans une poſition entierement renverſée: c'eſt ici un cas tout à fait ſemblable à la Théorie de Mrs. *Euler* & d'*Alembert* ſur les nouvelles courbures des cordes vibrantes. Dans le ſens de ces deux illuſtres Géometres il faudroit dire, que les deux corps ont fait dans le tems t chacun une ſimple vibration: mais n'eſt-il pas manifeſte, que chaque corps a fait ici pendant le tems t deux vibrations? Car je demande, ſi un corps qui commence depuis le repos d'un côté, qui eſt d'abord accéléré, & enſuite retardé juſqu'à perdre tout le mouvement, qui alors commence à rebrouſſer pareillement par un mouvement accéléré, & puis retardé juſqu'à perdre de nouveau tout ſon mouvement, je demande ſi un tel corps ne doit pas être cenſé avoir fait deux vibrations? Or c'eſt ce qui arrive ici pendant le tems t; car le corps e commence par être accéléré, il eſt enſuite retardé, & il outrepaſſe un peu le point m, il perd tout ſon mouvement; tout cela arrive pendant un tems un peu plus grand que $\frac{1}{2}t$; enſuite il rebrouſſe chemin, il eſt encore accéléré, & puis retardé juſqu'à perdre ſon mouvement au point c, & cette ſeconde vibration abſoluë ſe fait pendant un peu moins de tems que $\frac{1}{2}t$. Pareillement le corps f,

outrepaſſe un peu le point h, par un mouvement premièrement accéléré, & puis retardé, mais dans un tems un peu plus petit que $\frac{1}{2}t$; alors il rebrouſſe chemin, & par un pareil mouvement il vient juſqu'en n, où il aura perdu tout ſon mouvement, & cette ſeconde vibration abſoluë demande un peu plus que $\frac{1}{2}t$. Il y a donc deux eſpeces de vibrations abſoluës, mais inégales tant en durée qu'en excurſion; la premiere vibration abſoluë devient égale à la quatrième, & la ſeconde égale à la troiſième. Ces vibrations abſoluës ne ſe font pas ſelon les loix du mouvement d'un pendule ſimple, mais en les décompoſant en deux claſſes ſuivant la théorie expoſée, chaque claſſe obtient toutes les propriétés des mouvements ſimples iſochrones. Si je n'ai pas déterminé abſolument toutes les circonſtances à la rigueur, ce n'étoit que pour éviter d'être trop prolixe.

(2) Si en conſervant abſolument toutes les ſuppoſitions du cas précédent, on ſuppoſe la diſtance $ef = \frac{1}{5}$ L, il ſe fera en vertu du §. 5. trois vibrations ſimples iſochrones de la ſeconde eſpece dans le tems t, ou dans le tems d'une vibration de la premiere eſpece. Ici le tems t ſera égal au tems d'une oſcillation d'un pendule ſimple de la longueur de $\frac{4}{9}\frac{m}{P}$: partageons ce tems t encore en deux parties égales pour voir ce qui arrive après chaque $\frac{1}{2}t$. Je dis qu'après le premier $\frac{1}{2}t$ le corps en e ſera en c, & le corps f ſera remis dans le point f dont il étoit parti, de ſorte qu'ils parviennent au même inſtant dans la droite AB, & qu'après le tems entier t le corps e ſe trouvera du coté oppoſé à la même diſtance ce, pendant que l'autre corps ſe trouvera derechef au point f, & chaque corps ſera dans un repos momentané. Voilà encore le ſyſtème remis dans ſon premier état, mais ſimplement renverſé, au lieu qu'il etoit doublement renverſé dans le premier cas.

(3) Soit à preſent la diſtance entre les deux corps, en conſervant toutes les autres ſuppoſitions & dénominations, $= \frac{2}{5}$ L. En ce cas il ne ſera plus vrai, que le ſyſtème ſe remette dans un état ſemblable à ſon

ſon état initiel au bout du tems t, c'eſt à dire, après que la corde aura fait une vibration ſuivant la loi de la premiere figure; un tel retour de toutes les circonſtances ſemblables ne ſe fera qu'au bout de trois vibrations de la premiere claſſe, ou au bout de cinq vibrations de la ſeconde claſſe. D'où l'on voit que ces ſortes de retours ne répondent que très rarement au tems t; ce n'eſt que lorſque le tems d'une vibration conforme à la premiere figure, eſt préciſément un multiple du tems d'une vibration conforme à la ſeconde figure. Cette remarque ſubſiſte tant que le nombre des corps attaché à la corde eſt fini. Mais lorſque le nombre de corps eſt conſidéré comme infini, ſi tous ces petits corps ſont cenſés égaux, & attachés à la corde par de petites diſtances égales, comme l'idée d'une corde uniformement epaiſſe & peſante le demande, il arrive que le tems d'une vibration fondamentale eſt un multiple de toutes les autres vibrations poſſibles; c'eſt pourquoi il en réſulte, que la corde au bout de chaque tems t doit reprendre la courbure qu'elle a euë au commencement, & que dans cet état chaque élément de la corde eſt comme en repos pendant un inſtant. Voilà la ſource du théoreme de M^rs. d'*Alembert* & *Euler*: mais on ne fait pas attention dans ce théoreme à ce qui ſe paſſe dans l'intervalle du tems pendant lequel les élémens de la corde peuvent faire tant de vibrations qu'on veut, ſuivant la courbure initielle de la corde.

X. Nous avons expoſé jusqu'ici aſſez au long la nature des vibrations de deux corps quelconques, attachés à une corde tenduë dans des points quelconques, & écartés de la ligne droite par de petites diſtances quelconques. Pour peu qu'on ait fait attention à notre méthode, on aura vu que notre théorie s'étend à tel nombre de corps qu'on ſe propoſe. Je me contenterai donc d'expoſer la méthode générale en abrégé, & de l'appliquer enſuite au nombre de trois corps.

Qu'on ſuppoſe le corps le plus proche de l'extrémité A, écarté de la ligne droite A B par une diſtance quelconque, & qu'on ſe propoſe de chercher algébriquement les diſtances des autres corps depuis la même droite

droite AB, avec la condition que la force accélératrice de chaque corps ſoit à la force accélératrice du premier corps, comme la diſtance du corps quel qu'il ſoit, à la diſtance arbitraire du premier corps; ce problème menera à une équation finale d'autant de dimenſions qu'il y aura de corps, & l'équation aura par conſéquent un pareil nombre de racines. On pourra donc donner au ſyſtème autant de configurations differentes qu'il y aura de corps, & par chaque configuration on obtiendra des vibrations ſimples parfaitement iſochrones & ſynchrones, Soyent dans la premiere configuration les diſtances de ces corps depuis AB, $\alpha, \alpha', \alpha'', \alpha'''$ &c. dans la ſeconde configuration ξ, ξ', ξ'', ξ''' &c. dans la troiſième $\gamma, \gamma', \gamma'', \gamma'''$ &c. & ainſi de ſuite, & qu'on ſe propoſe de déterminer les vibrations abſoluës des corps en les écartant de la ligne droite AB, par des diſtances quelconques que je dénoterai par a, b, c, d &c. je dis, qu'il n'y aura qu'à faire $\alpha + \xi + \gamma$ &c. $= a$, $\alpha' + \xi' + \gamma'$ &c. $= b$, $\alpha'' + \xi'' + \gamma''$ &c. $= c$, $\alpha''' + \xi''' + \gamma'''$ &c. $= d$, & ainſi de ſuite. Par ces équations élémentaires on pourra déterminer toutes les quantités α, ξ, γ &c. car les quantités α', α'', α''' &c. ſeront toutes exprimées par α, les quantités ξ' ξ'', ξ''' &c. par ξ, les quantités γ', γ'', γ''' &c. par γ, & ainſi des autres. Par là on connoitra en quelle proportion chaque claſſe de vibrations forme les vibrations abſolues cherchées; & comme on connoit auſſi la durée de chaque claſſe de vibrations, on aura de cette façon déterminé tout le mouvement du ſyſtème propoſé.

XI. J'éclaircirai encore cette théorie générale par un exemple de trois corps, que je ſimplifierai pour abréger le calcul, & pour rendre les réſultats plus clairs.

Je ſuppoſerai donc trois corps égaux (fig. 5. 6. & 7.) attachés à la corde aux points c, d & e, & toutes les diſtances, Ac, cd, de & eB, égales, chacune $= l$, & chaque maſſe de corps $= m$, & la corde ſoit encore tenduë par un poids P. Sur ces ſuppoſitions les trois configurations, dont chacune à part donne une claſſe de vibrations iſochrones & ſynchrones ſimples, ſont repréſentées par la 5. 6. & 7. figure.

Dans

Dans la premiere configuration (fig. 5.) ſi on fait la premiere petite diſtance arbitraire $cm = \alpha$, on aura $dn = \alpha\sqrt{2}$ & $ep = \alpha$, & la longueur du pendule ſimple iſochrone $= \frac{l}{2-\sqrt{2}} \times \frac{m}{P}$.

Dans la ſeconde configuration (fig. 6.) ſi l'on fait la premiere petite diſtance arbitraire $= \mathcal{E}$, on aura $dn = 0$ & $ep = -\mathcal{E}$, & la longueur du pendule ſimple iſochrone $= \frac{1}{2} l \times \frac{m}{P}$.

Dans la troiſième figure, faiſant $cm = \gamma$, on aura $dn = -\gamma\sqrt{2}$, $cp = \gamma$, & la longueur du pendule ſimple iſochrone $= \frac{l}{2+\sqrt{2}} \times \frac{m}{P}$.

Si l'on écarte les corps, ſuivant les proportions indiquées de l'une de ces trois configurations, & qu'on les laiſſe partir au même inſtant, ils formeront des vibrations ſimples, & les trois corps ſeront remis dans une poſition ſemblable au bout de chaque vibration. Hors de ces trois cas les vibrations des corps paroitront extrêmement irrégulieres, & les corps, quand ils continueroient leurs vibrations ſans aucune diminution, ne reprendront jamais une poſition ſemblable à celle qu'ils ont euë au commencement. Mais on n'avoit pas encore obſervé que, malgré cette confuſion apparente, il y a conſtamment un ordre admirable, qui régne dans toutes ces vibrations, & que connoiſſant cet ordre on eſt mis en état de déterminer la poſition des corps pour chaque inſtant.

Je ſuppoſerai donc à préſent les diſtances initielles des corps depuis l'axe AB quelconques; celle du corps $c = a$, celle du corps $d = b$, & celle du corps $e = c$; qu'on faſſe les trois diſtances $me = a$, les trois diſtances $nd = b$, & les trois diſtances $pe = c$; c'eſt à dire $\alpha + \mathcal{E} + \gamma = a$, $\alpha\sqrt{2} - \gamma\sqrt{2} = b$ & $\alpha - \mathcal{E} + \gamma = c$; ces trois équations donneront $\alpha = \frac{a+c+b\sqrt{2}}{4}$, $\mathcal{E} = \frac{a-c}{2}$

& $\gamma = \frac{a+c-b\sqrt{2}}{4}$. Là deſſus je dis, que le corps en m fera un mouvement compoſé de trois eſpeces de vibrations régulieres; l'excurſion entiere de chaque vibration de la premiere eſpece ſera $= \frac{a+c+b\sqrt{2}}{2}$, & ſa durée ſera égale à celle d'une oſcillation d'un pendule ſimple de la longueur $\frac{l}{2-\sqrt{2}} \times \frac{m}{P}$; l'excurſion entiere de chaque vibration de la ſeconde eſpece ſera $= a - c$, & elle ſera iſochrone avec celle d'un pendule de la longueur $\frac{1}{2} l \times \frac{m}{P}$; & l'excurſion entiere de chaque vibration de la troiſième eſpece ſera $= \frac{a+c-b\sqrt{2}}{2}$ & ſa durée répondra à une oſcillation d'un pendule ſimple de la longueur $\frac{l}{2+\sqrt{2}} \times \frac{m}{P}$. Quant au corps du milieu, ſon mouvement dans cet exemple ne ſera compoſé que de deux eſpeces de vibrations, dont les excurſions totales ſeront $2\alpha\sqrt{2}$, & $2\gamma\sqrt{2}$, ou bien $\frac{a\sqrt{2}+c\sqrt{2}+2b}{2}$ & $\frac{-a\sqrt{2}-c\sqrt{2}+2b}{2}$, & les pendules ſimples iſochrones correſpondants ſeront $\frac{l}{2-\sqrt{2}} \times \frac{m}{P}$ & $\frac{l}{2+\sqrt{2}} \times \frac{m}{P}$. Enfin le troiſième corps fera un mouvement compoſé de trois eſpeces de vibrations régulieres, dont les excurſions totales ſeront 2α, -2ζ ou bien $\frac{a+c+b\sqrt{2}}{2}$, $-a+c$ & $\frac{a+c-b\sqrt{2}}{2}$, & les longueurs des pendules ſimples iſochrones correſpondantes ſeront encore $\frac{l}{2-\sqrt{2}} \times \frac{m}{P}$, $\frac{1}{2} l \times \frac{m}{P}$ & $\frac{l}{2+\sqrt{2}} \times \frac{m}{P}$. De là il eſt encore clair, qu'on peut facilement déterminer la poſition de chaque corps pour

pour chaque inſtant donné, puiſqu'on ſait l'arc décrit par un pendule ſimple donné pendant un tems donné.

Si l'on faiſoit en même tems γ, ou $\frac{a+c-bV2}{4} = 0$, ou $b = \frac{a+c}{V2}$, la troiſième eſpece de vibrations s'evanouïra; le mouvement des deux corps extrêmes ne renfermera plus que deux eſpeces de vibrations; & le corps du milieu ne fera que des vibrations ſimples tout à fait régulieres, & ſemblables aux vibrations d'un pendule ſimple.

XII. Voilà notre nouvelle théorie ſur le mêlange des vibrations ſimples régulieres, qui compoſent toujours les vibrations qu'on a enviſagées jusqu'ici comme irrégulieres, ou plutôt qu'on a aſſez ignorées. Si nous nous propoſions de faire, par exemple, que les nombres des vibrations ſimples régulieres pour la premiere, la ſeconde, & la troiſième configuration, fuſſent préciſement comme 1, 2, & 3, nous pourrions toujours indiquer une rélation générale entre les maſſes des corps & entre les diſtances de ces corps pour obtenir cet effet; il faudroit ſimplement chercher les pendules ſimples iſochrones pour chaque configuration à part, & puis faire que ces pendules fuſſent en raiſon de 1, $\frac{1}{4}$ & $\frac{1}{9}$; mais on auroit tort d'enviſager alors les corps comme n'ayant fait qu'une ſeule vibration dans le tems qui répondroit à une vibration ſuivant la premiere configuration. C'eſt cependant là le ſens, dans lequel M^rs. d'*Alembert* & *Euler* ont établi leur théorie ſur les nouvelles vibrations des cordes. Ces illuſtres Géometres n'ont conſidéré que de certains inſtants, ſans examiner aſſez ce qui arrive pendant leurs intervalles.

XIII. Ce que je viens de dire ſur la nature des vibrations des corps attachés à une corde tenduë, je ne crains pas de l'étendre juſqu'à tous les petits mouvements réciproques, qui peuvent ſe faire dans la Nature, pourvu que ces petits mouvements reciproques ſoyent entretenus par une cauſe permanente. Car tout corps qu'on écarte un peu de ſon point de repos, tendra vers ce point avec une force proportionnelle

nelle à la petite diſtance depuis le point de repos: & alors ſi on ſuppoſe un ſyſtème de corps quelconque, chaque corps pourra former autant de vibrations ſimples régulieres, qu'il y a de corps dans le ſyſtème, & puis toutes ces vibrations ſimples pourront coëxiſter en même tems dans le ſyſtème propoſé. Si donc le ſyſtème n'eſt compoſé que de deux corps, il ne pourra renfermer que deux claſſes de vibrations ſimples & régulieres. S'il y a trois corps dans le ſyſtème, quels qu'en ſoyent les mouvements réciproques, ces mouvements pourront toujours être décompoſés en trois eſpeces de vibrations ſimples & régulieres, & il peut arriver que l'une de ces eſpeces, ou même deux eſpeces s'évanouïſſent; & en ce dernier cas ces mouvements ſeront déjà réguliers par eux-mêmes, & ainſi de tant de corps qu'on voudra conſidérer dans le ſyſtème. Toutes ces vibrations ſimples & particulieres ne s'entre-empêcheront point, & ſubſiſteront tant que la cauſe primitive & permanente de ces vibrations ſubſiſte; tout comme la lumiere ſubſiſte tant que la chandelle brûle, ou que le ſon d'un tuyau d'orgue continue tant que l'air y ſouffle. Cette conſidération nous ſera d'un grand ſecours pour concevoir, comment il ſe peut faire qu'une infinité de rayons paſſent à travers une petite ouverture, & ſe croiſent dans une chambre obſcure ſans ſe troubler les uns les autres: car une maſſe de matiere lumineuſe eſt un ſyſtème compoſé d'une infinité de parties, ou globules, & chaque globule peut ſubir en même tems une infinité de vibrations toutes ſimples & iſochrones régulieres, ſans que ces vibrations ſe confondent jamais, ni ſe troublent. De cette maniere on peut concevoir qu'un ſeul & même rayon ſimple de lumiere peut renfermer primitivement toutes les couleurs poſſibles; car ſans doute les differentes couleurs ne ſont qu'autant de differentes perceptions dans l'organe de la vuë, cauſées par les differentes vibrations ſimples des globules celeſtes; or toutes ces vibrations ſimples peuvent coëxiſter dans un même rayon. Il eſt certain que dans une même maſſe d'air il peut ſe former un grand nombre d'ondulations en même tems, très differentes entre elles, dont chacune à part cauſe dans l'organe de l'ouïe un ſon diffe-

different. Cette idée me paroit très propre pour expliquer les differentes réfrangibilités, les differentes vivacités, & tous les autres phénomenes indiqués par M. *Newton* ſur les couleurs primitives. Mais c'eſt ici une matiere, qui eſt trop riche pour n'être traitée qu'à l'occaſion d'une autre théorie.

XIV. Je finirai ce Mémoire par une autre eſpece de vibrations, pour faire voir que nos idées ſur le mêlange des vibrations ſimples dans les ſyſtèmes de corps, & ſur la maniere de déterminer ces vibrations ſimples dans chaque ſyſtème, ſont générales. Je choiſirai une eſpece de mouvements réciproques qu'on peut diſtinguer par la vuë, à cauſe de la lenteur qu'on peut leur donner, par où on ſera mis en état de confirmer notre théorie par des expériences. Je conſidérerai donc un fil ſans peſanteur, chargé à différentes diſtances par différents poids; un tel fil étant ſuſpendu verticalement par un point fixe, & recevant quelque impreſſion, formera des mouvements réciproques. J'ai examiné cette matiere dans les Mémoires de l'Académie Imperiale de St. Petersbourg, aux Tomes VI. & VII. & j'ai pouſſé ces recherches juſqu'aux mouvements réciproques d'une chaine également épaiſſe ſuſpenduë verticalement par un point fixe, ce qui faiſoit alors une queſtion longtems agitée entre M. *Euler* & moi. Mais je ne conſidérois alors, ſuivant la maxime ordinaire des Géometres, que les vibrations ſimples, régulieres, & permanentes: je démontrai donc que les vibrations pouvoient devenir telles d'autant de manieres, qu'il y avoit de corps attachés au fil, & par conſéquent d'une infinité de manieres dans une chaine. Je traitois alors tous les autres mouvemens réciproques d'irréguliers, ſur leſquels on ne pourroit rien déterminer. Mais je dis à préſent que tous ces mouvements réciproques, quels qu'ils ſoyent, ne ſont jamais qu'un mêlange de vibrations ſimples, régulieres, & permanentes, qu'on peut toutes déterminer à part, & que par là on déterminera entierement ces mouvements réciproques, quelqu'irréguliers qu'ils ayent paru juſqu'ici. C'eſt ce que j'éclaircirai par un ſeul exemple.

XV. Soit le fil AC, (fig. 8. & 9.) ſuſpendu par le point fixe A, & chargé dans des points quelconques de deux poids en B & C. Soit AB = l; BC = L, la maſſe en B = m, & la maſſe en C = M. Que l'on écarte le point B jusqu'en H, & le point C jusqu'en F: & qu'ils partent au même inſtant de cette poſition. Les corps balanceront tout auſſi-tôt, & la nature de ces balancements dépendra de la proportion, qu'on aura donnée aux petites diſtances initielles CF & BH. Mais on peut donner une telle proportion à ces petites diſtances, que les balancements des deux corps deviennent ſynchrones, & qu'ils ſuivent chacun la loi des mouvements ſimples iſochrones : cela arrive en faiſant

$$BH : CF = 2M\mathit{l} : m\mathrm{L} - m\mathit{l} + \mathrm{ML} + M\mathit{l} \pm \sqrt{[4m\mathrm{MLL} + (m\mathit{l} + \mathrm{ML} + M\mathit{l} - m\mathrm{L})^2]}$$

comme je l'ai démontré au Tom. VII. Comm. Acad. Petrop. p. 164. Je ſubſtituerai à la place de cette analogie une autre un peu plus commode, mais entièrement la même, ſavoir

$$BH : CF = 2M\mathit{l} : m\mathrm{L} - m\mathit{l} + \mathrm{ML} + M\mathit{l} \pm \sqrt{[4m\mathrm{M}\mathit{ll} + (m\mathrm{L} - m\mathit{l} + \mathrm{ML} + M\mathit{l})^2]}.$$

Il y a donc ici encore deux configurations, repréſentées par la huitième & neuvième figure ; la premiere répond au ſigne affirmatif, & la ſeconde au ſigne négatif. J'ai démontré auſſi p. 166. que le pendule ſimple iſochrone pour la premiere configuration eſt =

$$\frac{2\ m\ \mathrm{L}\ \mathit{l}}{m\mathrm{L} + m\mathit{l} + M\mathit{l} + \mathrm{ML} - \sqrt{[4m\mathrm{M}\mathit{ll} + (m\mathrm{L} - m\mathit{l} + \mathrm{ML} + M\mathit{l})^2]}},$$

& que pour la ſeconde configuration ce pendule devient =

$$\frac{2\ m\ \mathrm{L}\ \mathit{l}}{m\mathrm{L} + m\mathit{l} + M\mathit{l} + \mathrm{ML} + \sqrt{[4m\mathrm{M}\mathit{ll} + (m\mathrm{L} - m\mathit{l} + \mathrm{ML} + M\mathit{l})^2]}}.$$

Si l'on fait à préſent dans la huitième figure la petite arbitraire BH = α, & dans la neuvième figure BH = ϵ, on aura dans la huitième figure

$$CF = \frac{m\mathrm{L} - m\mathit{l} + \mathrm{ML} + M\mathit{l} + \sqrt{[4m\mathrm{M}\mathit{ll} + (m\mathrm{L} - m\mathit{l} + \mathrm{ML} + M\mathit{l})^2]}}{2\ \mathrm{M}\ \mathit{l}}\ \alpha,$$

&

& puis pour la neuvième figure on aura

$$CF = \frac{mL - ml + ML + Ml - V[4mMll + (mL - ml + ML + Ml)^2]}{2\,M\,l}\,\zeta.$$

Voilà les préparations pour déterminer les vibrations, ou balancements des deux corps, en les ſuppoſant partir au même inſtant des points H & F quelconques.

XVI. Soit donc (fig. 10.) généralement $BH = a$ & $CF = b$; qu'on faſſe BH (fig. 8.) + BH (fig. 9.) = BH (fig. 10.) ou bien $\alpha + \zeta = a$, & pareillement CF (fig. 8.) + CF (fig. 9.) = CF (fig. 10.) ou bien

$$\frac{mL - ml + ML + Ml}{2\,M\,l} \times (\alpha + \zeta) + \frac{V[4mMll + (mL - ml + ML + Ml)^2]}{2\,M\,l} \times (\alpha - \zeta) = b.$$

Ces deux équations donneront

$$\alpha = \tfrac{1}{2}a - \frac{mLa - mla + MLa + Mla - 2Mlb}{2V[4mMll + (mL - ml + ML + Ml)^2]} \quad \&$$

$$\zeta = \tfrac{1}{2}a + \frac{mLa - mla + MLa + Mla - 2Mlb}{2V[4mMll + (mL - ml + ML + Ml)^2]}.$$

Ces deux valeurs marquent les demi-excurſions des deux eſpeces de vibrations régulieres dont le mouvement abſolu ſera compoſé; la premiere eſpece ſe fera conformément à la huitième figure, & la ſeconde eſpece conformément à la neuvième figure. Comme d'ailleurs les tems correſpondants à chaque eſpece de vibrations ont déjà été determinés dans le précedent article, on voit que nous avons entiérement determiné tout le mouvement, qu'auront les deux corps pour tous les cas poſſibles. Enfin on pourra donner aux pendules ſimples iſochrones, avec les deux eſpeces de vibrations, telle proportion qu'on voudra, & obtenir par là une rélation entre les corps m & M, & entre les longueurs l & L telle, qu'il ſe faſſe préciſément 2, 3, 4 ou tant de vibra-

brations de la ſeconde eſpece, pendant qu'il s'en fait une de la premiere eſpece. Voici à preſent quelques exemples.

EXEMPLE I.

Soit $m = M$, $l = L$, & qu'on ſuppoſe comme dans la dixième figure $CF = BH$, ou $b = a$; on trouvera $\alpha = \frac{1}{2} a$ & $\mathfrak{G} = \frac{1}{2} a$: il faut donc prendre $Bh = \frac{1}{2} a$ & $Cf = \frac{1}{2} a (1 + \sqrt{2})$: qu'on tire après cela les droites Ah & hf. Voici là-deſſus le mouvement des corps en H & F : Je dis qu'il faut concevoir dans les points h & f des balancements réguliers ſimples, comme dans la huitième figure, & ſuppoſer dans les corps H & F rélativement aux points h & f les mêmes balancements ſimples, que ces corps auroient ſuivant la neuvième figure par rapport aux points fixes B & C. Les balancements des points h & f par rapport aux points B & C, ſeront iſochrones avec un pendule ſimple de la longueur $\frac{l}{2 - \sqrt{2}}$ ou à peu près $1,706\, l$, & les balancements des corps H & F, par rapport aux points mobiles h & f, ſeront iſochrones avec un pendule ſimple de la longueur $\frac{l}{2 + \sqrt{2}}$ ou à peu près $0,293\, l$.

EXEMPLE II.

Soit $L = \frac{8}{17} l$, $M = \frac{9}{25} m$; & qu'on ſuppoſe encore $CF = BH$; ou $b = a$, afin que prenant le corps B entre deux doigts & l'écartant juſqu'en H, l'autre ſe mette de lui-même en F, & qu'on ſoit bien ſûr qu'en lâchant le corps ſupérieur les deux corps partent au même inſtant. Cet exemple donne $Bh = \alpha = \frac{4}{5} a$, $hH = \mathfrak{G} = \frac{1}{5} a$, $Cf = \frac{5}{3} \alpha = \frac{4}{3} a$, $Ff = \frac{1}{3} a$. De là nous connoiſſons pour chaque corps les excurſions totales qui appartiennent à chaque eſpece de vibrations ſimples. Le pendule iſochrone pour la premiere eſpece de vibrations eſt $= \frac{5}{4} L$, ou $= \frac{10}{17} l$, & pour la ſeconde eſpece $= \frac{5}{8} L = \frac{5}{17} l$.

Le

Le premier étant quatre fois plus long que le ſecond, il s'enſuit qu'il ſe fera préciſement deux balancements de la ſeconde eſpece, pendant qu'il s'en fait un de la premiere eſpece, qui durera une ſeconde, ſi on fait $l = 374$ lignes; alors, après la premiere ſeconde de tems, les corps H & F ſeront dans un moment de repos, le premier à la diſtance $\frac{1}{3}a$ du côté oppoſé, & le ſecond à la diſtance de $\frac{2}{3}a$, pareillement du côté oppoſé à la poſition initielle. Cette poſition n'a donc ici aucune reſſemblance avec la poſition initielle; mais au bout de deux ſecondes tout le ſyſtème ſera remis entièrement dans ſes circonſtances initielles. Un tel mouvement pouvant être facilement remarqué aux yeux, cet exemple pourra ſervir d'expérience phyſique pour confirmer notre théorie.

EXEMPLE III.

Si l'on fait $M = \frac{15.15}{17.17} m = \frac{225}{289} m$ & $L = \frac{32}{257} l$, il ſe fera quatre vibrations de la ſeconde eſpece pendant qu'il s'en fait une de la premiere eſpece; & ſi on fait $M = \frac{16}{25} m$ & $L = \frac{9}{41} l$, chaque vibration de la premiere eſpece, durera autant que trois vibrations de la ſeconde eſpece; en ce cas les deux corps paſſeront au même inſtant par la verticale AC, & prendront dans un même inſtant, du côté oppoſé à la premiere poſition, une poſition tout à fait ſemblable, quelle qu'on faſſe cette premiere poſition. Mais on auroit encore grand tort d'enviſager tout le mouvement, qui ſe fait pendant cet intervalle comme un ſeul balancement; car je dis que chaque corps fera abſolument trois vibrations. Pour s'en aſſurer davantage par la ſimple inſpection, on n'a qu'à donner une poſition initielle aux deux corps, qui tienne beaucoup plus de celle de la figure neuvième que de celle de la figure huitième; alors on verra chaque corps paſſer trois fois l'axe AC, avant que de ſe remettre du côté oppoſé dans une poſition ſemblable à la

poſition initielle; le premier & le troiſième paſſage par l'axe A C ne ſe feront pas au même inſtant; c'eſt au ſecond paſſage que les deux corps auront cette propriété dans le préſent exemple.

XVII. Ceux qui auront lu ces réfléxions avec quelque attention, verront facilement de quelle maniere il faut s'y prendre pour déterminer les balancements de trois ou pluſieurs corps, ſuſpendus par le même fil. On voit encore ce qu'il faut penſer ſur les mouvements réciproques d'une chaine ſuſpenduë par un de ſes bouts; une telle chaine, à moins que de partir d'une poſition, qui rende ſes vibrations tout à fait ſimples d'une ſeule & même eſpece, ne peut jamais reprendre la poſition qu'elle a euë au commencement, & en cela ſes mouvements ſont bien differents de ceux, que M^rs. *Euler* & d'*Alembert* ont démontré exiſter dans une corde uniforme tenduë. La raiſon de cela eſt, que pour les chaines ſuſpenduës les longueurs de pendules ſimples, iſochrones avec les vibrations ſimples de differentes eſpeces, ne ſont jamais comme un nombre à un nombre. J'ai démontré dans les Commentaires de l'Académie Imp. de St. Petersbourg, Tom. VI. & VII. les differentes configurations, qu'il faut d'abord ſuppoſer aux chaines ſuſpenduës pour rendre leurs vibrations ſimples & iſochrones, & j'ai toujours déterminé en même tems les pendules ſimples iſochrones correſpondants. On pourra combiner ces configurations de telle façon qu'on veut, & il réſultera conſtamment un mêlange des vibrations primitives dont on s'eſt ſervi.

XVIII. Quoique j'aye ſuppoſé dans toutes ces recherches, que les corps qui compoſent un ſyſtème, partent au même inſtant chacun depuis le repos, notre théorie ne ſe borne pas là; j'aurois pu ſuppoſer que chaque corps eut dans une poſition donnée quelconque une viteſſe donnée quelconque, ſi ces recherches ne m'avoient paru trop abſtraites. Mais il ſera cependant utile de remarquer, que les vibrations réſultantes n'en ſeront pas moins un mêlange des vibrations telles, que

je

je les ai déterminées, & qu'il n'y aura que la proportion des excurſions par rapport à chaque eſpece à determiner d'une façon un peu differente de celle que nous avons employée. Je me contenterai donc d'avoir bien établi cette nouvelle Verité de la Phyſique méchanique; que dans tout ſyſtème les mouvements réciproques des corps ſont toujours un mêlange de vibrations ſimples, régulieres, & permanentes, de differentes eſpeces; que le nombre des ces eſpeces poſſibles eſt toujours égal au nombre des corps qui compoſent le ſyſtème; & d'avoir enſeigné la maniere de déterminer entierement toutes les vibrations ſimples, qui concourent à former les mouvements réciproques abſolus.

REMARQUES
SUR LES MÉMOIRES PRÉCEDENS DE *M. BERNOULLI*,
PAR M. EULER.

I.

Il n'y a aucun doute, que M. *Bernoulli* n'ait infiniment mieux développé la partie phyſique, qui renferme la formation du ſon dans le mouvement des cordes, qu'aucun autre n'a fait avant lui. On s'étoit presque uniquement arrêté à la détermination méchanique du mouvement, dont une corde tenduë peut être ébranlée, ſans rechercher aſſez ſoigneuſement la nature des ſons, qui en ſont produits. Malgré l'infinité de manieres differentes dont on a trouvé qu'une corde peut être miſe en vibrations, on ne voyoit pas comme il ſeroit poſſible, qu'une même corde puiſſe rendre à la fois pluſieurs ſons differens; & c'eſt à M. *Bernoulli*, que nous ſommes redevables de cette heureuſe explication, qui eſt ſans doute de la derniere importance dans la Phyſique. Il eſt auſſi évident, que cette belle idée s'étend à toutes les autres eſpeces des corps ſonores, & que le même corps peut rendre à la fois tous les ſons differens, dont il eſt ſuſceptible ſéparément; & c'eſt le ſujet que M. *Bernoulli* a traité avec le même ſuccès dans ſon ſecond Mémoire.

II. M. *Bernoulli* tire toutes ces excellentes réfléxions uniquement des recherches, que feu M. *Taylor* a faites ſur le mouvement des cordes, & ſoutient contre M. d'*Alembert* & moi, que la ſolution de *Taylor* eſt ſuffiſante à expliquer tous les mouvemens, dont une corde eſt ſuſceptible; de ſorte que les courbes, qu'une corde prend pendant ſon mouve-

mouvement, ſoit toujours, ou une trochoïde allongée ſimple, ou un mêlange de deux ou pluſieurs courbes de la même eſpece. Or quoiqu'un tel mêlange ne pût plus être regardé comme une trochoïde, & que la ſeule poſſibilité de la combinaiſon de pluſieurs courbes de M. *Taylor* rende déjà ſa ſolution inſuffiſante ; il me ſemble qu'elle eſt encore inſuffiſante à d'autres égards, & que le mouvement d'une corde pourroit être tel, qu'il ſeroit impoſſible de le rapporter à l'eſpece des trochoïdes Tayloriennes.

III. Si toutes les courbes, auxquelles la corde s'applique pendant ſon mouvement, étoient compriſes dans cette équation,

$$y = \alpha \sin\frac{\pi x}{a} + \beta \sin\frac{2\pi x}{a} + \gamma \sin\frac{3\pi x}{a} + \delta \sin\frac{4\pi x}{a} + \&c.$$

le ſentiment de M. *Bernoulli* ſeroit juſte ; vu que prenant chaque terme ſéparément, une telle équation $y = \mu \sin\frac{m\pi x}{a}$ donne toujours une des trochoïdes aſſignées par *Taylor* ; & notre équation ſeroit formée de pluſieurs trochoïdes. Mais, dés que le nombre des termes dans cette équation devient infini, il me paroit encore douteux, ſi l'on peut dire, que la courbe ſoit compoſée d'une infinité de trochoïdes : le nombre infini ſemble détruire la nature d'une telle compoſition. Cependant j'avouë, que M. *Bernoulli* auroit pu parvenir à la découverte de toutes ces courbes par le ſeul raiſonnement fondé ſur la compoſition des trochoïdes Tayloriennes, & que l'équation rapportée, quand même elle ſeroit continuée à l'infini, en eſt une ſuite fort naturelle.

IV. Mais il y a des cas, où cette équation s'étendant à l'infini eſt réductible à une équation finie, & alors ſurtout ce ſeroit parler fort improprement, ſi l'on diſoit, que la courbe étoit compoſée d'une infinité de trochoïdes ; l'équation même en fourniſſant une idée & conſtruction beaucoup plus ſimple. Ainſi, lorſque les coëfficiens α, β, γ,

γ, δ &c. forment une progreſſion géometrique, l'équation infinie ſe réduit à cette équation finie :

$$y = \frac{c \sin \frac{\pi x}{a}}{1 - n \cos \frac{\pi x}{a}}$$

qui renferme ſans contredit des courbes, qui peuvent convenir au mouvement d'une corde, même de l'aveu de M. *Bernoulli*, pourvu que n marque un nombre plus petit que l'unité. Cette corde devroit donc bien rendre à la fois une infinité de ſons, dont les plus hauts deviendroient de plus en plus foibles ; mais l'équation nous offre une idée beaucoup plus ſimple de cette courbe, que ſi nous voulions dire, qu'elle étoit compoſée d'une infinité de trochoïdes Tayloriennes.

V. Mais il y a plus : je n'avois donné cette équation,

$$y = \alpha \sin \frac{\pi x}{a} + \beta \sin \frac{2\pi x}{a} + \gamma \sin \frac{3\pi x}{a} + \delta \sin \frac{4\pi x}{a} + \&c.$$

que comme une ſolution particuliere de la formule, qui contient en général toutes les courbes, qui peuvent convenir à une corde miſe en mouvement : & il y a une infinité d'autres courbes, qui ne ſauroient être compriſes dans cette équation. Si M. *Bernoulli* tomboit d'accord là deſſus, il n'auroit pas avancé, que toutes les courbes d'une corde frappée réſultoient uniquement de la combinaiſon de deux ou pluſieurs courbes Tayloriennes ; & il auroit reconnu, que le raiſonnement fondé ſur cette combinaiſon n'eſt pas ſuffiſant à fournir une ſolution complette de la queſtion, dont il s'agit. Il n'auroit pas non plus regardé la méthode, dont M. d'*Alembert* & moi nous ſommes ſervis, comme trop embarraſſée pour arriver à une ſolution générale, qui ſe pourroit tirer d'une ſimple conſidération phyſique. La queſtion principale, que j'ai à développer, eſt donc : ſi toutes les courbes d'une corde miſe en mouvement ſont compriſes dans l'équation rapportée, ou non ?

VI.

VI. M *Bernoulli* ne conteſte pas directement la négative, que j'avois avancée: il ſe contente de dire, qu'il n'eſt pas encore aſſés éclairci là deſſus; cependant c'eſt uniquement ſur ce point qu'eſt fondée la préférence, qu'il tache de donner à ſa méthode ſur celle, dont M. d'*Alembert*, & moi, nous ſommes ſervis. Car ſi la conſidération de M. *Bernoulli* fourniſſoit toutes les courbes, qui peuvent avoir lieu dans le mouvement des cordes, il eſt certain qu'elle ſeroit infiniment préférable à notre méthode, qu'on ne pourroit plus regarder que comme un détour extrêmement épineux pour parvenir à une ſolution ſi aiſée à trouver. Mais au contraire, ſi la conſidération de M. *Bernoulli* ne découvre pas toutes les courbes, qui peuvent convenir à une corde miſe en mouvement, & qu'il y ait des cas, où la figure de la corde eſt abſolument irréductible aux trochoïdes de M. *Taylor*; il eſt auſſi inconteſtable, que la méthode de M. *Bernoulli*, quelque belle qu'elle ſoit en elle-même, ne ſoit de beaucoup inferieure à la méthode directe, qui fournit toutes les ſolutions poſſibles.

VII. Or il me ſemble que cette circonſtance ne ſauroit être révoquée en doute, dès qu'on conſidère, qu'on peut donner d'abord à la corde une figure quelconque. Car concevons, qu'on ait donné à la corde avant que de la relâcher, une figure, qui n'eſt pas compriſe dans l'équation $y = \alpha \text{ ſin } \frac{\pi x}{a} + \beta \text{ ſin } \frac{2\pi x}{a} + \text{ &c.}$ & il n'y a aucun doute que la corde, après avoir été relâchée ſubitement, ne ſoit déterminée à un certain mouvement. Il eſt auſſi certain que la figure qu'elle aura après le premier inſtant ſera encore bien différente de cette équation; & quand même on voudroit ſoutenir, qu'après pluſieurs inſtans elle s'aſſujettiſſe enfin à une figure compriſe dans la dite équation, on ne ſauroit disconvenir, qu'avant que cela arrive, le mouvement de la corde ne ſoit bien different de celui, que la conſidération de M. *Bernoulli* renferme. Ce premier mouvement n'étant donc pas certainement conforme aux loix tirées de la théorie de *Taylor*, me ſemble

ble tout à fait ſuffiſant à faire voir, que cette théorie n'eſt pas capable de nous éclairer ſur tous les mouvemens, dont une corde eſt ſuſceptible.

VIII. On ſera donc obligé d'avouër, que le mouvement de la corde, du moins pendant quelque tems depuis le commencement, dépend de la figure, qu'on aura donnée d'abord à la corde; laquelle étant abſolument arbitraire, il eſt impoſſible de ſoutenir, que ce mouvement ſoit toujours d'accord avec leſdites loix. Il ſemble encore fort incertain, ſi un tel mouvement ſe réduiſe enfin parfaitement à la trochoïde de *Taylor*; & quand même cela arriveroit, comme M. *Bernoulli* a remarqué très ingénieuſement qu'il arrive dans le mêlange de deux ou pluſieurs trochoïdes, la cauſe ne ſauroit être attribuée, qu'au rallentiſſement du mouvement, cauſé par des circonſtances externes, auxquelles on ne fait point réfléxion dans le calcul. Ainſi cela ne doit pas même entrer dans la ſolution, où l'on fait abſtraction de toutes cauſes, qui peuvent rallentir & altérer le mouvement. De là il s'enſuit, qu'une ſolution ne ſauroit être jugée complette, à moins qu'elle n'embraſſe tous les cas du mouvement, pour toutes les figures poſſibles, qu'on pourroit donner à la corde au commencement.

IX. Mais peut-être repliquera-t-on, que l'équation $y = \alpha \sin \frac{\pi x}{a} + \&c.$ à cauſe de l'infinité de coëfficiens indéterminés, eſt ſi générale, qu'elle renferme toutes les courbes poſſibles: & il faut avouër, que ſi cela étoit vray, la méthode de M. *Bernoulli* fourniroit une ſolution complette. Mais, outre que ce grand Géometre n'a pas fait cette objection, toutes les courbes compriſes dans cette équation, quoiqu'on augmente le nombre des termes à l'infini, ont de certains caractères, qui les diſtinguent de toutes autres courbes. Car ſi l'on prend l'abſciſſe x négative, l'appliquée devient auſſi négative, & égale à celle qui repond à l'abſciſſe poſitive x; de même l'appliquée qui répond à l'abſciſſe $a + x$, eſt négative, & égale à celle qui convient

vient à l'abſciſſe x. Donc ſi la courbe, qu'on aura donnée à la corde au commencement, n'a point ces propriétés, il eſt certain qu'elle n'eſt pas renfermée dans ladite équation. Or aucune courbe algébrique ne ſauroit avoir ces propriétés, qu'il faut donc toutes exclure de cette équation; & il n'y a aucun doute, qu'il n'en faille auſſi exclure une infinité de courbes tranſcendentes.

X. Mais, puiſque la premiere courbe qu'on donne à la corde, eſt abſolument arbitraire, il peut arriver, & il arrivera même le plus ſouvent, que cette premiere courbure n'eſt expreſſible par aucune équation, ſoit algébrique, ſoit tranſcendente, & qu'elle n'eſt renfermée dans aucune loi de continuité. Une telle courbe ne ſera donc pas à plus forte raiſon compriſe dans l'équation alleguée. Suppoſons donc que la corde ait eu au commencement une telle figure quelconque, ſuppoſition d'autant moins impoſſible, que c'eſt plutôt la ſeule, qui puiſſe avoir lieu dans la pratique; & je demande quel ſera ſon mouvement, après qu'elle aura été relâchée? Il eſt bien certain que ce mouvement étant réel doit être déterminable, & il eſt auſſi certain, qu'il ne ſauroit être renfermé du moins pour les premiers inſtans, dans celui que M. *Bernoulli* a tiré des trochoïdes Tayloriennes: & partant cette ſolution, toute belle qu'elle eſt d'ailleurs, ne ſauroit avoir lieu que dans les cas, où par quelque hazard la corde a reçu au commencement une des figures compriſes dans l'équation mentionnée; tous les autres cas ſeront exclus de cette ſolution.

XI. Voilà donc l'étenduë, qu'il faut donner à mon avis au problème ſur les mouvemens des cordes: *Ayant donné au commencement à la corde une figure quelconque, ſoit algébrique, ſoit tranſcendente, ſoit même mécanique, il s'agit de déterminer le mouvement, que la corde pourſuivra après avoir été relâchée.* Sur ce pied il eſt bien clair, que la ſolution tirée de la combinaiſon des trochoïdes ne ſauroit être regardée, que comme très particuliere. Or, me demandera-t-on, une ſolution générale eſt-elle bien poſſible? Je crois que la ſolution, que j'en ai

donnée, n'eſt limitée à aucun égard, du moins je n'y puis decouvrir aucune faute, & perſonne n'en a encore montré l'inſuffiſance. Il eſt bien vrai que M. d'*Alembert*, quoiqu'il m'ait reproché que ma ſolution n'étoit pas differente de la ſienne, a avancé, mais ſans alléguer la moindre preuve, que ma ſolution ne s'étend pas à toutes les figures poſſibles, que la corde aura pu avoir au commencement; & il eſt dans le même ſentiment, que M. *Bernoulli* ſemble ſoutenir, que le mouvement d'une corde ne ſauroit être déterminé, à moins que ſa figure initiale ne ſoit compriſe dans l'équation, que j'ai déjà pluſieurs fois rapportée.

XII. Je ſouhaiterois fort, que M. d'*Alembert* m'eut indiqué en quoi je me ſuis trompé, quand je donnai ma ſolution pour générale, & applicable à toutes les courbes initiales, qu'on puiſſe donner à la corde. Mais, quoiqu'il en ſoit, cela ne fait rien à la recherche préſente, attendu qu'il eſt certain, qu'il y a une infinité de cas, où le mouvement d'une corde ne ſauroit être déterminé par le mêlange de pluſieurs trochoïdes. Pour le reſte je ne m'attends pas, que M. d'*Alembert* diſe, que dans ces cas le mouvement de la corde ne ſuive aucune loi; il ſera donc déterminable par ſa nature, & ſi ma ſolution eſt fauſſe, perſonne ne ſera plus capable de ſuppléer à ce défaut, que M. d'*Alembert* lui-même. Mais je doute fort, qu'il trouve jamais une ſolution differente de la mienne, du moins s'il veut s'arrêter aux mêmes hypotheſes, qu'il a faites dans ſa ſolution, & qui l'ont conduit à l'équation:

$$y = \alpha \sin \frac{\pi x}{a} + \beta \sin \frac{2\pi x}{a} + \gamma \sin \frac{3\pi x}{a} + \&c..$$

XIII. Cependant, pour m'aſſurer mieux de ma ſolution, je m'en vais traiter de nouveau ce même problème par une méthode un peu differente, & examiner plus ſoigneuſement tous les raiſonnemens, qui m'ont conduit à la détermination générale du mouvement des cordes, quelle qu'ait été leur figure initiale. Or d'abord il faut remarquer qu'on fonde le calcul ſur quelques hypotheſes, qui ſont fort ſouvent peu conformes à la verité. On ſuppoſe premièrement la corde parfai-

parfaitement fléxible, & deſtituée de toute roideur; on ne tient pas non plus compte du reſſort de la corde, quoique ces circonſtances puiſſent très conſidérablement altérer le mouvement; & partant on ne peut pas alléguer les effets qui en ſont cauſés, contre la bonté de la ſolution. Enſuite on ſuppoſe les vibrations de la corde infiniment petites, de ſorte que la corde ne change pas de longueur pendant ſon mouvement, & que chaque point de la corde demeure toujours dans la même ligne droite perpendiculaire à l'axe: or il eſt évident que la petite augmentation de la longueur de la corde dans ſes excurſions, peut auſſi contribuër quelque choſe à l'altération du mouvement.

XIV. Il s'agit donc ſeulement d'une ſolution, qui ſoit conforme à ces hypotheſes, & point du tout d'une telle, qui ſatisfaſſe parfaitement aux phénomenes, que l'expérience nous offre. Mrs. *Bernoulli* & d'*Alembert* ont fait ces mêmes hypotheſes; & ils n'attendront donc rien de la mienne, qui approche davantage de la vérité. On n'a fait ces hypotheſes que pour la facilité du calcul; car on pourroit bien tenir compte dans la ſolution, tant de la roideur de la corde, que de ſon allongement dans ſes excurſions, & donner aux vibrations une grandeur finie; mais on parviendroit à des formules ſi compliquées, qu'on n'en ſauroit déduire aucune concluſion ſatisfaiſante. Ce ne ſont pas les principes mécaniques, qui nous abandonnent dans ces recherches; c'eſt plutôt l'analyſe, qui n'eſt pas encore portée à ce degré de perfection, qu'il faudroit pour ces ſortes de queſtions. Les bornes de l'analyſe nous obligent à de telles hypotheſes, pour faciliter en ſorte la ſolution, qu'elle ne s'écarte pas trop ſenſiblement de la vérité.

XV. Conſidérons donc une corde fixée par ſes deux bouts aux points A & B, & poſons la diſtance, ou la longueur de la corde AB $= a$; ſoit l'épaiſſeur de la corde partout la même, & la maſſe ou le poids de toute la corde $=$ M: ſoit de plus la tenſion de la corde, ou la force dont elle eſt tenduë $=$ F, exprimée par un poids: donc ſi nous prenons Fig. 1

une partie quelconque $AP = x$, ſa maſſe ſera $= \frac{Mx}{a}$, & la maſſe de l'élément $Pp = \frac{M\,dx}{a}$. Suppoſons maintenant, que la corde ait été détournée au commencement à une figure quelconque, & qu'après un tems ecoulé $= t$, elle ſoit parvenuë à la figure AMB. Poſant donc pour cette figure l'abſciſſe $AP = x$, & l'appliquée $PM = y$, celle-cy ſera exprimée par une certaine fonction de l'abſciſſe x, & du tems t, que nous indiquerons par $y = \Phi : (x, t)$. Cette équation doit être telle, que ſi l'on poſe $t = o$, elle exprime la courbe qu'on avoit donnée à la corde au commencement; enſuite ſi l'on donne à t une valeur déterminée, qui convient au tems écoulé, cette même équation exprimera la nature de la courbe, que la corde aura à cet inſtant.

XVI. Tout revient donc à trouver de quelle nature doit être la fonction de x & t, qui exprime la valeur de l'appliquée y. Pour cet effet il faut recourir aux principes mécaniques, par leſquels le mouvement de la corde eſt déterminé: mais, avant que de procéder à cette recherche, l'état de la corde nous découvre quelques propriétés, qui doivent neceſſairement convenir à notre fonction $y = \Phi : (x, t)$. Car, puiſque la corde eſt fixée au point A, il eſt évident que poſant $x = o$, cette fonction doit evanouïr, quelque valeur qu'on donne au tems t. Enſuite, puiſque la corde eſt auſſi fixée en B, ſi l'on poſe $x = a$, la fonction doit auſſi ſe réduire à zéro, quelque valeur que puiſſe avoir le tems t. Nous connoiſſons donc déjà, indépendamment des principes mécaniques, trois propriétés de notre fonction $y = \Phi : (x, t)$, dont la premiere eſt que poſant $t = o$, elle exprime la courbe initiale de la corde, & les deux autres, que quelque valeur que le tems t puiſſe avoir, l'appliquée y evanouïſſe toujours; tant pour $x = o$, que pour $x = a$.

XVII. Puiſque la corde, après le tems t, eſt réduite à la figure AMB, voyons par quelle force chacun de ſes élémens eſt ſollicité; &

il

il eſt clair que dans cette recherche le tems t doit être regardé comme invariable. Or, en vertu de l'hypotheſe que les excurſions de la corde ſont infiniment petites, la tenſion de la corde dans l'état AMB, ſera la même dans tous les points de la corde, & partant $=$ F. Donc, par la tenſion de l'élément précedent Mμ, le point M ſera ſollicité vers la direction MP par la force $F\left(\frac{dy}{dx}\right)$, où $\left(\frac{dy}{dx}\right)$ marque la valeur de la fraction $\frac{dy}{dx}$ en poſant le tems t conſtant. Or par la tenſion de l'élément ſuivant Mm, prenant Pp $=$ Mm $=$ dx, le point M ſera ſollicité en ſens contraire par la force $F\left(\left(\frac{dy}{dx}\right) + d\left(\frac{dy}{dx}\right)\right)$: & partant combinant ces deux forces enſemble, le point M ſera ſollicité ſelon la direction MP par la force $-Fd\left(\frac{dy}{dx}\right)$. Puiſque dans ce différentiel le tems t eſt encore pris pour conſtant, cette force ſera $=$ $=-Fdx\left(\frac{ddy}{dx^2}\right)$, où la formule $\left(\frac{ddy}{dx^2}\right)$ exprime la valeur de $\frac{ddy}{dx^2}$ en ſuppoſant le tems t conſtant.

XVIII. Concevons que toute la maſſe de l'élément Mm, qui eſt $=\frac{Mdx}{a}$ ſoit réünie au point M, & elle ſera ſollicitée dans la direction MP par la force $=-Fdx\left(\frac{ddy}{dx^2}\right)$; c'eſt donc de cette force que le mouvement de l'élément Mm ſera altéré, & puiſque ce mouvement ſe fait ſuivant la même direction MP, ſi nous voulons déterminer ce mouvement, nous devons regarder l'abſciſſe AP $=$ x comme conſtante, & nous tenir uniquement à la variabilité du tems t. Or les principes méchaniques nous donnent l'accélération de ce mouvement

vement ſelon la direction $MP = -2\left(\frac{ddy}{dt^2}\right)$, laquelle doit être égale à la force accélératrice, ou à la force motrice $-Fdx\left(\frac{ddy}{dx^2}\right)$ diviſée par la maſſe $\frac{Mdx}{a}$, d'où nous tirons cette équation :

$$-2\left(\frac{ddy}{dt^2}\right) = -\frac{Fa}{M}\left(\frac{ddy}{dx^2}\right) \quad \text{ou} \quad \left(\frac{ddy}{dt^2}\right) = \frac{Fa}{2M}\left(\frac{ddy}{dx^2}\right)$$

Pour l'intelligence de cette équation il ſuffit de remarquer, que dans la formule $\left(\frac{ddy}{dt^2}\right)$ le ſeul tems t eſt regardé comme variable, & dans la formule $\left(\frac{ddy}{dx^2}\right)$ la ſeule abſciſſe x.

XIX. A cette occaſion il ſera à propos d'expliquer davantage cette maniere d'indiquer les différentiels des fonctions de pluſieurs variables, en n'en faiſant varier qu'une ſeulement; puiſque cette conſidération eſt d'une très grande utilité dans quantité de problèmes méchaniques & hydrodynamiques. Soit donc y une fonction quelconque des variables x, t, u, &c. & en les faiſant varier toutes, le différentiel de y aura une telle forme $dy = Pdx + Qdt + R\,du$, où le membre Pdx marque le différentiel de y, en faiſant varier la ſeule quantité x, & regardant les autres t, & u comme conſtantes. De même le membre Qdt marque le différentiel de y en faiſant varier la ſeule quantité t, & le membre Rdu celui en faiſant varier la ſeule quantité u. Cette conſidération nous donne donc à connoitre les quantités finies P, Q, & R: or, pour ne pas avoir beſoin de tant de lettres, je les indique de la maniere ſuivante :

$$P = \left(\frac{dy}{dx}\right); \quad Q = \left(\frac{dy}{dt}\right); \quad R = \left(\frac{dy}{du}\right).$$

XX.

XX. Connoiſſant donc la ſignification de ces expreſſions & d'autres ſemblables, on les peut étendre à des différentiels de plus hauts degrés. Ainſi, puisque $P = \left(\frac{dy}{dx}\right)$, & que P eſt encore une fonction finie des quantités x, t, u, on aura une idée juſte de l'expreſſion $\left(\frac{dP}{dx}\right)$, au lieu de laquelle je mets $\left(\frac{ddy}{dx^2}\right)$, de ſorte que poſant $\left(\frac{dy}{dx}\right) = P$, cette expreſſion $\left(\frac{ddy}{dx^2}\right)$ renferme la valeur de $\left(\frac{dP}{dx}\right)$. De même ayant $\left(\frac{dy}{dt}\right) = Q$, l'expreſſion $\left(\frac{ddy}{dt^2}\right)$ ſera la valeur de $\left(\frac{dQ}{dt}\right)$; & pareillement $\left(\frac{ddy}{du^2}\right) = \left(\frac{dR}{du}\right)$. On peut auſſi changer dans les différentiations ſucceſſives les variables, & ainſi la valeur de $\left(\frac{dP}{dt}\right)$ ſera exprimée par $\left(\frac{ddy}{dxdt}\right)$, & celle de $\left(\frac{dQ}{dx}\right) = \left(\frac{ddy}{dtdx}\right)$. En conſéquence de cela il y aura auſſi :

$$\left(\frac{ddy}{dxdu}\right) = \left(\frac{dP}{du}\right); \quad \left(\frac{ddy}{dudx}\right) = \left(\frac{dR}{dx}\right)$$

$$\left(\frac{ddy}{dtdu}\right) = \left(\frac{dQ}{du}\right); \quad \left(\frac{ddy}{dudt}\right) = \left(\frac{dR}{dt}\right).$$

XXI. Or on ſait que dans un tel différentiel complet $dy = P\,dx + Q\,dt + R\,du$, les quantités finies P, Q, R, ſont dans une telle rélation entr'elles, que ſelon la même maniere d'exprimer il y a :

$$\left(\frac{dP}{dt}\right) = \left(\frac{dQ}{dx}\right); \quad \left(\frac{dP}{du}\right) = \left(\frac{dR}{dx}\right); \quad \left(\frac{dQ}{du}\right) = \left(\frac{dR}{dt}\right)$$

De

De là nous aurons :

$$\left(\frac{ddy}{dxdt}\right) = \left(\frac{ddy}{dtdx}\right); \quad \left(\frac{ddx}{dxdu}\right) = \left(\frac{ddy}{dudx}\right); \quad \left(\frac{ddy}{dtdu}\right) = \left(\frac{ddy}{dudt}\right)$$

où il eſt fort remarquable, que ſi le dénominateur contient deux différens différentiels, il eſt indifférent en quel ordre ils ſoient ecrits. De là on comprendra aiſément la ſignification de ſemblables formules, lorsqu'elles renferment des différentiels plus hauts : ainſi pour connoitre la valeur de $\left(\frac{d^3y}{dx^3}\right)$, qu'on poſe $\left(\frac{ddy}{dx^2}\right) = V$, & on aura $\left(\frac{d^3y}{dx^3}\right) = \left(\frac{dV}{dx}\right)$. Pareillement ayant $\left(\frac{d^3y}{dx^2dt}\right)$, ſi l'on met ou $\left(\frac{ddy}{dx^2}\right) = V$ ou $\left(\frac{ddy}{dxdt}\right) = U$, la valeur de $\left(\frac{d^3y}{dx^2dt}\right)$ ſera ou $= \left(\frac{dV}{dt}\right)$ ou $= \left(\frac{dU}{dx}\right)$, & cela nous éclaircit ſuffiſamment ſur la ſignification de ſemblables formules, qui renferment encore de plus hauts différentiels.

XXII. Voilà donc à quoi le problème ſur le mouvement de la corde eſt réduit : il s'agit de trouver pour y une telle fonction des deux variables x & t, qui ſatisfaſſe à cette équation :

$\left(\frac{ddy}{dt^2}\right) = \frac{Fa}{2M}\left(\frac{ddy}{dx^2}\right)$, outre qu'elle renferme les propriétés marquées cy-deſſus. Mais, avant que de faire attention à ces propriétés, cherchons en général toutes les fonctions poſſibles de x & t, qui étant miſes pour y, rendent $\left(\frac{ddy}{dt^2}\right) = \frac{Fa}{2M}\left(\frac{ddy}{dx^2}\right)$. C'eſt le problème, dont M. d'*Alembert* a donné le premier une ſolution générale ; & il ſeroit à ſouhaiter qu'on découvrit une méthode propre à réſoudre

réſoudre d'autres formules ſemblables. Une telle méthode ſerviroit à réſoudre quantité de problèmes, qu'on a été obligé d'abandonner juſqu'ici.

XXIII. Avant que d'entreprendre la réſolution de cette équation $\left(\frac{ddy}{dt^2}\right) = \frac{Fa}{2M}\left(\frac{ddy}{dx^2}\right)$, je remarque qu'elle a une étenduë infinie. Car ſi P, Q, R, ſont de telles fonctions de x & t, qui ſatisfont à cette équation, étant poſées pour y, de ſorte qu'il y ait tant $y = P$, que $y = Q$, & $y = R$, il eſt clair que cette valeur

$$y = \alpha P + \beta Q + \gamma R,$$

ſatisfera également à ladite équation. La raiſon en eſt, puisque y n'a qu'une ſeule dimenſion dans notre équation. Cette remarque nous conduit dabord à la ſolution de M. *Bernoulli*, priſe dans un ſens plus général; car ſi les équations $y = P$, $y = Q$, & $y = R$, renferment chacune une eſpece particuliere de vibration de la corde, la même corde ſera auſſi ſusceptible d'un mouvement repréſenté par cette équation $y = \alpha P + \beta Q + \gamma R$; & cette même compoſition a auſſi lieu dans tous les autres genres de vibrations, pourvu qu'elles ſoient infiniment petites, puisque l'équation, qui exprime le mouvement, ne contient dans tous ſes termes qu'une ſeule dimenſion de l'appliquée y. C'eſt donc ici, qu'il faut chercher le vray fondement de la ſolution de M. *Bernoulli*.

XXIV. Pour la meſure du tems, que j'ai marqué ici par t, je ne m'arrête pas directement à déterminer la longueur du pendule iſochrone. Mon but principal eſt d'aſſigner pour chaque moment la figure & l'état, où la corde ſe trouve alors : c'eſt de là qu'on connoitra le vray mouvement de chaque point de la corde, & il ſera enſuite aiſé de le comparer avec le mouvement d'un pendule. Il eſt auſſi néceſſaire de traiter ſur ce pied-là le mouvement des cordes, puisqu'on n'eſt pas aſſuré, ſi tous les élémens de la corde achevent leurs vibrations en même tems. Mais, pour avoir une meſure abſoluë du tems, on n'a

qu'à introduire la hauteur g par laquelle un corps grave tombe dans une ſeconde, & à écrire $2\,t\sqrt{g}$ au lieu de t, & alors la quantité t nous donnera le tems exprimé en minutes ſecondes. Poſons donc $2\,t\sqrt{g}$ pour t, & partant $4g\,dt^2$ pour dt^2, & notre équation, qui renferme le mouvement de la corde ſera $\frac{1}{4g}\left(\frac{ddy}{dt^2}\right) = \frac{Fa}{2M}\left(\frac{ddy}{dx^2}\right)$ ou bien : $\left(\frac{ddy}{dt^2}\right) = \frac{2Fag}{M}\left(\frac{ddy}{dx^2}\right)$. Ainſi ce n'eſt pas ſur le pendule iſochrone, que je fonde la connoiſſance du mouvement des cordes comme M. *Bernoulli* me le reproche tant de fois.

XXV. Ayant réduit la conſidération du tems à une notion préciſe, poſons pour abréger $\frac{2Fag}{M} = cc$, & il s'agit de réſoudre l'équation $\left(\frac{ddy}{dt^2}\right) = cc\left(\frac{ddy}{dx^2}\right)$, ou de chercher pour y toutes les fonctions de t & x, qui ſatisfaſſent à cette équation. Puiſque le rapport des différentio-différentiels de y eſt donné par cette équation; je commencerai par chercher celui des premiers différentiels, ou plutôt des quantités $\left(\frac{dy}{dt}\right)$ & $\left(\frac{dy}{dx}\right)$. Or comme celui-là eſt conſtant, il eſt aiſé de voir que celui-cy le ſera auſſi. Suppoſons donc $\left(\frac{dy}{dt}\right) = k\left(\frac{dy}{dx}\right)$; & prenant de part & d'autre les différentiels en ſuppoſant la ſeule x variable, nous aurons $\left(\frac{ddy}{dt\,dx}\right) = k\left(\frac{ddy}{dx^2}\right)$. Enſuite prenons auſſi les différentiels en ſuppoſant la ſeule t variable, & nous aurons $\left(\frac{ddy}{dt^2}\right) = k\left(\frac{ddy}{dx\,dt}\right)$. Donc, puiſque $\left(\frac{ddy}{dx\,dt}\right) = \left(\frac{ddy}{dt\,dx}\right) = k\left(\frac{ddy}{dx}\right)$, nous en tirerons $\left(\frac{ddy}{dt^2}\right) = kk\left(\frac{ddy}{dx^2}\right)$, &

& cette équation devant être la même avec la propoſée, nous donne $kk = cc$, & partant ou $k = c$ ou $k = -c$.

XXVI. Donc toutes les fonctions de x & t, qui étant miſes pour y ſatisfont à l'une ou à l'autre de ces deux équations,

$$\left(\frac{dy}{dt}\right) = +c\left(\frac{dy}{dx}\right) \quad \& \quad \left(\frac{dy}{dt}\right) = -c\left(\frac{dy}{dx}\right)$$

rempliront auſſi en général les conditions renfermées dans notre équation, qui détermine le mouvement de la corde :

$$\left(\frac{ddy}{dt^2}\right) = cc\left(\frac{ddy}{dx^2}\right)$$

ou bien cette équation différentio-différentielle renferme les deux équations différentielles précedentes à la fois. Et partant nous ſommes parvenus à réſoudre cette égalité $\left(\frac{dy}{dt}\right) = k\left(\frac{dy}{dt}\right)$, ce qui ſe fera le plus promptement par la conſidération, qu'il eſt

$$dy = dt\left(\frac{dy}{dt}\right) + dx\left(\frac{dy}{dx}\right)$$

d'où nous tirons à cauſe de $\left(\frac{dy}{dt}\right) = k\left(\frac{dy}{dx}\right)$

$$dy = kdt\left(\frac{dy}{dx}\right) + dx\left(\frac{dy}{dx}\right) \text{ ou } dy = (dx + kdt)\left(\frac{dy}{dx}\right).$$

Il faut donc que $\left(\frac{dy}{dx}\right)$ ſoit une fonction de la quantité $x + kt$, pour que la formule trouvée ſoit poſſible, & par conſéquent l'intégration donnera pour y une fonction de $x + kt$.

XXVII. De là nous concluons réciproquement, que toute fonction de $x+kt$, étant mise pour y, satisfait à la condition exprimée par la formule $\left(\frac{dy}{dt}\right) = k\left(\frac{dy}{dx}\right)$. Cela eſt auſſi clair de ſoi-même; car marquant par $\Phi(x+kt)$ une fonction quelconque de la quantité $x+kt$, & ſon différentiel complet par $(dx+k\,dt)\,\Phi'(x+kt)$, où $\Phi'(x+kt)$ marquera une autre fonction finie de $x+kt$, qui dépend de la nature de la fonction $\Phi(x+kt)$; ſi nous poſons $y = \Phi(x+kt)$, nous aurons $dy = (dx+k\,dt)\,\Phi'(x+kt)$ & partant ſuivant nôtre maniere d'exprimer

$$\left(\frac{dy}{dt}\right) = k\Phi'(x+kt) \;\&\; \left(\frac{dy}{dx}\right) = \Phi'(x+kt)$$

d'où il eſt evident qu'il eſt $\left(\frac{dy}{dt}\right) = k\left(\frac{dy}{dx}\right)$. Nous voilà donc arrivés à une conſtruction générale de cette formule $\left(\frac{dy}{dt}\right) = \left(\frac{dy}{dx}\right)$ qui nous donne en quantités finies pour y une fonction quelconque de la quantité $x+kt$.

XXVIII. Or puisque k eſt, ou $= +c$, ou $= -c$, à notre équation differentio-differentielle $\left(\frac{ddy}{dt^2}\right) = cc\left(\frac{ddy}{dx^2}\right)$ poſant $cc = \frac{2Fag}{M}$, ſatisfera également & toute fonction de la quantité $x+ct$, & toute fonction de la quantité $x-ct$. Prenant donc Φ & Ψ pour des marques des fonctions quelconques, & l'une & l'autre de ces deux valeurs:

$$y = \Phi(x+ct) \quad \& \quad y = \Psi(x-ct)$$

ſatisfera également à l'équation, qui contient le mouvement de la corde:

corde: $\left(\frac{ddy}{dt^2}\right) = \frac{2Fag}{M}\left(\frac{ddy}{dx^2}\right)$, poſant $c = V\frac{2Fag}{M}$.

Donc à la même équation ſatisfera auſſi en général cette valeur compoſée : $y = \Phi(x+ct) + \Psi(x-ct)$.

XXIX. Pour éclaircir cela mieux, il faut remarquer que toute fonction, de quelque nature qu'elle ſoit, peut toûjours être repréſenter par une ligne courbe, dont l'appliquée exprime une certaine fonction de l'abſciſſe. Ayant donc conſtruit pour la fonction marquée par Φ une ligne courbe ES, & pour la fonction marquée par Ψ une autre ligne courbe FT, ſi nous prenons dans celle-là l'abſciſſe $EQ = x+ct$, & dans celle-cy l'abſciſſe $FR = x-ct$, les appliquées ſeront : Fig. 2

$$QS = \Phi(x+ct) \quad \& \quad RT = \Psi(x-ct)$$

& la ſomme de ces deux appliquées, ou de leur multiple quelconque, nous fournira toûjours une valeur convenable pour y, qui ſatisfera à l'équation $\left(\frac{ddy}{dt^2}\right) = cc\left(\frac{ddy}{dx^2}\right)$, & qui par conſequent ſera propre à nous repréſenter le mouvement véritable d'une corde, pourvu qu'elle ſoit conforme aux autres propriétés mentionnées au commencement.

XXX. Or, ſans faire encore attention à ces propriétés, & m'arrêtant uniquement à l'équation $\left(\frac{ddy}{dt^2}\right) = cc\left(\frac{ddy}{dx^2}\right)$, il eſt important de remarquer, que les deux courbes ES & FT ſont abſolument arbitraires, & qu'on les peut prendre à volonté ; car, quelles que ſoient ces deux courbes, ſi nous y prenons les abſciſſes $EQ = x+ct$ & $FR = x+ct$, & que nous poſions $y = QS+RT$, ou bien $y = n(QS+RT)$, il eſt certain que cette valeur ſatisfait à notre

équation; ce qu'il ſeroit auſſi aiſé de prouver indépendamment de l'analyſe, que je viens de développer. Or, ce qui eſt le principal, ces deux courbes appliquées de la maniere enſeignée, ſatisfont également, ſoit qu'elles ſoient exprimibles par quelque équation, ou qu'elles ſoient tracées d'une maniere quelconque, de ſorte qu'elles ne puiſſent être aſſujetties à aucune équation. Le Lecteur eſt prié de réfléchir bien ſur cette circonſtance, qui contient le fondement de l'univerſalité de ma ſolution, conteſtée par M. d'*Alembert*.

XXXI. Mais voyons maintenant, de quelle condition doivent être ces deux courbes, ou la nature des deux fonctions Φ & Ψ, afin que les premieres propriétés de la corde ſoient maintenues. Or d'abord il faut, que poſant $x = 0$, l'appliquée y evanouïſſe toûjours, de quelque durée que ſoit le tems t: ſoit donc $x = 0$, & il faut qu'il ſoit:

$$\Phi(ct) + \Psi(-ct) = 0 \quad \text{ou} \quad \Psi(-ct) = -\Phi(ct)$$

d'où l'on voit que la fonction exprimée par Ψ eſt égale à celle qui eſt exprimée par Φ, & que prenant les abſciſſes négatives, les appliqueés deviennent auſſi négatives en conſervant les mêmes valeurs. Les deux courbes ES & FT ſe réduiſent donc à une ſeule courbe, qui doit être telle, qu'aux abſciſſes négatives réponde une branche ſemblable à celle qui répond aux abſciſſes poſitives; mais qu'elle tombe de l'autre côté de l'axe. Si donc Φ marque une telle fonction, que j'ai nommée autrefois impaire, puiſqu'elle ne contient que des puiſſances impaires de la quantité, dont elle eſt fonction, notre équation ſera: $y = \Phi(x + ct) + \Phi(x - ct)$.

XXXII. L'autre condition exige, que poſant $x = a$, la valeur de y evanouïſſe également, quelque quantité que puiſſe avoir le tems t: il faut donc qu'il ſoit: $\Phi(a + ct) + \Phi(a - ct) = 0$.

La courbe doit donc être telle, que ſi l'on prend l'abſciſſe $= a$, & & qu'on y ajoute, ou en retranche la même quantité quelconque, les appliquées, qui répondent à deux telles abſciſſes ſoyent égales, mais affec-

affectées de divers ſignes. Cette courbe aura donc non ſeulement autour du point, où eſt pris le commencement des abſciſſes, des branches alternativement ſemblables, mais auſſi autour du point, où ſe termine l'abſciſſe $= a$. De là il s'enſuit, comme j'ai fait voir, qu'elle doit avoir une infinité de tels points éloignés entr'eux du même intervalle $= a$, auprès desquels les branches de la courbe ſoyent de part & d'autre alternativement ſemblables.

XXXIII. Si l'on examine plus exactement les raiſons, ſur leſquelles je viens de fonder l'identité des fonctions Φ & Ψ, & qu'on faſſe ſurtout attention, que les deux courbes ne ſont aſſujetties à aucune loi, on s'appercevra aiſément, que l'égalité $\Psi(-ct) = -\Phi(ct)$ pourroit auſſi avoir lieu, ſans que les deux fonctions fuſſent égales. Mais il faut encore avoir égard à une autre circonſtance renfermée dans la propoſition du problème, qui exige abſolument cette égalité des deux fonctions. On ſuppoſé que la courbe commence ſon mouvement du repos; donc il faut que, poſant le tems $t = 0$, la viteſſe de chaque point de la corde, qui eſt exprimée par $\left(\frac{dy}{dt}\right)$ evanouïſſe. Or ayant trouvé $y = \Phi(x+ct)+\Psi(x-ct)$, la différentiation fournit $\left(\frac{dy}{dt}\right) = c\,\Phi'(x+ct)-c\,\Psi'(x-ct)$.

Poſons donc $t = 0$, & il faut qu'il ſoit $\Phi'(x) = \Psi'(x)$, d'où l'identité des fonctions Φ' & Ψ' & partant auſſi des fonctions Φ & Ψ s'enſuit ouvertement. Nous n'avons donc qu'une ſeule courbe, qui nous ſervira de régle pour déterminer le mouvement de la corde.

XXXIV. Cette courbe doit donc être telle, comme elle eſt préſentée dans la troiſième figure: ſi AB repréſente la longueur de la corde $= a$, la courbe ADB s'étendra de l'un & l'autre coté à l'infini, en ſorte que la portion AD′B′ ſoit égale & ſemblable à la courbe ADB, & de l'autre côté de même la branche B′D′A ſoit égale & ſem- Fig. 3.

ſemblable à la branche BDA. Or la courbe ADB eſt abſolument arbitraire, comme j'ai déjà fait voir; & il n'importe ſi elle eſt réguliere, ou compriſe dans quelque équation, ou ſi elle eſt irréguliere, ou tracée d'une maniere quelconque. Ayant donc décrit une telle courbe ADB quelconque, qui paſſe par les points A & B, on n'a qu'à réïterer la deſcription de la même courbe à l'infini, tant vers la droite que vers la gauche, en la poſant alternativement au deſſus & au deſſous de l'axe, de ſorte que partout les bouts ſemblables ſoient joints enſemble; ainſi en A on joigne la même courbe ADB par le bout A, & en B par le bout B, tout comme j'en ai enſeigné la conſtruction dans mon Mémoire ſur cette matiere.

XXXV. Ayant donc décrit une telle courbe quelconque, elle nous découvrira toujours un mouvement, dont la corde eſt ſuſceptible. Car poſant $t = 0$, nous en connoitrons d'abord la figure, que la corde doit avoir au commencement, pour que ce mouvement s'enſuive. Puiſque nous avons pour un tems quelconque t,

$$y = n\,\Phi(x+ct) + n\,\Phi(x-ct)$$

prenant pour n une fraction aſſés petite, afin que les appliquées dans la figure de la corde demeurent toujours quaſi infiniment petites, nous en tirerons pour la figure initiale de la corde cette équation :

$$y = n\,\Phi(x) + n\,\Phi(x) = 2\,n\,\Phi(x)$$

c'eſt à dire, prenant ſur notre courbe l'abſciſſe $AP = x$, l'appliquée PM priſe $2n$ fois nous donnera l'appliquée pour la figure initiale de la corde, qui convient à l'abſciſſe x. Donc, ſi les appliquées de la courbe AMB ſont aſſés petites, on pourra prendre $n = \frac{1}{2}$, & la figure arbitraire ADB elle-même repréſentera la figure initiale de la corde.

XXXVI. Réciproquement donc, dès qu'on connoit la figure initiale, qu'on aura donnée à la corde avant que de la relâcher, rien ne ſera plus aiſé que de décrire notre courbe infinie B′D′ADB′D &c. qui

nous

nous fera connoitre le mouvement, que la corde pourſuivra. On tracera la courbe AMDB, égale & ſemblable à la figure initiale de la corde, & on en réïtérera la conſtruction, tant vers la gauche au delà du point A, que vers la droite au delà du point B, alternativement au deſſus & au deſſous de l'axe, en ſorte que partout les bouts qu'on a joints enſemble ſoient les mêmes. Cette conſtruction a toujours lieu, de quelque nature que ſoit la figure initiale propoſée de la courbe, & il ne s'agit ici que de la portion ADB; laquelle quand elle-même auroit d'autres continuations de part & d'autre en vertu de ſa nature, elles n'entrent en aucune conſidération. Ainſi, ſi la figure ADB étoit un arc de cercle, ſans ſe ſoucier de la continuation naturelle du cercle, on répétera la deſcription de ce même arc de cercle ADB à l'infini alternativement au deſſus & au deſſous de l'axe; & la même régle a toujours lieu, de quelque nature que puiſſe être la figure initiale de la corde.

XXXVII. Les différentes parties ſemblables de cette courbe ne ſont donc liées entr'elles par aucune loi de continuité, & ce n'eſt que par la deſcription, qu'elles ſont jointes enſemble. Par cette raiſon il eſt impoſſible, que toute cette courbe ſoit compriſe dans quelque équation, à moins que par hazard la figure ADB ne ſoit telle, que ſa continuation naturelle entraine toutes les autres parties réïtérées; & c'eſt le cas, où la figure ADB eſt la trochoïde Taylorienne, ou ſelon M. *Bernoulli* un mêlange de pluſieurs telles trochoïdes. C'eſt auſſi ſelon toute apparence la raiſon, pourquoi Mrs. *Bernoulli* & d'*Alembert* ont cru, que le problème n'étoit réſoluble que dans ces cas. Mais, de la maniere que je viens de conduire la ſolution, il n'eſt pas néceſſaire, que la courbe directrice ſoit exprimée par quelque équation, & la ſeule conſidération du trait de la courbe ſuffit à nous faire connoitre le mouvement de la corde, ſans l'aſſujettir au calcul. Je ferai auſſi voir, que ce mouvement n'eſt pas moins régulier, que ſi la figure initiale étoit une trochoïde, & par conſéquent la régularité du

mouvement ne peut être alléguée en faveur des trochoïdes à l'excluſion de toutes les autres courbes, comme M. *Bernoulli* ſemble le ſoutenir.

XXXVIII. Or, pour déterminer par cette méthode le véritable mouvement de la corde, ſuppoſez que ſa figure initiale aît été la courbe AMB (Fig. 4.), & il s'agit de déterminer la figure que la corde aura à chaque tems propoſé de t ſecondes, depuis le commencement du mouvement. Pour cet effet qu'on décrive par la deſcription réïtérée de cette même courbe AMB, la courbe directrice AMDB, (Fig. 3.) continuée de part & d'autre à l'infini, comme j'ai enſeigné cy-deſſus; & pour connoitre le mouvement du point M, qui ſe fait par hypotheſe dans la droite MP, qu'on prenne dans la directrice (Fig. 3.) de part & d'autre du point P les intervalles $PQ = PR = ct$, & ayant tiré les appliquées QS & RT, qu'on prenne Pm (Fig. 4.) égale à la ſemi-ſomme de ces appliquées, ou $Pm = \frac{1}{2}(QS + RT)$; & le point m ſera le lieu, où le point de la corde M ſe trouvera après le tems t. De là il ſera aiſé de juger de la viteſſe du point m, en comparant ſon lieu avec celui, où il ſe trouvera à l'inſtant ſuivant. Fig. 4.

XXXIX. Si l'on prend le tems t de tant de ſecondes, qu'il devienne $ct = a$, alors il faut prendre de part & d'autre du point P les intervalles $PQ' = PR' = a = AB$; & il eſt évident qu'il y aura $BQ' = B'R' = AP$, & partant les appliquées $Q'S'$ & $R'T'$ égales entr'elles. Donc, après ce tems $t = \frac{a}{c}$ le point de la corde M ſe trouvera de l'autre côté de l'axe AB en N, de ſorte que $PN = Q'S'$: d'où il eſt évident qu'après ce tems toute la corde aura la figure ANB égale à la figure $B'T'DA$, & partant auſſi égale à la figure initiale AMB, mais dans une ſituation renverſée, de ſorte que la figure ANB ſoit ſemblable à la figure BMA. Puisque les tangentes en S' & T' ſont également inclinées à l'axe, en reculant les points Q' & R' infiniment peu également, la ſomme des

des appliquées demeurera la même, & partant après le tems $\frac{a}{c} + dt$ le point M de la corde ſera encore en N: donc, lorsque la corde ſera parvenuë dans la ſituation ANB, elle n'aura plus de mouvement.

XL. Une vibration ayant donc commencé par l'état initial AMB, elle finira par l'état ANB, & partant le tems de cette vibration ſera $= \frac{a}{c}$ ſecondes, & il eſt évident que toutes les autres vibrations ſuivantes ſeront de la même durée. Pour mieux connoitre ce tems, on n'a qu'à ſe rappeller, que nous avons mis c pour la quantité $V\frac{2Fag}{M}$; donc le tems d'une vibration de la corde ſera $= V\frac{Ma}{2Fg}$ ſecondes; & cette expreſſion paroit plus propre à nous faire connoitre ce tems, que la longueur d'un pendule ſimple iſochrone. Il faut remarquer ici, que M marquant le poids de la corde, & F la force tendante auſſi expreſſible par un poids, ces deux quantités M & F ſont homogenes entr'elles, de même que les deux quantités a & g, dont celle-là marque la longueur de la corde, & celle-cy la hauteur, par laquelle un corps peſant tombe dans une ſeconde, qui eſt de $15\frac{1}{12}$ pieds de Rhin. De là on connoitra promptement le nombre de vibrations, que la corde rend dans une minute ſeconde, car ce nombre ſera $= V\frac{2Fg}{Ma}$.

XLI. Il eſt certain qu'après le tems $t = \frac{a}{c}$ la corde parvienne dans la ſituation ANB; mais il pourroit bien arriver, qu'elle s'y fût trouvée déjà pendant ce tems une ou pluſieurs fois, & dans ces cas le tems d'une vibration ſe réduiroit à la moitié, ou au tiers, ou à quelqu'autre partie aliquote. Cela dépend de la figure initiale qu'on aura donnée à la corde, laquelle, lorsqu'elle n'a qu'un ventre, comme dans la quatrième figure, le tems d'une vibration ſera ſans aucun doute

Fig. 5. $= \frac{a}{c} = V\frac{Ma}{2Fg}$ ſecondes. Mais, ſi la figure initiale de la corde avoit deux ventres égaux AEC, CFB, comme dans la cinquième figure, & que la partie AEB fut égale & ſemblable à la figure BFC, on voit par notre conſtruction, que le point C demeureroit toujours en repos, & que le mouvement de la corde ſeroit le même que celui d'une corde de la moitié de longueur, & d'une tenſion égale. Or il faut pour produire ces vibrations deux fois plus rapides, que le nœud de la figure initiale C ſe trouve préciſément au milieu de la longueur, & que les deux ventres AEC, BFC, ſoyent égaux & ſemblables entr'eux : car ſans cette condition le point C ne reſteroit point immobile.

XLII. Ce que M. *Bernoulli* a remarqué ſur le mêlange de deux ou pluſieurs trochoïdes, eſt également applicable à toutes les autres courbes imaginables. Car, quelle que ſoit la figure initiale de la corde AMB fig. 4. elle peut ſervir d'axe à une autre figure ſemblable à la fig. 5 : & celle-cy pourroit encore ſervir d'axe à d'autres figures ſemblables à pluſieurs ventres. Dans ces cas le ſon total de la corde ſera un mêlange de pluſieurs ſons, dont l'un ſeroit l'octave, les autres la douzième, la quinzième, la dix-ſeptième, & ainſi de ſuite. Ce mêlange de ſons rendus par une corde à la fois, que M. *Bernoulli* a le premier ſi heureuſement expliqué, n'eſt donc pas un effet ſi eſſentiel de la combinaiſon des trochoïdes Tayloriennes, qu'il ne puiſſe également être produit par une ſemblable combinaiſon d'autres courbes quelconques. Et quand on fait réflexion à la maniere, dont on eſt accoutumé de frapper les cordes, il eſt très probable, qu'elles ne prennent jamais la figure des trochoïdes, ni qu'elles y approchent de plus en plus : puiſque tous les phénomenes, que M. *Bernoulli* allégue, peuvent être également l'effet de toute autre figure quelconque.

XLIII. Il me ſemble que ces réflexions ſont ſuffiſantes à mettre ma ſolution à l'abri de toutes les objections, qui peuvent l'avoir renduë ſuſpecte à M. *Bernoulli*, & ſurtout à M. d'*Alembert*. Celui-cy n'ayant allé-

allégué aucune raiſon, s'eſt contenté d'avertir les Lecteurs de mon Mémoire, qu'ils ne s'imaginaſſent pas, que ma ſolution étoit ſi générale que je l'avois donnée, & qu'elle ne s'étendoit pas à des figures quelconques, qu'on auroit données à la corde au commencement. Mais M. *Bernoulli* ſemble ſoutenir, que pour la production des vibrations iſochrones il faille abſolument que la force accélératrice ſoit toujours proportionelle à l'eſpace parcouru, jusqu'au lieu naturel. Selon ce ſentiment, ayant trouvé en général la force accélératrice $= -\frac{Fa}{M} \cdot \left(\frac{ddy}{dx^2}\right)$, il faudroit la poſer proportionelle à la diſtance y, pour avoir une telle équation $-\frac{Fa}{M}\left(\frac{ddy}{dx^2}\right) = \frac{y}{c}$, dont l'intégrale, puisque la conſidération du tems n'y entre plus, feroit $y = n \sin x \sqrt{\frac{M}{Fac}}$, & pour que l'appliquée évanouïſſe auſſi en poſant $x = a$, il faudroit qu'il fut $\sqrt{\frac{M}{Fac}} = \frac{\lambda\pi}{a}$, marquant par λ un nombre entier quelconque. On auroit donc $c = \frac{Ma}{\lambda\lambda\pi\pi F}$, d'où réſultent en effet toutes les trochoïdes Tayloriennes.

XLIV. Mais, outre que cette ſuppoſition feroit auſſi contraire à la combinaiſon de deux ou pluſieurs trochoïdes, que M. *Bernoulli* reconnoit pourtant dans le mouvement d'une corde, je remarque que cette hypotheſe eſt abſolument arbitraire, & qu'une infinité d'autres forces ſont auſſi propres à produire l'iſochroniſme dans le mouvement des cordes. Si la force accélératrice devoit uniquement dépendre de l'appliquée y, de ſorte qu'elle fut toujours la même à la même diſtance y, quelque grande qu'ait été l'excurſion de la corde, je conviens qu'il n'y en auroit pas d'autres propres à procurer l'iſochroniſme, que celle qui ſeroit proportionelle à la diſtance y. Mais, dès qu'on accorde, que cette force pourroit auſſi dépendre du plus grand éloignement, on ne ſauroit

plus disconvenir, qu'une infinité d'autres forces ne fut auſſi propre à ce deſſein. Or M. *Bernoulli* a fait voir lui-même, qu'il peut y avoir de l'iſochroniſme en des mouvemens, où la force ſollicitante du corps, n'eſt pas ſimplement proportionelle à la diſtance; & les manieres qu'il rapporte, ne ſont qu'un cas particulier de la méthode générale, dont j'enviſage ici le mouvement des cordes.

XLV. Tout ce que je viens de dire, ne regarde que les cordes, qui ſont de la même épaiſſeur par toute leur étenduë; & je conviens aiſément, que ſi l'épaiſſeur de la corde étoit variable, il ſeroit impoſſible d'en déterminer le mouvement auſſi généralement, que j'ai fait ici pour les cordes également épaiſſes. Mais ce n'eſt pas l'incommenſurabilité des tems de diverſes vibrations, dont la même corde eſt ſuſceptible, qui arrête la ſolution, comme M. *Bernoulli* ſemble l'inſinuer. C'eſt plutôt par une imperfection de l'analyſe même, qu'il n'eſt pas poſſible de conſtruire l'équation differentio-differentielle, qui renferme alors le mouvement. Car, comme pour les cordes d'une épaiſſeur uniforme j'ai trouvé cette équation $\left(\frac{ddy}{dt^2}\right) = \frac{Fa}{2M}\left(\frac{ddy}{dx^2}\right)$, qui a admis une conſtruction générale; ainſi les cordes d'une épaiſſeur variable conduiſent à une telle équation $\left(\frac{ddy}{dt^2}\right) = X\left(\frac{ddy}{dx^2}\right)$, où X eſt une certaine fonction de x, qui dépend de l'épaiſſeur. Or, puiſqu'il ne paroit pas, de quelle nature doit être la fonction y, pour qu'elle ſatisfaſſe à cette équation en général, c'eſt la cauſe véritable que la détermination du mouvement de ces cordes ſemble ſurpaſſer nos forces: cependant il n'eſt pas difficile de donner des ſolutions particulieres pour pluſieurs cas, ſemblables à celles qui ſont tirées des trochoïdes pour les cordes uniformement épaiſſes.

PRIN-

PRINCIPES
DE LA TRIGONOMETRIE SPHERIQUE
TIRÉS DE LA MÉTHODE DES PLUS GRANDS ET PLUS PETITS.

PAR M. EULER.

Puisqu'on ſait que les arcs de grands cercles, tirés ſur la ſurface d'une ſphére, repréſentent le plus court chemin d'un point à l'autre, un triangle ſphérique pourra être défini en ſorte, que trois points étant donnés ſur une ſurface ſphérique, ſi l'on y trace d'un point à l'autre le plus court chemin, l'eſpace renfermé entre ces trois points ſoit un triangle ſphérique. Donc, parce que les côtés d'un triangle ſphérique ſont les lignes les plus petites, qu'on peut tirer d'un angle à l'autre, la méthode des plus grands & plus petits pourra être employée à déterminer les côtés d'un triangle ſphérique; & de là on pourra enſuite trouver le rapport, qui ſubſiſte entre les angles & les côtés; & c'eſt en quoi conſiſte la Trigonométrie ſphérique. Car les trois points, où ſe trouvent les angles, détermineront par là, tant les trois côtés que les trois angles: & ces ſix choſes auront toujours un tel rapport entr'elles, que trois quelconques étant connuës, on en puiſſe déterminer les trois autres.

C'eſt donc une propriété, que les triangles ſphériques ont commune avec les triangles plans, qui ſont l'objet de la Trigonométrie élémentaire. Car, comme un triangle plan eſt l'eſpace renfermé entre trois points marqués ſur un plan, lorſqu'on tire de l'un à l'autre la ligne la plus courte, qui eſt ſur le plan une ligne droite; de même un triangle

angle ſphérique eſt l'eſpace renfermé entre trois points marqués ſur une ſurface ſphérique, lorsqu'on joint ces trois points par les lignes les plus courtes, qu'on ſauroit tirer de l'un à l'autre ſur la même ſurface. Or il eſt clair qu'un triangle ſphérique ſe change dans un triangle plan, lorsque le rayon de la ſphère devient infiniment grand; attendu qu'une ſurface plane peut-être regardée comme la ſurface d'une ſphére infiniment grande.

On m'objectera ſans doute, que c'eſt aller contre les régles de la méthode, que de vouloir employer le calcul des plus grands & plus petits pour établir les fondemens de la Trigonométrie ſphérique; outre qu'il paroit inutile de les tirer encore d'autres principes, puisque ceux dont on s'eſt ſervi jusqu'ici, ſont fondés ſur la Geométrie élémentaire, dont la rigueur ſert de régle à toutes les autres parties des Mathématiques. Mais d'abord je remarque, que la méthode des plus grands & plus petits en acquiert quaſi un nouveau luſtre, quand je ferai voir, qu'elle ſeule nous peut conduire à la réſolution des triangles ſphériques; & enſuite il eſt toujours utile de parvenir par des routes differentes aux mêmes vérités, puisque notre eſprit ne manque pas d'en tirer de nouveaux éclairciſſemens.

Mais je puis outre cela avancer, que la méthode des plus grands & plus petits eſt beaucoup plus générale que la méthode ordinaire. Car celle-cy ſe borne aux triangles formés ſur des ſurfaces, ou planes, ou ſphériques, au lieu que l'autre s'étend également à des ſurfaces quelconques. Ainſi, ſi l'on demandoit la nature des triangles formés ſur des ſurfaces ſphéroïdiques, ou conoïdiques, dont les côtés ſeroient les lignes les plus petites, qu'on peut tirer d'un angle à l'autre; la méthode ordinaire ne ſeroit pas propre pour cette recherche: mais il faudroit abſolument recourir à la méthode des plus grands & plus petits, ſans laquelle on ne ſeroit pas même en érat de connoitre les lignes les plus courtes, qui formeroient les côtés de ces triangles.

On comprend de là, que cette recherche pourroit bien devenir d'une grande importance; car la ſurface de la Terre n'étant point ſphérique,

rique, mais ſphéroïdique, un triangle formé ſur la ſurface de la Terre appartiendra à l'eſpece, dont je viens de parler. Pour voir cela, on n'a qu'à s'imaginer trois points ſur la ſurface de la Terre, qui ſoient joints par le plus court chemin, qu'il y a de l'un à l'autre ; ou qui ſeroit formé par une corde tenduë de l'un à l'autre : car c'eſt ainſi qu'on doit ſe repréſenter les triangles, qu'on forme par les opérations faites pour la meſure de la Terre. Il eſt bien vrai qu'on regarde ordinairement ces triangles comme plans & rectilignes, & c'eſt déjà bien de l'accurateſſe, quand on les calcule ſur le pied des triangles ſphériques. Mais ſi l'on parvenoit à faire ces triangles beaucoup plus grands, & qu'on en voulut faire le calcul avec toute la préciſion poſſible, on ſeroit ſans doute réduit à rechercher la véritable nature de ces triangles, dont on ne ſauroit venir à bout ſans recourir à la méthode des plus grands & des plus petits.

Ayant donc fait voir l'importance de cette méthode dans le ſujet dont il s'agit, il ne ſera pas mal à propos d'appliquer cette méthode à la réſolution des triangles ſphériques ; puiſque d'un côté cette recherche ſervira de baſe & de modèle pour la réſolution des triangles formés ſur une ſurface ſpéroïdique quelconque : & d'un autre côté elle nous fournira des éclairciſſemens conſidérables, tant ſur la Trigonometrie ſphérique même que ſur la méthode des plus grands & plus petits, dont on connoitra de plus en plus mieux l'étenduë & le grand uſage. Car, depuis qu'on a montré que la plûpart des problèmes méchaniques & phyſiques ſe réſolvent fort promtement par le moyen de cette méthode, il ne ſauroit être que très agréable de voir, que la même méthode apporte un ſi grand ſecours pour la réſolution des problèmes de la pure Géometrie.

Pour commencer cette recherche d'une maniere, qu'elle s'étende également à la ſphère & à un ſphéroïde quelconque, je regarde d'abord deux points oppoſés de la ſphère comme ſes poles, & le grand cercle, qui en eſt également éloigné, repréſentera l'équateur, & les lignes

les plus courtes tirées d'un pole à chaque point de l'équateur repréſenteront des méridiens, qui ſont perpendiculaires à l'équateur. Or quand il s'agit de la ſphère, on pourra regarder chaque côté d'un triangle ſphérique comme faiſant partie de l'équateur, & quand le triangle eſt rectangle, on pourra toujours enviſager l'un des côtés, qui forment l'angle droit, comme une portion de l'équateur, & l'autre côté comme une portion d'un méridien, puiſqu'on peut prendre les deux poles à volonté ; mais il n'en ſera pas de même, dès que la ſurface n'eſt plus ſphérique, mais ſphéroïdique. Cependant je ne parlerai ici que des ſurfaces ſphériques, me reſervant les ſphéroïdiques pour un autre Mémoire.

PROBLEME I.

Fig. 1. 1. *Etant donnés ſur l'équateur* AB *l'arc* AP, *& ſur un méridien* CP *l'arc* PM, *trouver ſur la ſurface ſphérique la plus courte ligne* AM, *qu'on puiſſe tirer du point* A *au point* M.

SOLUTION.

Poſant le demi-diametre de la ſphère $= 1$, ſoit l'arc de l'équateur $AP = x$, & l'arc du méridien $PM = y$. Soit de plus l'arc cherché $AM = s$, qu'on prolonge infiniment peu en m, de ſorte que $Mm = ds$, & qu'on tire par m le méridien Omp, & l'élément Mn, qui y ſoit perpendiculaire. Cela poſé, on aura $Pp = dx$, & $mn = dy$; & puiſque Pp eſt à Mn, comme le ſinus total 1 au ſinus de l'arc OM, ou au coſinus de $PM = y$, on aura $Mn = dx \cos y$: & le triangle Mnm à n rectangle fournira

$$Mm = ds = V(dy^2 + dx^2 \cos y^2), \text{ & partant}$$
$$AM = s = \int V(dy^2 + dx^2 \cos y^2).$$

Il s'agit donc de trouver un tel rapport entre x & y, que ſi on leur donne des valeurs déterminées comme AP & PM, la valeur de l'intégrale $\int V(dy^2 + dx^2 \cos y^2)$ devienne la plus petite, qu'il

qu'il ſoit poſſible. Pour cet effet poſons $dy = p\,dx$, pour réduire cette intégrale à cette forme $\int dx\, V(pp + \text{cof}\,y^2)$; & puiſque j'ai démontré que lorſque la formule intégrale $\int Z\,dx$, où Z eſt telle fonction de x, y, & p, que $dZ = M\,dx + N\,dy + P\,dp$, doit devenir un plus grand ou plus petit, cela arrive par cette équation $N\,dx - d\,P = 0$. Donc, faiſant l'application à notre cas, nous aurons

$$Z = V(pp + \text{cof}\,y^2), \text{ donc } dZ = -\frac{dy \,\text{ſin}\, y\,\text{cof}\, y}{V(pp + \text{cof}\,y^2)} + \frac{p\,dp}{V(pp + \text{cof}\,y^2)},$$

& partant $M = 0$, $N = -\frac{\text{ſin}\, y\,\text{cof}\, y}{V(pp + \text{cof}\,y^2)}$, & $P = \frac{p}{V(pp + \text{cof}\,y^2)}$.

Or puiſque $M = 0$, & partant $dZ = N\,dy + P\,dp$, multiplions l'équation $N\,dx - d\,P = 0$ par p, qui à cauſe de $dy = p\,dx$ deviendra $N\,dy - p\,d\,P = 0$, ou $N\,dy = p\,d\,P$, & cette valeur étant ſubſtituée pour $N\,dy$ donnera $dZ = p\,d\,P + P\,dp$, dont l'intégrale eſt $Z = Pp + C$, ou bien $V(pp + \text{cof}\,y^2) = \frac{pp}{V(pp + \text{cof}\,y^2)} + C$: qui ſe réduit à $\text{cof}\,y^2 = C\,V(pp + \text{cof}\,y^2)$; d'où l'on tire $CC\,pp = \text{cof}\,y^2(\text{cof}\,y^2 - CC)$, ou $p = \frac{dy}{dx} = \frac{\text{cof}\,y\,V(\text{cof}\,y^2 - CC)}{C}$.

Ainſi le rapport entre x & y eſt renfermé dans cette équation differentielle ſeparée :

$$dx = \frac{C\,dy}{\text{cof}\,y\,V(\text{cof}\,y^2 - CC)}, \qquad \text{& de là on obtiendra :}$$

$$ds = dx\,V(pp + \text{cof}\,y^2) = \frac{dx\,\text{cof}\,y^2}{C}. \qquad \text{donc}$$

$$ds = \frac{dy\,\text{cof}\,y}{V(\text{cof}\,y^2 - CC)}, \quad \text{& l'arc même} \quad s = \int \frac{dy\,\text{cof}\,y}{V(\text{cof}\,y^2 - CC)}.$$

COROLL. 1.

2. Donc l'équation $dx = \frac{C\,dy}{\text{cof}\,y\,\sqrt{(\text{cof}\,y^2 - CC)}}$, exprime la nature de la ligne AM, qui a cette propriété, qu'en prenant une partie quelconque, elle ſoit la ligne la plus courte qu'on puiſſe tirer entre ſes termes ſur une ſurface ſphérique. Or, que cette ligne ſoit en même tems un grand cercle de la ſphére, je l'ai démontré ailleurs; & ici il n'importe pas à notre deſſein, quel rapport cette ligne à la ſphére, pourvû que nous ſachions qu'elle eſt la plus courte entre ſes termes.

COROLL. 2.

3. Ayant trouvé $dx = \frac{C\,dy}{\text{cof}\,y\,\sqrt{(\text{cof}\,y^2 - CC)}}$, nous aurons $Mn = dx\,\text{cof}\,y = \frac{C\,dy}{\sqrt{(\text{cof}\,y^2 - CC)}}$. Or $\frac{Mn}{mn}$ exprime la tangente de l'angle AMP, & partant nous aurons: tang AMP $= \frac{C}{\sqrt{(\text{cof}\,y^2 - CC)}}$. De plus ayant $Mm = ds = \frac{dy\,\text{cof}\,y}{\sqrt{(\text{cof}\,y^2 - CC)}}$, la fraction $\frac{Mn}{Mm}$ exprime le ſinus de l'angle AMP, de ſorte que ſin AMP $= \frac{C}{\text{cof}\,y}$, & cof AMP $= \frac{\sqrt{(\text{cof}\,y^2 - CC)}}{\text{cof}\,y}$.

COROLL. 3.

4. De plus poſant $y = 0$, le point M parviendra en A, & alors la fraction $\frac{dy}{dx}$ exprimera la tangente de l'angle PAM, & $\frac{dy}{ds}$ ſon ſinus, & $\frac{dx}{ds}$ ſon coſinus. Or ayant alors cof $y = 1$, il ſera $dx = \frac{C\,dy}{\sqrt{(1 - CC)}}$ &

& $ds = \frac{dy}{\sqrt{(1-CC)}}$: d'où nous tirons tang PAM $= \frac{\sqrt{(1-CC)}}{C}$; ſin PAM $= \sqrt{(1-CC)}$ & cof PAM $= C$.

COROLL. 4.

5. Donc, ſi nous introduiſons cet angle PAM au lieu de la conſtante C, & que nous poſions PAM $= \zeta$, à cauſe de $C = \text{cof}\,\zeta$, nous aurons, les deux équations ſuivantes :

$$dx = \frac{dy\,\text{cof}\,\zeta}{\text{cof}\,y\sqrt{(\text{cof}\,y^2 - \text{cof}\,\zeta^2)}} \quad \& \quad ds = \frac{dy\,\text{cof}\,y}{\sqrt{(\text{cof}\,y^2 - \text{cof}\,\zeta^2)}}.$$

Et de plus ſi nous nommons l'angle AMP $= \theta$, nous aurons :

$$\text{tang}\,\theta = \frac{\text{cof}\,\zeta}{\sqrt{(\text{cf}\,y^2 - \text{cf}\,\zeta^2)}}; \quad \text{ſin}\,\theta = \frac{\text{cof}\,\zeta}{\text{cof}\,y} \quad \& \quad \text{cof}\,\theta = \frac{\sqrt{(\text{cof}\,y^2 - \text{cof}\,\zeta^2)}}{\text{cof}\,y}.$$

COROLL. 5.

6. Il reſte encore à intégrer nos deux équations differentielles, qui expriment les valeurs de dx & de ds. Or on trouvera par l'intégration :

$$x = A\,\text{ſin}\frac{C\,\text{ſin}\,y}{\text{cof}\,y\sqrt{1-CC)}}, \text{ ou bien ſin } x = \frac{C\,\text{ſin}\,y}{\text{cof}\,y\sqrt{(1-CC)}} = \frac{\text{cof}\,\zeta\,\text{ſin}\,y}{\text{ſin}\,\zeta\,\text{cof}\,y},$$

$$\& \; s = A\,\text{cf}\frac{\sqrt{(\text{cf}\,y^2 - CC)}}{\sqrt{(1-CC)}}, \text{ ou bien cf}\,s = \frac{\sqrt{(\text{cf}\,y^2 - CC)}}{\sqrt{(1-CC)}} = \frac{\sqrt{(\text{cf}\,y^2 - \text{cf}\,\zeta^2)}}{\text{ſin}\,\zeta}.$$

COROLL. 6.

7. Voilà donc des quantités ζ & y les autres quantités x, s & θ déterminées en ſorte :

$$\text{fin}\, x = \frac{\text{cf}\zeta \text{fin}\, y}{\text{fin}\zeta \text{cf}\, y};\ \text{cof}\, x = \frac{\sqrt{(\text{cf}\, y^2 - \text{cf}\zeta^2)}}{\text{fin}\,\zeta \text{cof}\, y},\ \&\ \text{tang}\, x = \frac{\text{cof}\,\zeta \text{fin}\, y}{\sqrt{(\text{cf}\, y^2 - \text{cf}\,\zeta^2)}}$$

$$\text{fin}\, s = \frac{\text{fin}\, y}{\text{fin}\,\zeta};\ \text{cof}\, s = \frac{\sqrt{(\text{cf}\, y^2 - \text{cf}\,\zeta^2)}}{\text{fin}\,\zeta},\ \&\ \text{tang}\, s = \frac{\text{fin}\, y}{\sqrt{(\text{cf}\, y^2 - \text{cf}\,\zeta^2)}}$$

$$\text{fin}\,\theta = \frac{\text{cof}\,\zeta}{\text{cof}\, y};\ \text{cof}\,\theta = \frac{\sqrt{(\text{cf}\, y^2 - \text{cf}\,\zeta^2)}}{\text{cof}\, y},\ \&\ \text{tang}\,\theta = \frac{\text{cof}\,\zeta}{\sqrt{(\text{cf}\, y^2 - \text{cf}\,\zeta^2)}}.$$

COROLL. 7.

8. Puisqu'il n'y a que cette ſeule formule irrationnelle $\sqrt{(\text{cof}\, y^2 - \text{cof}\,\zeta^2)}$, qui entre dans nos équations trouvées, en l'eliminant, nous obtiendrons :

$$\frac{\text{cof}\, s}{\text{cof}\, x} = \text{cof}\, y;\quad \frac{\text{cof}\,\theta}{\text{cof}\, x} = \text{fin}\,\zeta;\quad \frac{\text{cof}\,\theta}{\text{cof}\, s} = \frac{\text{fin}\,\zeta}{\text{cof}\, y};$$

$$\frac{\text{tang}\, x}{\text{tang}\, s} = \text{cof}\,\zeta;\quad \frac{\text{tang}\, x}{\text{tang}\,\theta} = \text{fin}\, y;\quad \frac{\text{tang}\, s}{\text{tang}\,\theta} = \frac{\text{fin}\, y}{\text{cof}\,\zeta};$$

$$\text{fin}\, x = \frac{\text{cof}\,\zeta \text{fin}\, y}{\text{fin}\,\zeta \text{cof}\, y};\ \text{cof}\, x\ \text{tang}\, s = \frac{\text{fin}\, y}{\text{fin}\,\zeta \text{cof}\, y};\ \text{cof}\, x\ \text{tang}\,\theta = \frac{\text{cof}\,\zeta}{\text{fin}\,\zeta \text{cf}\, y};$$

$$\text{cof}\, s\ \text{tang}\, x = \frac{\text{cof}\,\zeta \text{fin}\, y}{\text{fin}\,\zeta};\quad \text{fin}\, s = \frac{\text{fin}\, y}{\text{fin}\,\zeta};\quad \text{cof}\, s\ \text{tang}\,\theta = \frac{\text{cof}\,\zeta}{\text{fin}\,\zeta};$$

$$\text{cof}\,\theta\ \text{tang}\, x = \frac{\text{cof}\,\zeta \text{fin}\, y}{\text{cof}\, y};\quad \text{cof}\,\theta\ \text{tang}\, s = \frac{\text{fin}\, y}{\text{cof}\, y};\quad \text{fin}\,\theta = \frac{\text{cof}\,\zeta}{\text{cof}\, y}.$$

COROLL. 8.

9. Ayant ici cinq quantités x, y, s, ζ & θ, qui appartiennent au triangle ſphérique rectangle APM, prenons des égalités trouvées celles, qui n'en renferment que trois, qui feront étant réduites à la plus ſimple forme :

I. cof

I. $\text{cof}\, s = \text{cof}\, x \,\text{cof}\, y$; II. $\text{cof}\, \theta = \text{fin}\, \zeta \,\text{cf}\, x$; III. $\text{tg}\, x = \text{cof}\, \zeta \,\text{tg}\, s$;

IV. $\text{tang}\, x = \text{fin}\, y \,\text{tg}\, \theta$; V. $\text{tg}\, y = \text{fn}\, x \,\text{tg}\, \zeta$; VI. $\text{fin}\, y = \text{fin}\, \zeta \,\text{fin}\, s$;

VII. $\text{cof}\, s \,\text{tang}\, \zeta \,\text{tg}\, \theta = 1$; VIII. $\text{tg}\, y = \text{cof}\, \theta \,\text{tg}\, s$; IX. $\text{cof}\, \zeta = \text{fin}\, \theta \,\text{cof}\, y$.

d'où, étant donnés deux quelconques, on en pourra trouver les trois autres, ſans qu'on ait beſoin d'extraction de racines, pourvu qu'on y ajoute cette dixième : X. $\text{fin}\, x = \text{fin}\, \theta \,\text{fin}\, s$, qui ſuit d'abord des trois premières formules à la gauche du §. 6.

PROBLEME II.

10. *Expoſer les régles, pour la réſolution de tous les cas des triangles rectangles ſphériques.*

SOLUTION.

Soient les angles marqués par A, B, C, dont celui-cy C ſoit le droit, & les côtés par les petites lettres a, b, c, qui répondent aux angles oppoſés, de ſorte que c ſoit l'hypotenuſe, & a, & b les cathetes. Comparant donc ce triangle avec la figure précedente, nous aurons : Fig. 1.

$$s = c \; ; \quad x = b \; ; \quad y = a \; ; \quad \zeta = \text{A} \quad \& \quad \theta = \text{B}.$$

Maintenant tout revient à ce que deux de ces cinq quantités étant données, on en détermine les trois autres : or les formules rapportées fourniront les réſolutions ſuivantes pour tous les cas poſſibles.

Les

Les 2. quantités données.	Détermination des trois autres.
I. a, b	$\text{cof}\, c = \text{cof}\, a . \text{cof}\, b$; $\text{tg A} = \frac{\text{tang}\, a}{\text{fin}\, b}$; $\text{tg B} = \frac{\text{tang}\, b}{\text{fin}\, a}$
II. a, c	$\text{cof}\, b = \frac{\text{cof}\, c}{\text{cof}\, a}$; $\text{fn A} = \frac{\text{fin}\, a}{\text{fin}\, c}$; $\text{cf B} = \frac{\text{tang}\, a}{\text{tang}\, c}$
III. b, c	$\text{cof}\, a = \frac{\text{cof}\, c}{\text{cof}\, b}$; $\text{cf A} = \frac{\text{tang}\, b}{\text{tang}\, c}$; $\text{fn B} = \frac{\text{fin}\, b}{\text{fin}\, c}$
IV. a, A	$\text{fin}\, b = \frac{\text{tang}\, a}{\text{tang A}}$; $\text{fin}\, c = \frac{\text{fin}\, a}{\text{fin A}}$; $\text{fn B} = \frac{\text{cof A}}{\text{cof}\, a}$
V. a, B	$\text{tag}\, b = \text{fin}\, a \, \text{tng B}$; $\text{tg}\, c = \frac{\text{tang}\, a}{\text{cof B}}$; $\text{cf A} = \text{cf}\, a . \text{fin B}$
VI. b, A	$\text{tag}\, a = \text{fin}\, b \, \text{tng A}$; $\text{tg}\, c = \frac{\text{tang}\, b}{\text{cof A}}$; $\text{cf B} = \text{cf}\, b . \text{fin A}$
VII. b, B	$\text{fin}\, a = \frac{\text{tang}\, b}{\text{tang B}}$; $\text{fin}\, c = \frac{\text{fin}\, b}{\text{fin B}}$; $\text{fin A} = \frac{\text{cof B}}{\text{cof}\, b}$
VIII. c, A	$\text{fin}\, a = \text{fin}\, c . \text{fin A}$; $\text{tg}\, b = \text{tg}\, c . \text{cof A}$; $\text{tg B} = \frac{1}{\text{cf}\, c . \text{tg A}}$
IX. c, B	$\text{fin}\, b = \text{fin}\, c . \text{fin B}$; $\text{tg}\, a = \text{tg}\, c . \text{cof B}$; $\text{tg A} = \frac{1}{\text{cf}\, c . \text{tg B}}$
X. A, B	$\text{cof}\, a = \frac{\text{cof A}}{\text{fin B}}$; $\text{cf}\, b = \frac{\text{cof B}}{\text{fin A}}$; $\text{cof}\, c = \frac{1}{\text{tg A} . \text{tg B}}$

COROLL. I.

11. De là il eſt evident que le côté a avec ſon angle oppoſé A entre également dans ces formules, que l'autre côté b avec ſon

ſon angle oppoſé B, de ſorte qu'il eſt indifferent, lequel des deux côtés a & b on veuille prendre pour baſe, tout comme la nature du ſujet l'exige.

COROLL. 2.

12. Le grand nombre des formules, qui expriment le rapport entre les diverſes parties du triangle rectangle, ſe réduit aux formules ſuivantes, dont le nombre eſt plus petit, & qu'il ſuffit de ſavoir par cœur.

I. $\text{ſin}\, c = \frac{\text{ſin}\, a}{\text{ſin}\, A}$ ou $\text{ſin}\, c = \frac{\text{ſin}\, b}{\text{ſin}\, B}$.

II. $\text{cof}\, c = \text{cof}\, a . \text{cof}\, b$

III. $\text{cof}\, c = \text{cot}\, A . \text{cot}\, B$

IV. $\text{cof}\, A = \frac{\text{tang}\, b}{\text{tang}\, c}$ ou $\text{cof}\, B = \frac{\text{tang}\, a}{\text{tang}\, c}$

V. $\text{ſin}\, A = \frac{\text{cof}\, B}{\text{cof}\, b}$ ou $\text{ſin}\, B = \frac{\text{cof}\, A}{\text{cof}\, a}$

VI. $\text{ſin}\, a = \frac{\text{tang}\, b}{\text{tang}\, B}$ ou $\text{ſin}\, b = \frac{\text{tang}\, a}{\text{tang}\, A}$.

COROLL. 3.

13. On n'a donc qu'à remarquer ces ſix formules, qui contiennent autant de propriétés des triangles ſphériques rectangles; & on ſera en état de réſoudre tous les cas de ces triangles, qu'on puiſſe imaginer.

PROBLEME III.

14. *Trouver l'aire d'un triangle ſphérique rectangle.*

SOLUTION.

Soit dans le triangle rectangle APM la baſe $AP = x$ & le côté $PM = y$, & ayant tiré le méridien infiniment proche Omp, Fig. 1.

on aura $Pp = dx$ & $mn = dy$. De plus ayant $Mn = dx \cos y$, l'élément de l'aire $PMmp$ ſera $= dx\,dy \cos y$, en prenant dx pour conſtant. Donc l'aire même $PMmp$ ſera $= dx \sin y$, laquelle étant le differentiel de l'aire du triangle APM, celle-cy ſera $= \int dx \sin y$. Or nous avons trouvé $dx = \frac{dy \cos \zeta}{\cos y \sqrt{(\cos y^2 - \cos \zeta^2)}}$, où ζ marque l'angle PAM, & partant l'aire du triangle ſera $= \int \frac{dy \sin y \cos \zeta}{\cos y \sqrt{(\cos y^2 - \cos \zeta^2)}}$. Au lieu de y introduiſons l'angle $AMP = \theta$; & à cauſe de $\sin \theta = \frac{\cos \zeta}{\cos y}$ & $\cos \theta = \frac{\sqrt{(\cos y^2 - \cos \zeta^2)}}{\cos y}$, nous aurons $d\theta \cos \theta = \frac{dy \cos \zeta \sin y}{\cos y^2}$; donc $d\theta = \frac{dy \cos \zeta \sin y}{\cos y \sqrt{(\cos y^2 - \cos \zeta^2)}}$; de ſorte que l'aire du triangle cherchée devienne $= \int d\theta = \theta +$ Conſt. Pour aſſigner à cette conſtante ſa juſte valeur, il faut conſidérer, que l'aire doit évanouïr, lorsque le point M tombe en A, auquel cas l'angle θ devient $= 90° - \zeta$; donc il faut qu'il ſoit $90° - \zeta +$ Conſt $= 0$, & partant Conſt $= \zeta - 90°$. Par conſéquent l'aire cherchée du triangle APM ſera $= \zeta + \theta - 90°$; ou bien l'excès de la ſomme des deux angles PAM & AMP ſur un angle droit exprimera l'aire du triangle APM.

COROLL. 1.

15. Donc la ſomme des deux angles PAM & AMP eſt toujours plus grande qu'un angle droit, & l'excès eſt d'autant plus grand, plus l'aire du triangle ſera grande. Et un arc de grand cercle, meſure de cet excès, étant multiplié par le rayon de la ſphère donnera l'aire du triangle ſphérique.

COROLL. 2.

16. De là on déduira aiſément l'aire d'un triangle ſphérique quelconque : car, parce qu'un tel triangle ſe peut réſoudre en deux tri-

an-

angles rectangles, on trouvera ſon aire, lorsqu'on multiplie l'excès de la ſomme de ſes trois angles ſur 180° par le rayon de la ſphère.

PROBLEME IV.

17. *Sur la ſurface d'une ſphère étant donnés deux points quelconques* E & M, *trouver la ligne la plus courte* EM *entre ces deux points.*

SOLUTION.

Qu'on tire d'un des poles O à ces deux points les méridiens OE & OM, dont celui-cy ſoit regardé comme variable. Nommons le méridien $OE = a$; $OM = x$; & l'angle $EOM = y$. De plus ſoit pour les quantités cherchées l'arc $EM = s$, l'angle $OEM = \alpha$, & l'angle $OME = \Phi$; qui ſera variable avec les quantités x, y & s, tandis que a & α demeurent invariables. Qu'on tire le méridien infiniment proche Om, auquel on tire de M la perpendiculaire Mn, & on aura $mn = dx$; l'angle $MOm = dy$, & $Mn = dy \sin x$, prenant l'unité pour marquer le rayon de la ſphère. De là nous aurons $\text{tg}\,\Phi = \frac{Mn}{mn} = \frac{dy \sin x}{dx}$, ou bien $\sin \Phi = \frac{dy \sin x}{ds}$, & $\cos \Phi = \frac{dx}{ds}$. Or ayant $ds = V(dx^2 + dy^2 \sin x^2)$, il faut que cette formule $\int V(dx^2 + dy^2 \sin x^2)$ ſoit un *minimum*. Pour cet effet poſons $dy = p\,dx$, pour avoir cette formule $\int dx\, V(1 + pp \sin x^2) = \int Z\,dx$ à rendre la plus petite : de ſorte que $Z = V(1 + pp \sin x^2)$. Or en général, ſi l'on a $dZ = M dx + N dy + P dp$, l'équation pour le *minimum* eſt $N dx - dP = 0$: donc faiſant l'application à notre cas, nous avons $N = 0$; & $P = \frac{p \sin x^2}{V(1 + pp \sin x^2)}$. Mais à cauſe de $N = 0$, notre équation ſera $dP = 0$, & partant $P = \text{Conſt.}$ Par conſéquent

nous aurons $\frac{p \sin x^2}{V(1+pp\sin x^2)} = C$, ou $\frac{dy \sin x^2}{V(dx^2+dy^2\sin x^2)} = C$, c'eſt à dire $\frac{dy \sin x^2}{ds} = \sin x \sin \Phi = C$. Pour déterminer cette conſtante il faut conſidérer, que faiſant évanouïr l'angle $EOM = y$, il devient $x = a$, & $\Phi = 180° - \alpha$, ou $\sin \Phi = \sin \alpha$; donc dans ce cas nous avons $\sin a . \sin \alpha = C$. Par conſéquent la nature du *minimum* fournit l'équation : $\frac{dy \sin x^2}{V(dx^2+dy^2 \sin x^2)} = \sin a \sin \alpha$, Mais, il faut encore intégrer l'équation différentielle ; qui ſe change en celle-cy $dy = \frac{C\,dx}{\sin x V(\sin x^2 - CC)}$ remettant C pour $\sin a \sin \alpha$: & de là à cauſe de $ds = \frac{dy \sin x^2}{C}$ on aura encore $ds = \frac{dx \sin x}{V(\sin x^2 - CC)}$.

Or on trouvera par les régles de l'intégration :

$$y = -A \sin \frac{C \cos x}{\sin x V(1-CC)} + A \sin \frac{C \cos a}{\sin a V(1-CC)} =$$
$$-A \cos \frac{V(\sin x^2 - CC)}{\sin x V(1-CC)} + A \cos \frac{V(\sin a^2 - CC)}{\sin a V(1-CC)}.$$

$$s = -A \cos \frac{V(\sin x^2 - CC)}{V(1-CC)} + A \cos \frac{V(\sin a^2 - CC)}{V(1-CC)} =$$
$$-A \sin \frac{\cos x}{V(1-CC)} + A \sin \frac{\cos a}{V(1-CC)}.$$

Où les conſtantes ajoutées ſont telles, que faiſant $y = 0$ & $s = 0$, il devienne $x = a$. Mais les deux arcs de cercles étant réduits en un donneront $y = A \sin \frac{C \cos a V(\sin x^2 - CC) - C \cos x V(\sin a^2 - CC)}{(1-CC)\sin a \sin x}$,

$$s = A \sin \frac{\cos a V(\sin x^2 - CC) - \cos x V(\sin a^2 - CC)}{1-CC},$$ d'où

d'où nous tirons ces deux équations :

$(1-CC)\sin a \sin x \sin y = C\cos a\sqrt{(\sin x^2 - CC)} - C\cos x\sqrt{(\sin a^2 - CC)}$

$(1-CC)\sin s = \cos a\sqrt{(\sin x^2 - CC)} - \cos x\sqrt{(\sin a^2 - CC)}.$

Mais, en prenant les cosinus des angles y & s, nous aurons :

$(1-CC)\sin a \sin x \cos y = \sqrt{(\sin a^2 - CC)(\sin x^2 - CC)} + CC\cos a\cos x$

$(1-CC)\cos s = \sqrt{(\sin a^2 - CC)(\sin x^2 - CC)} + \cos a\cos x.$

Et remettant pour C sa valeur $\sin a \sin \alpha$, puisque

$$\sqrt{(\sin a^2 - CC)} = -\sin a\cos\alpha$$

car nous regardons ici l'angle α comme obtus, afin que l'angle φ soit depuis le point E aigu ; parce que posant $y = 0$, l'angle φ devient $180° - \alpha$, dont le cosinus est $-\cos\alpha$; nous aurons :

$(1 - \sin a^2 \sin\alpha^2)\sin x \sin y = \sin\alpha\cos a\sqrt{(\sin x^2 - \sin a^2\sin\alpha^2)} + \sin\alpha\cos\alpha\sin a\cos x$

$(1 - \sin a^2 \sin\alpha^2)\sin x \cos y = -\cos\alpha\sqrt{(\sin x^2 - \sin a^2\sin\alpha^2)} + \sin a\cos a\sin\alpha^2\cos x$

$(1 - \sin a^2 \sin\alpha^2)\sin s = \cos a\sqrt{(\sin x^2 - \sin a^2\sin\alpha^2)} + \sin a\cos\alpha\cos x$

$(1 - \sin a^2 \sin\alpha^2)\cos s = -\sin a\cos\alpha\sqrt{(\sin x^2 - \sin a^2\sin\alpha^2)} + \cos a\cos x$

auxquelles il faut ajouter $\sin x \sin\varphi = \sin a \sin\alpha$.

COROLL. I.

18. Puisque $\sin a \sin\alpha = \sin x \sin\varphi$, on aura :

$$\sqrt{(\sin x^2 - \sin a^2\sin\alpha^2)} = +\sin x\cos\varphi.$$

Donc nos quatre formules feront :

I. $(1-CC)\sin y = \sin\alpha\cos a\cos\varphi + \cos\alpha\cos x\sin\varphi$

II. $(1-CC)\cos y = -\cos\alpha\cos\varphi + \sin\alpha\cos a\cos x\sin\varphi$

III. $(1 - CC)\ \sin s = \cos a \sin x \cos \Phi + \sin a \cos \alpha \cos x$

IV. $(1 - CC)\ \cos s = -\sin a \cos \alpha \sin x \cos \Phi + \cos a \cos x$,

posant pour abréger CC, au lieu de $\sin a^2 \sin \alpha^2$, ou de $\sin x^2 \sin \Phi^2$.

COROLL. 2.

19. Ces quatre formules peuvent être combinées en plusieurs manieres differentes, d'où l'on pourra déduire des formules plus simples. D'abord prenons I. $\cos \alpha +$ II. $\sin \alpha \cos a$, & nous aurons :

$(1-CC)(\cos \alpha \sin y + \sin \alpha \cos a \cos y) = (\cos \alpha^2 + \sin \alpha^2 \cos a^2) \cos x \sin \Phi$,

or $\cos \alpha^2 + \sin \alpha^2 \cos a^2 = 1 - \sin \alpha^2 \sin a^2 = 1 - CC$, d'où nous tirons :

$$\cos \alpha \sin y + \sin \alpha \cos a \cos y = \cos x \sin \Phi = \frac{\sin a \sin \alpha}{\text{tang } x},$$

ou $\text{tang } x \sin y + \text{tang } \alpha \text{ tang } x \cos a \cos y = \text{tang } \alpha \sin a$.

COROLL. 3.

20. Faisons cette combinaison I. $\sin \alpha \cos a -$ II. $\cos \alpha$, pour avoir

$(1-CC)(\sin \alpha \cos a \sin y - \cos \alpha \cos y) = (\sin \alpha^2 \cos a^2 - \cos \alpha^2) \cos \Phi$

$= (1 - CC) \cos \Phi$,

d'où nous tirons en divisant par $1 - CC$

$$\sin \alpha \cos a \sin y - \cos \alpha \cos y = \cos \Phi.$$

COROLL. 4.

21. La combinaison I. $\sin x -$ III. $\sin \alpha$ donne

$(1 - CC)\ (\sin x \sin y - \sin \alpha \sin s) = 0$, ou bien

$\sin x \sin y = \sin \alpha \sin s$, d'où à cause de $\sin x \sin \Phi = \sin a \sin \alpha$, on tire $\sin a \sin y = \sin \Phi \sin s$, ou bien cette proportion :

$\sin a : \sin \Phi = \sin x : \sin \alpha = \sin s : \sin y$.

COROLL. 5.

22. Cette combinaiſon I. $\sin a \cos\alpha \sin x +$ IV. $\sin x \cos a$ donne
$(1-CC)(\sin a \cos\alpha \sin x \sin y + \sin\alpha \cos a \cos s) = \cos x (\sin a \cos\alpha^2 \sin x \sin\Phi + \sin\alpha \cos a^2)$
Or à cauſe de $\sin x \sin\Phi = \sin a \sin\alpha$, la valeur de cette formule ſera
$\sin\alpha \cos x (\sin a^2 \cos\alpha^2 + \cos\alpha^2) = (1-\sin a^2 \sin\alpha^2) \sin\alpha \cos x$
$= (1-CC) \sin\alpha \cos x$,
d'où en diviſant par $1-CC$ on obtiendra
$\sin a \cos\alpha \sin x \sin y + \sin\alpha \cos a \cos s = \sin\alpha \cos x$,
laquelle à cauſe de $\sin y = \frac{\sin\alpha \sin s}{\sin x}$, ſe change en :
$\sin a \cos\alpha \sin s + \cos a \cos s = \cos x$.

COROLL. 6.

23. Or cette combinaiſon I. $\cos a -$ IV. $\cos\alpha \sin\Phi$, donne
$(1-CC)(\cos a \sin y - \cos\alpha \sin\Phi \cos s = \cos\Phi (\sin\alpha \cos a^2 + \sin a \cos\alpha^2 \sin x \sin\Phi)$,
dont la valeur à cauſe de $\sin x \sin\Phi = \sin a \sin\alpha$, ſera :
$\sin\alpha \cos\Phi (\cos a^2 + \sin a^2 \cos\alpha^2) = (1-CC) \sin\alpha \cos\Phi$.
Donc diviſant par $1-CC$, on aura
$\cos a \sin y - \cos\alpha \sin\Phi \cos s = \sin\alpha \cos\Phi$,
qui à cauſe de $\sin y = \frac{\sin\Phi \sin s}{\sin a}$, ſe change en celle-cy :
$\cos a \sin\Phi \sin s - \sin a \cos\alpha \sin\Phi \cos s = \sin a \sin\alpha \cos\Phi$,
ou bien $\operatorname{tang}\Phi \sin s - \cos\alpha \operatorname{tang} a \operatorname{tang}\Phi \cos s = \sin\alpha \operatorname{tang} a$.

COROLL. 7.

24. Conſidérons cette combinaiſon II. $\cos a \sin x +$ III. $\cos\alpha$, qui donne

$(1-$

$(1-CC)(\cos a \sin x \cos y + \cos \alpha \sin s) = \cos x\,(\sin \alpha \cos a^2 \sin x \sin \Phi + \sin a \cos \alpha^2)$,

dont la valeur, à cauſe de $\sin x \sin \Phi = \sin a \sin \alpha$, ſera

$\sin a \cos x\,(\sin \alpha^2 \cos a^2 + \cos \alpha^2) = (1 - CC) \sin a \cos x$.

Donc diviſant par $1 - CC$, on aura

$$\cos a \sin x \cos y + \cos \alpha \sin s = \sin a \cos x,$$

& à cauſe de $\sin s = \frac{\sin x \sin y}{\sin \alpha}$, on obtiendra

$$\sin \alpha \cos a \sin x \cos y + \cos \alpha \sin x \sin y = \sin \alpha \sin a \cos x,$$

ou $\operatorname{tang} \alpha \cos a \operatorname{tang} x \cos y + \operatorname{tang} x \sin y = \operatorname{tang} \alpha \sin a$, tout comme §. 19.

COROLL. 8.

25. Cette combinaiſon $-$II. $\sin a \cos \alpha +$ III. $\cos a \sin \alpha \sin \Phi$ donne

$(1-CC)(\cos a \sin \alpha \sin s \sin \Phi - \sin a \cos \alpha \cos y) = \cos \Phi\,(\sin a \cos \alpha^2 + \cos a^2 \sin \alpha \sin x \sin \Phi)$,

dont la valeur à cauſe de $\sin x \sin \Phi = \sin a \sin \alpha$, eſt

$\sin a \cos \Phi\,(\cos \alpha^2 + \cos a^2 \sin \alpha^2) = (1 - CC) \sin a \cos \Phi$.

Donc diviſant par $1 - CC$, on aura :

$$\cos a \sin \alpha \sin s \sin \Phi - \sin a \cos \alpha \cos y = \sin a \cos \Phi.$$

Or ayant $\sin s = \frac{\sin a \sin y}{\sin \Phi}$, on obtiendra

$\cos a \sin \alpha \sin y - \cos \alpha \cos y = \cos \Phi$, tout comme §. 20.

COROLL. 9.

26. Or cette combinaiſon II. $\sin a \sin x -$ IV. 1 donne

$(1-CC)(\sin a \sin x \cos y - \cos s) = \cos a \cos x\,(\sin a \sin \alpha \sin x \sin \Phi - 1)$,

dont la valeur à cauſe de $\sin x \sin \Phi = \sin a \sin \alpha$, eſt

$\cos a \cos x\,(\sin a^2 \sin \alpha^2 - 1) = -(1 - CC) \cos a \cos x$.

Donc

Donc, diviſant par $-(1-CC)$, on aura

$$\text{cof}\, s - \text{ſin}\, a\, \text{ſin}\, x\, \text{cof}\, y = \text{cof}\, a\, \text{cof}\, x.$$

COROLL. 10.

27. Cette combinaiſon II. $1 -$ IV. $\text{ſin}\, \alpha\, \text{ſin}\, \Phi$ donne

$$(1-CC)(\text{cof}\, y - \text{ſin}\, a\, \text{ſin}\, \Phi\, \text{cof}\, s) = \text{cof}\, a\, \text{cof}\, \Phi\, (\text{ſin}\, a\, \text{ſin}\, \alpha\, \text{ſin}\, x\, \text{ſin}\, \Phi - 1),$$

donc : $\text{ſin}\, \alpha\, \text{ſin}\, \Phi\, \text{cof}\, s - \text{cof}\, y = \text{cof}\, \alpha\, \text{cof}\, \Phi.$

COROLL. 11.

28. Cette combinaiſon III. $\text{ſin}\, a\, \text{cof}\, \alpha +$ IV. $\text{cof}\, a$ donne

$$(1-CC)(\text{ſin}\, a\, \text{cof}\, \alpha\, \text{ſin}\, s + \text{cof}\, a\, \text{cof}\, s) = \text{cof}\, x\, (\text{ſin}\, a^2\, \text{cof}\, \alpha^2 + \text{cof}\, a^2)$$

donc : $\text{ſin}\, a\, \text{cof}\, \alpha\, \text{ſin}\, s + \text{cof}\, a\, \text{cof}\, s = \text{cof}\, x,$ tout comme §. 22.

COROLL. 12.

29. Enfin cette combinaiſon III. $\text{cof}\, a -$ IV. $\text{ſin}\, a\, \text{cof}\, \alpha$ donne

$$(1-CC)(\text{cof}\, a\, \text{ſin}\, s - \text{ſin}\, a\, \text{cof}\, \alpha\, \text{cof}\, s) = \text{ſin}\, x\, \text{cf}\, \Phi\, (\text{cf}\, a^2 + \text{ſin}\, a^2\, \text{cf}\, \alpha^2),$$

donc : $\text{cof}\, a\, \text{ſin}\, s - \text{ſin}\, a\, \text{cof}\, \alpha\, \text{cof}\, s = \text{ſin}\, x\, \text{cof}\, \Phi = \dfrac{\text{ſin}\, a\, \text{ſin}\, \alpha\, \text{cof}\, \Phi}{\text{ſin}\, \Phi},$

ou $\text{tang}\, \Phi\, \text{ſin}\, s - \text{tang}\, a\, \text{tang}\, \Phi\, \text{cof}\, \alpha\, \text{cof}\, s = \text{tang}\, a\, \text{ſin}\, \alpha,$ tout comme §. 23.

PROBLEME V.

30. *Trouver les propriétés entre les côtés & les angles d'un triangle ſphérique quelconque.* Fig. 4.

SOLUTION.

Quel que ſoit le triangle ſphérique propoſé ABC, on peut regarder un de ſes angles A comme le pole de la ſphère ; & alors les côtés AB & AC ſeront deux méridiens, & le troiſième côté BC la ligne la plus courte, qui puiſſe être tirée ſur la ſurface de la ſphère

du point B au point C ; de ſorte que ce triangle ABC puiſſe être comparé avec la figure FCM, que nous venons de conſidérer dans le problème précedent. Donc, ſi nous employons les lettres A, B, C, pour marquer les angles du même nom, & que nous poſions les côtés $AB = c$; $AC = b$ & $BC = a$, les dénominations précedentes ſe réduiront aux préſentes de cette maniere :

Dénominations précedentes :	a ;	x ;	s ;	y ;	α ;	φ
Dénominations préſentes :	c ;	b ;	a ;	A ;	B ;	C

Maintenant les formules trouvées dans les corollaires du problème précedent nous fourniront pour le triangle ſphérique ABC les propriétés ſuivantes :

I. $\text{ſin } a : \text{ſin A} = \text{ſin } b : \text{ſin B} = \text{ſin } c : \text{ſin C}$ par (21)

II.
- $\text{cof C} = \text{cof } c.\ \text{ſin A.ſin B} - \text{cof A.cof B}$ par §. 20.
- $\text{cof B} = \text{cof } b.\ \text{ſin A.ſin C} - \text{cof A.cof C}$ par analogie
- $\text{cof A} = \text{cof } a.\ \text{ſin B.ſin C} - \text{cof B.cof C}$ par §. 27.

III.
- $\text{cof } c = \text{cof C.ſin } a.\ \text{ſin } b + \text{cof } a.\ \text{cof } b$ par analogie
- $\text{cof } b = \text{cof B.ſin } a.\ \text{ſin } c + \text{cof } a.\ \text{cof } c$ par §. 22.
- $\text{cof } a = \text{cof A.ſin } b.\ \text{ſin } c + \text{cof } b.\ \text{cof } c$ par §. 26.

IV.
- $\text{ſin } a.\text{tang C} - \text{ſin B.tang } c = \text{cof } a.\text{cof B.tg C.tg } c$ par §. 23.
- $\text{ſin } b.\text{tang A} - \text{ſin C.tang } a = \text{cof } b.\text{cof C.tg A.tg } a$ par analogie
- $\text{ſin } c.\text{tang B} - \text{ſin A.tang } b = \text{cof } c.\text{cof A.tg B.tg } b$ par §. 19.

Et c'eſt à ces quatre propriétés, que ſe réduiſent toutes les formules, que nous avons trouvées dans le problème précedent.

COROLL. 1.

31. La premiére propriété renferme la qualité très connuë de tous les triangles ſphériques, par laquelle nous ſavons, que les ſinus des côtés ont entr'eux le même rapport, que les ſinus des angles, qui leur ſont oppoſés.

COROLL. 2.

32. Donc, ſi nous connoiſſons dans un triangle ſphérique un côté avec ſon angle oppoſé, & outre cela un autre angle, ou côté, nous trouverons d'abord le côté, ou l'angle qui lui eſt oppoſé.

COROLL. 3.

33. Chacune des formules, que nous venons de trouver, ne renferme que quatre quantités, qui appartiennent au triangle, & partant ſi l'on en connoit trois, on en pourra déterminer la quatrième.

COROLL. 4.

34. C'eſt donc de là qu'on pourra tirer les régles pour la reſolution de tous les triangles ſphériques. Ou comme il y a ſix choſes en chaque triangle, ſavoir les trois côtés & les trois angles, ſi l'on en connoit trois, on en pourra trouver les trois autres : comme nous allons voir dans les problèmes ſuivans.

PROBLEME VI.

35. *Dans un triangle ſphérique étant donnés les trois côtés, trouver les angles.* Fig. 4.

SOLUTION.

Soient donnés dans le triangle ſphérique ABC les trois côtés AB $=c$; AC $=b$ & BC $=a$; & qu'il faille chercher les trois angles A, B & C ; cela ſe fera par le moyen de la troiſième propriété, qui nous fournit :

$$\text{cof A} = \frac{\text{cof}\,a - \text{cof}\,b.\,\text{cof}\,c}{\text{ſin}\,b.\,\text{ſin}\,c}$$

$$\text{cof B} = \frac{\text{cof}\,b - \text{cof}\,a.\,\text{cof}\,c}{\text{ſin}\,a.\,\text{ſin}\,c}$$

$$\text{cof C} = \frac{\text{cof}\,c - \text{cof}\,a.\,\text{cof}\,b}{\text{ſin}\,a.\,\text{ſin}\,b}$$

COROLL. 1.

36. Nous aurons donc :

$$1 - \text{cof A} = \frac{\text{fin } b.\ \text{fin } c + \text{cof } b.\ \text{cof } c - \text{cof } a}{\text{fin } b.\ \text{fin } c},$$

ou bien $$1 - \text{cof A} = \frac{\text{cof } (b - c) - \text{cof } a}{\text{fin } b.\ \text{fin } c},$$

à cauſe de $$\text{cof } (b - c) = \text{cof } b.\ \text{cof } c + \text{fin } b.\ \text{fin } c.$$

COROLL. 2.

37. Or, puiſqu'il eſt en général

$$\text{cof } p - \text{cof } q = 2\ .\ \text{fin } \tfrac{1}{2}\ (q - p).\ \text{fin } \tfrac{1}{2}\ (p + q)$$

notre formule ſe changera en celle-cy :

$$1 - \text{cof A} = \frac{2\ \text{fin } \frac{1}{2}\ (a - b + c)\ \text{fin } \frac{1}{2}\ (a + b - c)}{\text{fin } b\ \text{fin } c}.$$

Donc, puiſque $1 - \text{cof A} = 2\ (\text{fin } \frac{1}{2}\ \text{A})^2$, nous aurons :

$$\text{fin } \tfrac{1}{2}\ \text{A} = \sqrt{\frac{\text{fin } \frac{1}{2}\ (a - b + c).\ \text{fin } \frac{1}{2}\ (a + b - c)}{\text{fin } b.\ \text{fin } c}},$$ & de même

$$\text{fin } \tfrac{1}{2}\ \text{B} = \sqrt{\frac{\text{fin } \frac{1}{2}\ (b - a + c).\ \text{fin } \frac{1}{2}\ (b + a - c)}{\text{fin } a\ \text{fin } c}}$$

$$\text{fin } \tfrac{1}{2}\ \text{C} = \sqrt{\frac{\text{fin } \frac{1}{2}\ (c - a + b).\ \text{fin } \frac{1}{2}\ (c + a - b)}{\text{fin } a.\ \text{fin } b}}.$$

COROLL. 3.

38. En ajoutant l'unité aux coſinus trouvés on aura

$$1 + \text{cof A} = \frac{\text{cof } a - \text{cof } b.\ \text{cof } c + \text{fin } b\ \text{fin } c}{\text{fin } b.\ \text{fin } c} = \frac{\text{cof } a - \text{cof } (b + c)}{\text{fin } b.\ \text{fin } c}.$$

Donc, puiſque $1 + \text{cof A} = 2\ (\text{cof } \frac{1}{2}\ \text{A})^2$, la même converſion donnera

cof

$$\text{cof}\tfrac{1}{2}\,A = \sqrt{\frac{\sin\tfrac{1}{2}(b+c-a)\cdot\sin\tfrac{1}{2}(b+c+a)}{\sin b\cdot\sin c}}$$

$$\text{cof}\tfrac{1}{2}\,B = \sqrt{\frac{\sin\tfrac{1}{2}(a+c-b)\cdot\sin\tfrac{1}{2}(a+c+b)}{\sin a\cdot\sin b}}$$

$$\text{cof}\tfrac{1}{2}\,C = \sqrt{\frac{\sin\tfrac{1}{2}(a+b-c)\cdot\sin\tfrac{1}{2}(a+b+c)}{\sin a\cdot\sin b}}$$

COROLL. 4.

39. De là on tirera les tangentes des demi-angles A, B, C :

$$\text{tang}\tfrac{1}{2}\,A = \sqrt{\frac{\sin\tfrac{1}{2}(a-b+c)\sin\tfrac{1}{2}(a+b-c)}{\sin\tfrac{1}{2}(b+c-a)\sin\tfrac{1}{2}(b+c+a)}}$$

$$\text{tang}\tfrac{1}{2}\,B = \sqrt{\frac{\sin\tfrac{1}{2}(b-a+c)\sin\tfrac{1}{2}(b+a-c)}{\sin\tfrac{1}{2}(a+c-b)\sin\tfrac{1}{2}(a+c+b)}}$$

$$\text{tang}\tfrac{1}{2}\,C = \sqrt{\frac{\sin\tfrac{1}{2}(c-a+b)\sin\tfrac{1}{2}(c+a-b)}{\sin\tfrac{1}{2}(a+b-c)\sin\tfrac{1}{2}(a+b+c)}}$$

COROLL. 5.

40. Ces formules ſont fort commodes pour faire le calcul par le moyen des logarithmes. Or ayant trouvé un des angles comme A, on trouvera les deux autres plus facilement; par la premiere propriété on aura : $\sin B = \frac{\sin b \sin A}{\sin a}$ & $\sin C = \frac{\sin c \sin A}{\sin a}$, pourvu qu'on ſache ſi ces angles ſont plus grands ou plus petits qu'un angle droit : mais en ſe ſervant des formules trouvées cette ambiguité évanouït, puisqu'on trouve les moitiés des angles, qui ſont toujours plus petites qu'un angle droit.

COROLL. 6.

41. Les tangentes des demi-angles fourniſſent encore des formules remarquables, car multipliant deux enſemble on aura :

$$\text{tang } \tfrac{1}{2} A \text{ tang } \tfrac{1}{2} B = \frac{\text{ſin } \frac{1}{2}(a+b-c)}{\text{ſin } \frac{1}{2}(a+b+c)},$$

& puiſque $\text{ſin } p + \text{ſin } q = 2 \text{ ſin } \frac{1}{2}(p+q) \text{ coſ } \frac{1}{2}(p-q)$

& $\text{ſin } p - \text{ſin } q = 2 \text{ ſin } \frac{1}{2}(p-q) \text{ coſ } \frac{1}{2}(p+q)$

on obtiendra : $1 + \text{tang } \frac{1}{2} A \text{ tang } \frac{1}{2} B = \frac{2 \text{ ſin } \frac{1}{2}(a+b) \text{ coſ } \frac{1}{2} c}{\text{ſin } \frac{1}{2}(a+b+c)}$

& $1 - \text{tang } \frac{1}{2} A \text{ tang } \frac{1}{2} B = \frac{2 \text{ ſin } \frac{1}{2} c \text{ coſ } \frac{1}{2}(a+b)}{\text{ſin } \frac{1}{2}(a+b+c)}.$

COROLL. 7.

42. De même en ajoutant ou ſoutrayant deux de ces tangentes, on aura :

$$\text{tang } \tfrac{1}{2} A \pm \text{tang } \tfrac{1}{2} B = \frac{(\text{ſin } \frac{1}{2}(a+c-b) \pm \text{ſin } \frac{1}{2}(b+c-a)) \sqrt{\text{ſin } \frac{1}{2}(a+b-c)}}{\sqrt{\text{ſin } \frac{1}{2}(b+c-a) \text{ ſin } \frac{1}{2}(a+c-b) \text{ ſin } \frac{1}{2}(a+b+c)}}$$

ou $\text{tang } \frac{1}{2} A \pm \text{tang } \frac{1}{2} B = \frac{\text{ſin } \frac{1}{2}(a+c-b) \pm \text{ſin } \frac{1}{2}(b+c-a)}{\text{tang } \frac{1}{2} C \text{ ſin } \frac{1}{2}(a+b+c)},$

ſi l'on introduit la valeur de la tangente de $\frac{1}{2} C$. Donc, en employant la réduction enſeignée auparavant, nous aurons ces deux équations :

$$\text{tang } \tfrac{1}{2} A + \text{tang } \tfrac{1}{2} B = \frac{2 \text{ ſin } \frac{1}{2} c . \text{coſ } \frac{1}{2}(a-b)}{\text{tang } \frac{1}{2} C . \text{ſin } \frac{1}{2}(a+b+c)}$$

$$\text{tang } \tfrac{1}{2} A - \text{tang } \tfrac{1}{2} B = \frac{2 \text{ ſin } \frac{1}{2}(a-b) . \text{coſ } \frac{1}{2} c}{\text{tang } \frac{1}{2} C \text{ ſin } \frac{1}{2}(a+b+c)}.$$

COROLL. 8.

43. Or, puiſque $\text{tang } \frac{1}{2}(A+B) = \frac{\text{tang } \frac{1}{2} A + \text{tang } \frac{1}{2} B}{1 - \text{tang } \frac{1}{2} A \text{ tang } \frac{1}{2} B}$;

nous trouverons par les formules des deux corollaires précedens :

tang

$$\text{tang}\,\tfrac{1}{2}(A+B) = \frac{\text{cof}\,\tfrac{1}{2}(a-b)}{\text{tang}\,\tfrac{1}{2}C.\,\text{cof}\,\tfrac{1}{2}(a+b)} \quad \text{\& de même}$$

$$\text{tang}\,\tfrac{1}{2}(A+C) = \frac{\text{cof}\,\tfrac{1}{2}(a-c)}{\text{tang}\,\tfrac{1}{2}B.\,\text{cof}\,\tfrac{1}{2}(a+c)}$$

$$\text{tang}\,\tfrac{1}{2}(B+C) = \frac{\text{cof}\,\tfrac{1}{2}(b-c)}{\text{tang}\,\tfrac{1}{2}A.\,\text{cof}\,\tfrac{1}{2}(b+c)}.$$

COROLL. 9.

44. De même, puisque $\text{tang}\,\tfrac{1}{2}(A-B) = \frac{\text{tang}\,\tfrac{1}{2}A - \text{tang}\,\tfrac{1}{2}B}{1+\text{tang}\,\tfrac{1}{2}A.\,\text{tang}\,\tfrac{1}{2}B}$, nous aurons :

$$\text{tang}\,\tfrac{1}{2}(A-B) = \frac{\text{fin}\,\tfrac{1}{2}(a-b)}{\text{tang}\,\tfrac{1}{2}C.\,\text{fin}\,\tfrac{1}{2}(a+b)} \quad \text{\& de même}$$

$$\text{tang}\,\tfrac{1}{2}(A-C) = \frac{\text{fin}\,\tfrac{1}{2}(a-c)}{\text{tang}\,\tfrac{1}{2}B.\,\text{fin}\,\tfrac{1}{2}(a+c)}$$

$$\text{tang}\,\tfrac{1}{2}(B-C) = \frac{\text{fin}\,\tfrac{1}{2}(b-c)}{\text{tang}\,\tfrac{1}{2}A.\,\text{fin}\,\tfrac{1}{2}(b+c)}.$$

PROBLEME VII.

45. *Dans un triangle ſphérique étant donnés les trois angles, trouver les trois côtés.* Fig. 4.

SOLUTION.

Soit ABC le triangle ſphérique, duquel ſoient donnés les trois angles A, B, C ; & qu'il faille chercher les trois côtés

$$AB = c \; ; \quad AC = b \quad \& \quad BC = a.$$

Or la propriété II. du §. 30. nous fournira les coſinus de ces côtés exprimés de la maniere ſuivante :

cof

$$\text{cof } a = \frac{\text{cof A} + \text{cof B. cof C}}{\text{fin B. fin C}}$$

$$\text{cof } b = \frac{\text{cof B} + \text{cof A. cof C}}{\text{fin A. fin C}}$$

$$\text{cof } c = \frac{\text{cof C} + \text{cof A. cof B}}{\text{fin A. fin B}}.$$

COROLL. 1.

46. De là nous tirerons d'abord les formules suivantes :

$$1 - \text{cof } a = - \frac{\text{cof A} - \text{cof (B} + \text{C)}}{\text{fin B. fin C}}$$

$$1 - \text{cof } a = \frac{\text{cof A} + \text{cof (B} - \text{C)}}{\text{fin B fin C}}$$

Or, puisqu'il eſt en général $\text{cof } p + \text{cf } q = 2 \text{ cf } \frac{1}{2}(p+q) \text{cf } \frac{1}{2}(p-q)$ nous aurons :

$$1 - \text{cof } a = - \frac{2 \text{ cof } \frac{1}{2}(\text{A} + \text{B} + \text{C}) \text{ cof } \frac{1}{2}(\text{B} + \text{C} - \text{A})}{\text{fin B. fin C}}$$

$$1 + \text{cof } a = \frac{2 \text{ cof } \frac{1}{2}(\text{A} + \text{B} - \text{C}) \text{ cof } \frac{1}{2}(\text{A} - \text{B} + \text{C})}{\text{fin B. fin C}}.$$

COROLL. 2.

47. Donc, puisque $1 - \text{cof } a = 2 (\text{fin } \frac{1}{2} a)^2$ & $1 + \text{cof } a = 2 (\text{cof } \frac{1}{2} a)^2$, nous obtiendrons les formules suivantes :

$$\text{fin } \tfrac{1}{2} a = \sqrt{\frac{\text{cof } \frac{1}{2}(\text{A} + \text{B} + \text{C}) \text{ cof } \frac{1}{2}(\text{B} + \text{C} - \text{A}}{\text{fin B..fin C}}}$$

$$\text{fin } \tfrac{1}{2} b = \sqrt{\frac{\text{cof } \frac{1}{2}(\text{A} + \text{B} + \text{C}) \text{ cof } \frac{1}{2}(\text{A} + \text{C} - \text{B})}{\text{fin A. fin C}}}$$

$$\text{fin } \tfrac{1}{2} c = \sqrt{\frac{\text{cof } \frac{1}{2}(\text{A} + \text{B} + \text{C}) \text{ cof } \frac{1}{2}(\text{A} + \text{B} - \text{C})}{\text{fin A. fin B}}}$$

où

où il faut remarquer, puisque la ſomme des angles $A+B+C$ eſt toujours plus grande que deux droits, la demi-ſomme eſt plus grande qu'un angle droit, & partant ſon coſinus negatif.

COROLL. 3.

48. Pour les coſinus des demi-côtés on aura :

$$\text{cof } \tfrac{1}{2} a = \sqrt{\frac{\text{cof } \frac{1}{2}(A+B-C)\,\text{cof } \frac{1}{2}(A-B+C)}{\text{ſin B. ſin C}}}$$

$$\text{cof } \tfrac{1}{2} b = \sqrt{\frac{\text{cof } \frac{1}{2}(B+A-C)\,\text{cof } \frac{1}{2}(B-A+C)}{\text{ſin A. ſin C}}}$$

$$\text{cof } \tfrac{1}{2} c = \sqrt{\frac{\text{cof } \frac{1}{2}(C+A-B)\,\text{cof } \frac{1}{2}(C-A+B)}{\text{ſin A. ſin B}}}$$

& ces formules facilitent l'uſage des logarithmes.

COROLL. 4.

49. Des ſinus & coſinus des demi-côtés on tirera aiſément leurs tangentes ; qui ſeront :

$$\text{tang } \tfrac{1}{2} a = \sqrt{-\frac{\text{cof } \frac{1}{2}(A+B+C)\,\text{cof } \frac{1}{2}(B+C-A)}{\text{cof } \frac{1}{2}(A+B-C)\,\text{cof } \frac{1}{2}(A-B+C)}}$$

$$\text{tang } \tfrac{1}{2} b = \sqrt{-\frac{\text{cof } \frac{1}{2}(A+B+C)\,\text{cof } \frac{1}{2}(A+C-B)}{\text{cof } \frac{1}{2}(B+A-C)\,\text{cof } \frac{1}{2}(B-A+C)}}$$

$$\text{tang } \tfrac{1}{2} c = \sqrt{-\frac{\text{cof } \frac{1}{2}(A+B+C)\,\text{cof } \frac{1}{2}(A+B-C)}{\text{cof } \frac{1}{2}(C+A-B)\,\text{cof } \frac{1}{2}(C-A+B)}}$$

où l'on pourra auſſi aiſément ſe ſervir du calcul des logarithmes.

COROLL. 5.

50. En multipliant deux de ces tangentes enſemble, on en tirera

$$\text{tang } \tfrac{1}{2} a.\,\text{tang } \tfrac{1}{2} b = -\frac{\text{cof } \frac{1}{2}(A+B+C)}{\text{cof } \frac{1}{2}(A+B-C)}$$

Or de là on derivera les deux formules ſuivantes :

$$1 - \text{tang}\tfrac{1}{2}a.\,\text{tang}\tfrac{1}{2}b = \frac{2\,\text{cof}\tfrac{1}{2}(A+B)\,\text{cof}\tfrac{1}{2}C}{\text{cof}\tfrac{1}{2}(A+B-C)}$$

$$1 + \text{tang}\tfrac{1}{2}a.\,\text{tang}\tfrac{1}{2}b = \frac{2\,\text{ſin}\tfrac{1}{2}C\,\text{ſin}\tfrac{1}{2}(A+B)}{\text{cof}\tfrac{1}{2}(A+B-C)}.$$

COROLL. 6.

51. Et ſi nous ajoutons, ou ſoutrayons, deux des formules enſemble, nous obtiendrons : $\text{tang}\tfrac{1}{2}a \pm \text{tang}\tfrac{1}{2}b =$

$$= \frac{(\text{cof}\tfrac{1}{2}(B+C-A) \pm \text{cof}\tfrac{1}{2}(A+C-B))\sqrt{-\text{cof}\tfrac{1}{2}(A+B+C)}}{\sqrt{\text{cof}\tfrac{1}{2}(A+B-C)\,\text{cof}\tfrac{1}{2}(A+C-B)\,\text{cof}\tfrac{1}{2}(B+C-A)}}$$

Or ayant $\text{tang}\tfrac{1}{2}c = \sqrt{-\dfrac{\text{cof}\tfrac{1}{2}(A+B+C)\,\text{cf}\tfrac{1}{2}(A+B-C)}{\text{cof}\tfrac{1}{2}(C+A-B)\,\text{cf}\tfrac{1}{2}(C-A+B)}}$, on aura

$$\text{tang}\tfrac{1}{2}a \pm \text{tang}\tfrac{1}{2}b = \frac{(\text{cof}\tfrac{1}{2}(B+C-A) \pm \text{cof}\tfrac{1}{2}(A+C-B))\,\text{tang}\tfrac{1}{2}c}{\text{cof}\tfrac{1}{2}(A+B-C)}.$$

COROLL. 7.

52. De là on trouvera par les réductions enſeignes :

$$\text{tang}\tfrac{1}{2}a + \text{tang}\tfrac{1}{2}b = \frac{2\,\text{cof}\tfrac{1}{2}C\,\text{cof}\tfrac{1}{2}(A-B)\,\text{tang}\tfrac{1}{2}c}{\text{cof}\tfrac{1}{2}(A+B-C)}, \quad \&$$

$$\text{tang}\tfrac{1}{2}a - \text{tang}\tfrac{1}{2}b = \frac{2\,\text{ſin}\tfrac{1}{2}(A-B)\,\text{ſin}\tfrac{1}{2}C\,\text{tang}\tfrac{1}{2}c}{\text{cof}\tfrac{1}{2}(A+B-C)}.$$

COROLL. 8.

53. Nous trouverons donc comme cy-deſſus :

$$\text{tang}\tfrac{1}{2}(a+b) = \frac{\text{cof}\tfrac{1}{2}(A-B)}{\text{cof}\tfrac{1}{2}(A+B)}\,\text{tang}\tfrac{1}{2}c$$

$$\text{tang}\tfrac{1}{2}(a+c) = \frac{\text{cof}\tfrac{1}{2}(A-C)}{\text{cof}\tfrac{1}{2}(A+C)}\,\text{tang}\tfrac{1}{2}b$$

$$\text{tang}\tfrac{1}{2}(b+c) = \frac{\text{cof}\tfrac{1}{2}(B-C)}{\text{cof}\tfrac{1}{2}(B+C)}\,\text{tang}\tfrac{1}{2}a.$$

co-

COROLL. 9.

54. De même les tangentes des demi differences des côtés feront:

$$\text{tang } \tfrac{1}{2}(a-b) = \frac{\text{ſin } \tfrac{1}{2}(A-B)}{\text{ſin } \tfrac{1}{2}(A+B)} \text{ tang } \tfrac{1}{2} c$$

$$\text{tang } \tfrac{1}{2}(a-c) = \frac{\text{ſin } \tfrac{1}{2}(A-C)}{\text{ſin } \tfrac{1}{2}(A+C)} \text{ tang } \tfrac{1}{2} b$$

$$\text{tang } \tfrac{1}{2}(b-c) = \frac{\text{ſin } \tfrac{1}{2}(B-C)}{\text{ſin } \tfrac{1}{2}(B+C)} \text{ tang } \tfrac{1}{2} a.$$

L'uſage de ces formules ſera d'une grande importance dans les problèmes ſuivans.

PROBLEME VIII.

55. *Dans un triangle ſphérique étant donnés deux côtés avec l'angle compris entr'eux, trouver le troiſième côté & les deux autres angles.* Fig. 4.

SOLUTION.

Soit ABC le triangle, auquel ſoient donnés les deux côtés $AB = c$ $AC = b$ avec l'angle A compris entr'eux : & qu'il faille chercher le côté $BC = a$, & les angles B & C.

La troiſième formule de la troiſième propriété donne d'abord

$$\text{cof } a = \text{cof A ſin } b. \text{ ſin } c + \text{cof } b. \text{ cof } c,$$

& la troiſième formule de la quatrième propriété fournit l'angle B,

$$\text{tang B} = \frac{\text{ſin A tang } b}{\text{ſin } c - \text{tang } b. \text{ cof } c. \text{ cof A}}$$

d'où l'on tire par analogie :

$$\text{tang C} = \frac{\text{ſin A tang } c}{\text{ſin } b - \text{tang } c. \text{ cof } b. \text{ cof A}}.$$

Or les expreſſions pour les cotangentes ſeront plus commodes, de-ſorte qu'on aura pour la ſolution les formules ſuivantes :

$$\text{cof } a = \text{cof A fin } b . \text{ fin } c + \text{cof } b . \text{ cof } c$$

$$\text{cot B} = \frac{\text{fin } c \text{ cot } b - \text{cof } c \text{ cof A}}{\text{fin A}}$$

$$\text{cot C} = \frac{\text{fin } b \text{ cot } c - \text{cof } b . \text{ cof A}}{\text{fin A}}.$$

COROLL. 1.

56. Puisque $\text{cof } b . \text{ cof } c = \frac{1}{2} \text{ cof } (b-c) + \frac{1}{2} \text{ cof } (b+c)$ & $\text{fin } b \text{ fin } c = \frac{1}{2} \text{ cof } (b-c) - \frac{1}{2} \text{ cof } (b+c)$, le cosinus du côté a pourra être exprimé par l'addition & soustraction des simples cosinus de cette maniere :

$$\text{cof } a = \tfrac{1}{4} \text{cf}(\text{A}-b+c) + \tfrac{1}{4} \text{cf}(\text{A}+b-c) - \tfrac{1}{4} \text{cf}(\text{A}-b-c) - \tfrac{1}{4} \text{cf}(\text{A}+b+c) + \tfrac{1}{2} \text{cof}(b-c) + \tfrac{1}{2} \text{cof}(b+c).$$

COROLL. 2.

57. Mais si l'on veut se servir des logarithmes, cette formule est moins commode. Cependant on y pourra appliquer les logarithmes en y introduisant un nouveau angle u, posant

$$\text{tang } u = \frac{\text{cof A fin } b}{\text{cof } b}, \quad \text{ou bien soit} \quad \text{tang } u = \text{cof A tang } b ;$$

& ayant trouvé cet angle u on aura :

$$\text{cof } a = \text{tang } u \text{ cof } b \text{ fin } c + \text{cof } b \text{ cof } c = \frac{\text{cof } b \text{ cof } (c-u)}{\text{cof } u},$$

d'où l'on trouvera aisément le côté a par le moyen des logarithmes.

COROLL. 3.

58. La même introduction de l'angle u, de sorte que $\text{tg } u = \text{cf A tg } b$, rend aussi les autres formules propres à y appliquer les logarithmes ; car on aura :

$$\text{tang B} = \frac{\text{fin A tang } b}{\text{fin } c - \text{tg } u \text{ cf } c} = \frac{\text{fin A tang } b \text{ cof } u}{\text{fin } (c-u)} = \frac{\text{tang A fin } u}{\text{fin } (c-u)}.$$

Pour l'autre angle C on le trouvera par la régle $\text{fin C} = \frac{\text{fin A} . \text{fin } c}{\text{fin } a}$.

co-

COROLL. 4.

59. Mais la plus commode recherche des angles B & C ſe tirera des formules données dans les §§. 43. & 44. d'où l'on aura :

$$\text{tang } \tfrac{1}{2}(B+C) = \frac{\text{cof } \frac{1}{2}(b-c)}{\text{cof } \frac{1}{2}(b+c)} \text{ cot } \tfrac{1}{2} A$$

$$\text{tang } \tfrac{1}{2}(B-C) = \frac{\text{ſin } \frac{1}{2}(b-c)}{\text{ſin } \frac{1}{2}(b+c)} \text{ cot } \tfrac{1}{2} A.$$

Car ayant la moitié de leur ſomme avec la moitié de leur difference, on aura chacun à part, & de là on pourra enſuite conclure le côté a, par la régle $\text{ſin } a = \frac{\text{ſin } b}{\text{ſin } B} \text{ ſin } A = \frac{\text{ſin } c}{\text{ſin } C} \text{ ſin } A$.

PROBLEME IX.

60. *Dans un triangle ſphérique étant donnés deux angles avec le côté compris entr'eux, trouver le troiſième angle avec les deux côtés.* Fig. 4.

SOLUTION.

Soit ABC le triangle, dans lequel ſoient donnés les deux angles A & B avec le côté $AB = c$ compris entr'eux, & qu'il faille chercher le troiſième angle C avec les deux autres côtés $AC = b$ & $BC = a$.

Or la premiere formule de la ſeconde propriété (30) donne d'abord

$$\text{cof } C = \text{cof } c \text{ ſin } A. \text{ ſin } B - \text{cof } A. \text{ cof } B,$$

& la troiſième formule de la quatrième propriété donne :

$$\text{tang } b = \frac{\text{ſin } c \text{ tang } B}{\text{ſin } A + \text{cof } c. \text{ cof } A. \text{ tang } B}, \quad \& \text{ par analogie}$$

$$\text{tang } a = \frac{\text{ſin } c \text{ tang } A}{\text{ſin } B + \text{cof } c. \text{ cof } B. \text{ tang } A}.$$

D'où prenant les cotangentes on aura la ſolution ſuivante,

$$\text{cof } C = \text{cof } c. \text{ ſin } A. \text{ ſin } B - \text{cof } A. \text{ cof } B$$

$$\text{cot } a = \frac{\text{cot } A. \text{ ſin } B + \text{cof } c. \text{ cof } B}{\text{ſin } c}$$

$$\text{cot } a = \frac{\text{cot } B. \text{ ſin } A + \text{cof } c. \text{ cof } A}{\text{ſin } c}.$$

60.

COROLL. 1.

61. Les deux côtés ſe trouveront plus aiſément des formules des §§. 52. & 53. d'où l'on tire :

$$\text{tang } \tfrac{1}{2}(a+b) = \frac{\text{cof } \frac{1}{2}(A-B)}{\text{cof } \frac{1}{2}(A+B)} \text{ tang } \tfrac{1}{2} c$$

$$\text{tang } \tfrac{1}{2}(a-b) = \frac{\text{ſin } \frac{1}{2}(A-B)}{\text{ſin } \frac{1}{2}(A+B)} \text{ tang } \tfrac{1}{2} c.$$

où il eſt facile de ſe ſervir des logarithmes.

COROLL. 2.

62. Après avoir trouvé les côtés a & b, on trouvera aiſément l'angle C, puiſqu'il eſt $\text{ſin C} = \frac{\text{ſin A}}{\text{ſin } a} \text{ ſin } c = \frac{\text{ſin B}}{\text{ſin } b} \text{ ſin } c$, où bien on pourra auſſi, ſi l'on veut exprimer le cof C par des ſimples coſinus en cette façon :

$$\text{cof C} = \tfrac{1}{4}\text{cſ}(c+A-B) + \tfrac{1}{4}\text{cſ}(c-A+B) - \tfrac{1}{4}\text{cſ}(c-A-B) - \tfrac{1}{4}\text{cſ}(c+A+B) - \tfrac{1}{2}\text{cof}(A-B) - \tfrac{1}{2}\text{cof}(A+B).$$

PROBLEME X.

63. *Dans un triangle ſphérique étant donnés deux côtés avec un angle non compris entr'eux, ou ce qui revient au même, étant donnés deux angles avec un côté non compris entr'eux, trouver les autres quantités appartenantes au triangle.*

Fig. 4.

SOLUTION.

Soit ABC, le triangle dans lequel ſoient donnés pour le premier cas les deux côtés $BC = a$ & $AC = b$ avec l'angle A, & on connoitra d'abord l'angle B à cauſe de $\text{ſin B} = \frac{\text{ſin A}}{\text{ſin } a} \text{ ſin } b$.

Pour

Pour l'autre cas ſoient A & B les deux angles donnés, avec le côté $BC = a$, & on aura d'abord le côté b à cauſe de $\text{ſin}\, b = \frac{\text{ſin}\, a}{\text{ſin}\, A}\, \text{ſin}\, B$. Et partant, dans l'un & l'autre cas on pourra regarder comme donnés tant les deux côtés $BC = a$ & $AC = b$, que les deux angles A & B, qui leur ſont oppoſés. Il s'agit donc d'en trouver le côté $AB = c$, & l'angle C.

Or la premiere formule de la quatrième propriété fournit :

$$\text{ſin}\, a\, \text{tang}\, C - \text{ſin}\, B\, \text{tang}\, c = \text{coſ}\, a\, \text{coſ}\, B\, \text{tang}\, C\, \text{tang}\, c,$$

d'où en transpoſant les côtés a & b avec les angles A & B, nous aurons

$$\text{ſin}\, b\, \text{tang}\, C - \text{ſin}\, A\, \text{tang}\, c = \text{coſ}\, b.\ \text{coſ}\, A\, \text{tang}\, C\, \text{tang}\, c.$$

De ces deux équations, en éliminant tantôt tang C tantôt tang c, nous trouverons :

$$\text{tang}\, c = \frac{\text{ſin}\, A.\, \text{ſin}\, a - \text{ſin}\, B.\, \text{ſin}\, b}{\text{ſin}\, A\, \text{coſ}\, B\, \text{coſ}\, a - \text{coſ}\, A\, \text{ſin}\, B\, \text{coſ}\, b}$$

$$\text{tang}\, C = \frac{\text{ſin}\, A\, \text{ſin}\, a - \text{ſin}\, B\, \text{ſin}\, b}{\text{coſ}\, B\, \text{coſ}\, a\, \text{ſin}\, b - \text{coſ}\, A\, \text{ſin}\, a\, \text{coſ}\, b},$$

auxquelles il faut ajouter cette équation $\text{ſin}\, A\, \text{ſin}\, b = \text{ſin}\, B\, \text{ſin}\, a$.

COROLL. 1.

64. Puiſqu'il y a : $\text{ſin}\, A : \text{ſin}\, B = \text{ſin}\, a : \text{ſin}\, b$, nous aurons auſſi :

$$\text{tang}\, c = \frac{\text{ſin}\, a^2 - \text{ſin}\, b^2}{\text{coſ}\, B\, \text{ſin}\, a\, \text{coſ}\, a - \text{coſ}\, A\, \text{ſin}\, b\, \text{coſ}\, b}$$

& $$\text{tang}\, C = \frac{\text{ſin}\, A^2 - \text{ſin}\, B^2}{\text{ſin}\, B\, \text{coſ}\, B\, \text{coſ}\, a - \text{ſin}\, A\, \text{coſ}\, A\, \text{coſ}\, b}.$$

COROLL. 2.

65. Mais les §§. 43. 44. 53. & 54. nous fourniſſent encore des ſolutions plus commodes, que voilà :

tang

$$\text{tang}\,\tfrac{1}{2}c = \frac{\text{cof}\,\frac{1}{2}(A+B)}{\text{cof}\,\frac{1}{2}(A-B)}\,\text{tg}\,\tfrac{1}{2}(a+b) = \frac{\text{fin}\,\frac{1}{2}(A+B)}{\text{fin}\,\frac{1}{2}(A-B)}\,\text{tg}\,\tfrac{1}{2}(a-b)$$

&

$$\text{tang}\,\tfrac{1}{2}C = \frac{\text{cof}\,\frac{1}{2}(a-b)}{\text{cof}\,\frac{1}{2}(a+b)}\,\text{cot}\,\tfrac{1}{2}(A+B) = \frac{\text{fin}\,\frac{1}{2}(a-b)}{\text{fin}\,\frac{1}{2}(a+b)}\,\text{cot}\,\tfrac{1}{2}(A-B)$$

auxquelles on peut aiſément appliquer l'uſage des logarithmes.

PROBLEME IX.

Fig. 3. *66. Trouver l'aire d'un triangle ſphérique quelconque.*

SOLUTION.

Soit EOM le triangle ſphérique propoſé, & qu'on nomme comme cy-deſſus §. 17. le côté $OE = a$; l'angle $OEM = \alpha$; l'angle $EOM = y$; le côté $OM = x$; & l'angle $OME = \Phi$. Cela poſé, la figure trilineaire MOm repréſentera le differentiel de l'aire que nous cherchons; & puisque $mn = dx$ & $Mn = dy \,\text{fin}\, x$ le produit $dy\,dx\,\text{fin}\,x$ exprime le differentiel de MOm, d'où $MOm = dy \int dx\,\text{fin}\,x = dy\,(1 - \text{cof}\,x)$ & partant l'aire:

$$EOM = y - \int dy\,\text{cof}\,x.$$

Or nous avons trouvé $dy = \dfrac{C\,dx}{\text{fin}\,x\sqrt{(\text{fin}\,x^2 - CC)}}$, de ſorte que

$$\text{l'aire}\quad EOM = y - \int \frac{C\,dx\,\text{cof}\,x}{\text{fin}\,x\sqrt{(\text{fin}\,x^2 - CC)}}.$$

Enſuite ayant trouvé $\text{fin}\,\Phi = \dfrac{C}{\text{fin}\,x}$, à cauſe de $C = \text{fin}\,a\,\text{fin}\,\alpha$;

& puisque $\text{cof}\,\Phi = \dfrac{\sqrt{(\text{fin}\,x^2 - CC)}}{\text{fin}\,x}$, nous aurons

$$d\Phi\,\text{cof}\,\Phi = -dx\,\frac{\text{cof}\,x}{\text{fin}\,x^2},\quad \text{donc}\quad d\Phi = -\frac{C\,dx\,\text{cof}\,x}{\text{fin}\,x\sqrt{(\text{fin}\,x^2 - CC)}}$$

$$\&\quad -\int \frac{C\,dx\,\text{cof}\,x}{\text{fin}\,x\sqrt{(\text{fin}\,x^2 - CC)}} = \Phi + \text{Conſt.}$$

Par

Par conſéquent l'aire du triangle

EOM ſera $= y + \Phi +$ Conſt. $= \alpha + y + \Phi -$ Conſt.

Pour connoitre cette conſtante, ſuppoſons $y = 0$, & puisqu'il devient alors $\Phi = 180° - \alpha$, l'aire de ce triangle évanouïſſant ſera $= 180° -$ Conſt. & partant Conſt. $= 180°$. Ainſi nous aurons l'aire du triangle $EOM = \alpha + y + \Phi - 180°$.

COROLL. 1.

67. Donc, pour trouver l'aire d'un triangle ſphérique quelconque, on n'a qu'à prendre l'excès de la ſomme de ſes trois angles ſur deux droits, lorsque le rayon de la ſphère eſt exprimé par 1. Or dans une ſphère quelconque on prendra un arc d'un grand cercle qui ſoit la méſure dudit excès; & le produit de cet arc par le rayon de la ſphère donnera l'aire du triangle ſphérique cherché.

COROLL. 2.

68. Plus donc un triangle ſphérique ſera grand, plus auſſi ſurpaſſera-t-il ſomme de ſes angles deux droits; & lorsque l'aire du triangle occupe la huitième partie de la ſurface de la ſphère, cet excès vaudra un angle droit. Car un arc de grand cercle de 90° multiplié par le rayon donne la moitié de l'aire du grand cercle, & partant la huitième partie de la ſurface de la ſphère. De là on tirera cette régle pour trouver l'aire de tout triangle ſphérique. On dira, comme 8 angles droits ou 720° à l'excès de la ſomme des trois angles ſur deux droits: ainſi la ſurface entiere de la ſphère à l'aire du triangle propoſé.

ÉLÉMENS
DE LA TRIGONOMÉTRIE SPHÉROÏDIQUE
TIRÉS DE LA MÉTHODE DES PLUS GRANDS ET PLUS PETITS.

PAR M. EULER.

I.

Ayant établi les Elémens de la Trigonométrie Sphérique ſur le principe des plus grands & plus petits, mon but principal étoit de fixer un tel principe général, duquel on pût tirer la réſolution des triangles formés non ſeulement ſur une ſurface ſphérique, mais en général ſur une ſurface quelconque. Puiſque les côtés d'un triangle ſphérique ſont des arcs de grands cercles, qui étant les lignes les plus courtes, qu'on puiſſe tirer ſur la ſurface d'une ſphère d'un point à un autre; c'eſt ſur le même pied que j'enviſage les côtés d'un triangle décrit ſur une ſurface quelconque, de ſorte qu'ils ſoient les chemins les plus courts, qui conduiſent d'un angle à un autre ſur cette ſurface. Ainſi concevant trois points ſur une ſurface quelconque, qu'on tire de chacun aux autres les lignes les plus courtes, & le triangle ſera formé, dont il s'agit d'enſeigner la réſolution.

2. Or je me borne ici aux ſurfaces ſphéroïdiques, qui ſont formées par la révolution d'une ellipſe autour d'un de ſes axes, & je conſidérerai en particulier les triangles formés ſur la ſurface de la terre par des côtés, qui ſont les plus courts entre leurs termes. Car, ſoit qu'on forme les côtés par des cordes tenduës d'un point à l'autre, ou qu'on les tire en ſuivant la direction des rayons de lumiere, en ſorte que le

plan

plan qui contient deux élémens contigus quelconques, ſoit partout perpendiculaire à la ſurface de la Terre, ils repréſenteront le chemin le plus court d'un bout à l'autre. C'eſt auſſi en effet la méthode qu'on ſuivroit dans la pratique, s'il faloit tirer la ligne la plus courte d'un point à un autre ſur la ſurface de la terre ; & quand on parle dans la Géographie de la diſtance entre deux lieux, on entend toujours le plus court chemin qui conduit de l'un à l'autre. Il faut donc bien diſtinguer ce plus petit chemin, de la loxodromie qu'on ſuit dans la navigation, & qui demande des recherches particulieres.

3. Soit donc AEB la demi-ellipſe, par la révolution de laquelle autour de l'axe ACB réſulte le ſphéroïde de la Terre ; & poſons le demi-axe $CA = CB = a$; & le demi-diametre de l'équateur $CE = e$. Or la demi-ellipſe AEB repréſentera un méridien quelconque, & quelque point qu'on puiſſe concevoir ſur la ſurface de la terre, pour en connoître la ſituation, il faut conſidérer le méridien qui paſſe par ce point, qui ſoit M : & alors on aura trois choſes à déterminer. 1°. La diſtance de ce point M à l'axe, ou la perpendiculaire MQ. 2°. Sa diſtance au plan de l'équateur meſurée par la perpendiculaire MP égale à CQ : & 3°. La latitude ou l'élévation du pole obſervée dans cet endroit. On voit bien que connoiſſant une de ces trois choſes, il eſt aiſé de déterminer les deux autres par les propriétés de l'ellipſe. Enſuite il conviendra encore de chercher le rayon oſculateur du méridien au point M, avec la quantité de l'arc du méridien MA, dont ce point eſt éloigné du pole A. Fig. 1.

4. Soit $CP = MQ = x$, $PM = CQ = y$, & on aura :

$$y = \frac{a}{e} V(ee - xx) \quad \text{donc} \quad dy = -\frac{a x dx}{e V(ee - xx)}.$$

Qu'on tire maintenant la droite MN perpendiculaire au méridien, laquelle marquant la direction de la gravité, l'angle ENM meſurera la latitude, ou l'élevation du pole à l'endroit M. Poſons donc cet

angle $ENM = \Phi$, qui eſt ordinairement le premier élément qu'on connoiſſe : & ayant la ſous-normale $PN = -\frac{ydy}{dx} = \frac{aa}{ee}x$, nous en tirons : $\text{tang}\,\varphi = \frac{PM}{PN} = \frac{eV(ee-xx)}{ax}$, & partant : $CP = x = \frac{ee\,\text{cof}\Phi}{V(aa\,\text{ſin}\Phi^2+ee\,\text{cſ}\Phi^2)}$, & $PM = y = \frac{aa\,\text{ſin}\Phi}{V(aa\,\text{ſin}\Phi^2+ee\,\text{cſ}\Phi^2)}$.

D'où connoiſſant la latitude d'un endroit M, on en déterminera aiſément ſa diſtance tant de l'axe de la Terre, que du plan de l'équateur. De là on pourra auſſi aſſigner la diſtance de ce point M au centre de la Terre C, ou la droite $CM = V\frac{a^4\,\text{ſin}\Phi^2+e^4\,\text{cof}\Phi^2}{aa\,\text{ſin}\Phi^2+ee\,\text{cof}\Phi^2}$, & l'angle CMN, que cette droite fait avec la direction de la gravité MN, car on trouve :

$$\text{tg CMN} = \frac{(ee-aa)\,\text{ſin}\Phi\,\text{cſ}\Phi}{aa\,\text{ſin}\Phi^2+ee\,\text{cſ}\Phi^2}, \quad \& \quad \text{ſin CMN} = \frac{(ee-aa)\,\text{ſin}\Phi\,\text{cof}\Phi}{V(a^4\,\text{ſin}\Phi^2+e^4\,\text{cſ}\Phi^2)}.$$

5. Cherchons auſſi le rayon osculateur MO, dont l'expreſſion poſant $\frac{dy}{dx} = p$, eſt $MO = -\frac{dx(1+pp)^{\frac{3}{2}}}{dp}$. Or ayant $\frac{dy}{dx} = -\frac{aax}{eey}$, on aura $p = -\frac{\text{cof}\Phi}{\text{ſin}\Phi}$, & $dp = \frac{d\Phi}{\text{ſin}\Phi^2}$, & de plus $V(1+pp) = \frac{1}{\text{ſin}\Phi}$, donc $(1+pp)^{\frac{3}{2}} = \frac{1}{\text{ſin}\Phi^3}$, & partant $\frac{(1+pp)^{\frac{3}{2}}}{dp} = \frac{1}{d\Phi\,\text{ſin}\Phi}$.

Mais

Mais à cauſe de $x = \frac{ee \cos\Phi}{V(aa \sin\Phi^2 + ee\cos\Phi^2)}$, nous aurons :

$$dx = -\frac{aaee\,d\Phi \sin\Phi}{(aa\sin\Phi^2 + ee\cos\Phi^2)^{\frac{3}{2}}}.$$

Par conſéquent le rayon oſculateur ſera

$$MO = \frac{aaee}{(aa\sin\Phi^2 + ee\cos\Phi^2)^{\frac{3}{2}}}.$$

Donc, ſi nous prenons ſur le même méridien un point infiniment proche m, dont la latitude ſoit $= \Phi + d\Phi$, l'élément Mm ſera un arc de cercle décrit du rayon MO, dont la longueur eſt

$$Mm = \frac{aaee\,d\Phi}{(aa\sin\Phi^2 + ee\cos\Phi^2)^{\frac{3}{2}}}.$$

6. L'intégrale de cette formule donnera la longueur de l'arc elliptique EM, & pour en trouver la valeur approchée on n'a qu'à mettre $\sin\Phi^2 = \frac{1}{2} - \frac{1}{2}\cos 2\Phi$ & $\cos\Phi^2 = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}\cos 2\Phi$, pour avoir $Mm = \frac{aaee\,d\Phi}{\left[\frac{1}{2}(aa+ee) + \frac{1}{2}(ee-aa)\cos 2\Phi\right]^{\frac{3}{2}}}$.

Car, puiſque $ee - aa$ eſt extrêmement petit par rapport à $aa + ee$ en poſant $\frac{ee-aa}{ee+aa} = \delta$, notre formule ſe change en

$$Mm = \frac{2aaeed\Phi V2}{(aa+ee)^{\frac{3}{2}}}(1+\delta\cos 2\Phi)^{-\frac{3}{2}},$$

dont l'intégrale à cauſe de

$$(1+\delta\cos 2\Phi)^{-\frac{3}{2}} = 1 + \tfrac{15}{16}\delta\delta - \tfrac{3}{2}\delta\cos 2\Phi + \tfrac{15}{16}\delta\delta\cos 4\Phi,$$ ſera

$$EM = \frac{2aaeeV2}{(aa+ee)^{\frac{3}{2}}}\left[(1+\tfrac{3}{16}\delta\delta)\,\Phi - \tfrac{3}{4}\delta \sin 2\Phi + \tfrac{15}{64}\delta\delta \sin 4\Phi\right]$$

expreſſion qui ſatisfait très à peu près, & on pourroit même encore rejetter les termes affectés par le quarré de δ.

7. On peut auſſi ſe ſervir de la formule differentielle pour déterminer la grandeur de chaque degré du méridien: on n'aura qu'à donner à $d\Phi$ la valeur d'un degré, ou la 180me partie de 3,14159265, qui eſt la longueur de l'arc de 180° le rayon étant poſé $= 1$. On mettra donc $d\Phi = 0{,}01745329$, & Φ marquera la latitude au milieu de ce degré. Alors la grandeur de ce degré

$$\text{ſera} = \frac{2aaeed\Phi V2}{(aa+ee)^{\frac{3}{2}}}\,(1-\tfrac{3}{2}\delta \cos 2\Phi)$$

en negligeant les quarrés de δ, & cette formule ſuffit pour déterminer à chaque élevation du pole la grandeur d'un degré du Méridien. De là on pourra donc auſſi réciproquement déterminer la grandeur des deux demi-diametres de la Terre par la meſure actuelle de quelques degrés, en ſuppoſant que la figure de la Terre ſoit un ſpheroïde elliptique. Deux degrés meſurés ſeroient ſuffiſans pour cet effet, ſi la meſure étoit exacte au dernier point: mais, puisqu'une erreur d'une ſeconde en produit une de 16 toiſes environ dans la grandeur du degré; il ſera bon d'y employer pluſieurs degrés meſurés en avouant à chacun une petite erreur de 32 toiſes au moins, pour mettre enſuite d'accord les concluſions.

8. Poſons pour abréger $\frac{2aaeed\Phi V2}{(aa+ee)^{\frac{3}{2}}} = A$, puisque cette quantité eſt la même pour tous les degrés; & les meſures d'un degré faites au Perou, au Cap, en France & en Laponie nous fourniront les quatre équations ſuivantes.

A(1

$$A(1-\tfrac{3}{2}\delta\cos 1^\circ) = 56753 + p \text{ Toises}$$
$$A(1-\tfrac{3}{2}\delta\cos 66^\circ, 36') = 57037 + q \text{ Toises}$$
$$A(1-\tfrac{3}{2}\delta\cos 98^\circ, 46') = 57074 + r \text{ Toises}$$
$$A(1-\tfrac{3}{2}\delta\cos 132^\circ, 40') = 57438 + s \text{ Toises.}$$

en marquant par p, q, r, s les erreurs, qui peuvent s'être gliſſées dans ces meſures; leſquelles peuvent être ou poſitives ou négatives; & on les ſuppoſera auſſi petites qu'il eſt poſſible, puiſqu'on y a apporté tant de ſoins, que les erreurs ne ſauroient ſurpaſſer quelques ſecondes, à l'exception de la troiſième, dont l'erreur r pourroit bien être plus grande que 32 toiſes.

9. Si nous ſubſtituons les valeurs de ces coſinus, nous aurons les quatre équations ſuivantes:

I. $A(1-1,4997715\delta) = 56753 + p$
II. $A(1-0,5957219\delta) = 57037 + q$
III. $A(1+0,2286163\delta) = 57074 + r$
IV. $A(1+1,0165980\delta) = 57438 + s.$

Otons la premiere de chacune des autres pour avoir ces trois équations:

$$0,9040496\,\delta A = 284 + q - p$$
$$1,7283878\,\delta A = 321 + r - p$$
$$2,5163696\,\delta A = 685 + s - p$$

& diviſant par la premiere les deux autres on aura

$$\frac{321 + r - p}{284 + q - p} = \frac{65}{34} \quad \& \quad \frac{685 + s - p}{284 + q - p} = \frac{437}{157}$$

d'où il s'enſuit:

$$31p - 65q + 34r = 7546 \quad \& \quad 280p - 437q + 157s = 16563.$$

10. Si

10. Si nous éliminons p de ces deux équations il en réſultera

$$-150q+307r-157s=51594$$

d'où nous voyons que les erreurs de la meſure au Cap & en Laponie doivent être ſuppoſées négatives, tandis que celle de France eſt poſitive. Si l'on vouloit ſuppoſer ces trois erreurs égales, chacune deviendroit de 84 toiſes, qui ſeroit trop exorbitante, pour qu'on la pût concilier avec l'extrême exactitude, dont la ſeconde & quatrième de ces opérations ont été faites. Mais on ne ſauroit plus douter, qu'il ne ſe ſoit gliſſé une erreur aſſés conſidérable dans la détermination du degré en France, & qui pourroit bien monter à 100 toiſes & au delà ; & ſi nous voulions ſuppoſer entièrement juſtes les meſures du Cap & de de Laponie, ou $q=0$ & $s=0$, nous trouverions l'erreur du degré en France $r=168$ toiſes ; ou on ſe ſeroit trompé de $10''$ dans les Obſervations celeſtes. Or, ſi nous ſuppoſions $r=100$ toiſes & $s=q$, on trouveroit $q=s=-68$ toiſes ; or on ne ſauroit admettre une erreur ſi grande. Poſons donc $r=120$, & on aura $q=s=-48$ toiſes ; qu'on ſauroit à peine admettre : mais poſant $r=125$ on obtiendra $q=s=-43$ toiſes.

11. Puiſqu'il faut donc abſolument reconnoitre des erreurs dans ces meſures de degrés ; & la plus grande dans celle du degré de France, qu'on ne ſauroit ſuppoſer audeſſous de 125 Toiſes, poſons $r=125$, & nous aurons :

$-150q-157s=13219$, donc à peu près $q+s=-86$ Toiſes.

Avant que de décider ſéparement ſur l'une & l'autre des erreurs q & s, conſidérons, quelle en réſulte pour p, de cette egalité :

$$31p-65q=3296, \quad \text{ou} \quad p=106\tfrac{1}{3}+2\tfrac{1}{10}q.$$

Si l'on ſuppoſe que $p=0$, on trouve $q=-51$ & partant $s=-35$, mais ſi l'on ſuppoſe $p=15$, on trouve $q=-43\frac{1}{2}$ & partant $s=-42\frac{1}{2}$: d'où l'on voit que ſi nous voulions ſuppoſer l'erreur du degré du Pérou plus grande, nous ſerions obligés d'attribuer à celui de Laponie une

une plus grande. Donc, à moins que la figure de la Terre ne différe conſidérablement d'un ſphéroïde elliptique, il ſemble qu'on doive admettre les erreurs ſuivantes :

$p = 15$ toiſes; $q = -43$ toiſes; $r = +125$ toiſes & $s = -43$ toiſes.

12. Cela poſé, les véritables grandeurs de nos quatre degrés ſeront :

		Latitude du milieu
Celui du Pérou	$= 56768$ Toiſes	$\Phi = 0°, 30'$
Celui du Cap	$= 56994$ Toiſes	$\Phi = 33°, 18'$
Celui de la France	$= 57199$ Toiſes	$\Phi = 49°, 23'$
Celui de la Laponie	$= 57395$ Toiſes	$\Phi = 66°, 20'$

& ayant fait ces corrections, la figure de la Terre deviendra réductible à une ſphéroïde elliptique, qu'on pourra déterminer par deux quelconques de ces quatre degrés meſurés. Choiſiſſons donc le premier & le dernier, qui donnent :

$$A(1 - 1,4997715\delta) = 56768 \text{ Toiſes}$$
$$A(1 + 1,0165890\delta) = 57395 \text{ Toiſes},$$

d'où l'on tire : $\frac{1 + 1,0165980\delta}{1 - 1,4997715\delta} = \frac{57395}{56768}$ & partant

$$143789\delta = 627 \quad \text{donc} \quad \delta = 0,00436055 = \frac{ee - aa}{ee + aa}.$$

Enſuite

$$\frac{ee}{aa} = \frac{1+\delta}{1-\delta} = 1 + 2\delta + 2\delta\delta = 1,0087593 \quad \& \quad \frac{e}{a} = 1,00437.$$

Donc le diametre de l'équateur ſera à l'axe de la Terre comme 230 à 229, ce qui eſt préciſément le rapport que *Newton* a établi; d'où l'on peut conclure que les hypotheſes, que ce grand Géométre a faites ſur la ſtructure & l'attraction de la Terre, ſont d'accord avec la vérité.

13. Ayant trouvé la valeur de δ, nous en tirerons d'abord

$$A = 57142 = \frac{2aaee\sqrt{2}}{(aa+ee)^{\frac{3}{2}}} \cdot 0{,}01745329$$

$$\text{donc } \frac{aaee}{(aa+ee)^{\frac{3}{2}}} = 1157526 \text{ Toiſes.}$$

Or poſons $\frac{e}{a} = \text{tang } \omega$, de ſorte que $\omega = 45°, 7', 30''$ & nous aurons : $a \text{ fin } \omega^2 \text{ cof } \omega = 1157526$, d'où nous tirons :

le demi-axe de la Terre $a = 3266892$ Toiſes

le demi-diametre de l'équateur $e = 3281168$ Toiſes.

Or *Newton*, quoiqu'il ait établi le même rapport entre l'axe & le diametre de l'équateur, donne au demi-axe 3262166 toiſes, & au demi-diametre de l'équateur 3276433 toiſes. La raiſon de cette difference eſt, que j'ai ſuppoſé ici le degré meſuré en France plus grand que *Newton*. Maintenant ayant découvert la véritable grandeur de l'axe & du diametre de la terre, on pourra à chaque élévation du pole déterminer la grandeur du degré du méridien. Car, poſant Φ pour la latitude au milieu du degré, la grandeur de ce degré ſera

$$57142\ (1 - 0{,}00654082 \text{ cof } 2\Phi)$$

14. Je remarque ici encore, que ſi l'on omettoit entierement le degré de France, les trois autres feroient admirablement bien d'accord entr'eux : on n'auroit qu'à ſuppoſer à chacun une erreur de 19 toiſes, dont les degrés du Pérou & de Laponie devroient être augmentés, ou celui du Cap diminué. De là réſulteroit une plus grande difference entre l'axe & le diamètre de l'Equateur, tout comme on a déjà remarqué avant que les meſures au Cap ayent été connuës. Mais alors, ſuppoſant $p = 19$, $q = -19$ & $s = 19$ on trouveroit $r = 169$ toiſes, dont le degré de France devroit être augmenté ; dans ce cas la cor-

correction à faire ſur le degré de Laponie devroit être poſitive, au lieu que je l'ai ſuppoſée négative cy-devant; ce qui eſt une marque bien ſeure de la juſteſſe de cette meſure. Or, ſoit qu'on rejette la meſure du degré de France ou non, il faut toujours ſuppoſer q négatif, d'où l'on doit conclure, que le degré meſuré au Cap eſt marqué trop grand. On voit auſſi que la meſure faite à Quito eſt très juſte, & qu'on ne lui ſauroit ſuppoſer une erreur plus grande que de 20 toiſes, de quelque maniere qu'on ſe prenne pour mettre d'accord ces quatre meſures. Pour le degré meſuré en Laponie, il faut auſſi remarquer qu'on y a negligé la réfraction des étoiles près du zenith, dont on a tenu compte dans les autres meſures. Or, ſi l'on y apporte cette petite correction, on trouve que le degré de Laponie ſe réduit de 57438 à 57422 toiſes; ce qui s'approche d'avantage de la correction précedente, où j'ai ſuppoſé ce degré de 57395 toiſes; & l'erreur ne ſeroit que de 27 toiſes, au lieu de 43.

15. Cependant je ne détermine rien de précis ſur la figure de la terre, puisqu'on a encore lieu de douter, ſi on la peut regarder comme un ſpheroïde elliptique parfait, dont les deux moitiés de part & d'autre de l'équateur ſoient égales & ſemblables: quoique, quelqu'autre hypotheſe qu'on faſſe, on ſoit obligé de reconnoitre quelques petites erreurs dans les Obſervations, & ſurtout dans celle de France. Mes recherches rouleront ſur la ſurface d'un ſpheroïde elliptique parfait en général, dont le demi-axe ſoit $= a$, & le demi-diametre de l'équateur $= e$, entre lesquels je ſuppoſerai la difference fort petite. Or, pour abréger les formules trouvées cy-deſſus, je poſerai:

$$\frac{ee - aa}{ee + aa} = \delta \quad \& \quad \frac{2aaee\sqrt{2}}{(aa+ee)^{\frac{3}{2}}} = c$$

où il ſuffit de remarquer, que ſi l'on en veut faire l'application à la Terre, les valeurs de ces deux lettres ſeront aſſés exactement.

$$\delta = 0,\ 00436055 \ \& \ c = 3273980 \text{ toiſes.}$$

Alors ce que j'ai trouvé ſe réduit à

$$Mm = \frac{c\,\delta\,\Phi}{(1+\delta\cos 2\Phi)^{+\frac{3}{2}}}$$ & en intégrant par approximation.

$$EM = c\left((1+\tfrac{15}{16}\,\delta\delta)\Phi - \tfrac{3}{4}\,\delta\sin 2\Phi + \tfrac{15}{64}\,\delta\delta\sin 4\Phi\right).$$

XVI. Je regarde ici comme connuë la latitude du point M, ou. l'angle ENM, que je nomme $= \Phi$: & de là on trouve le plus aiſément la longueur de l'arc EM: d'où l'on voit que poſant $\Phi = 90°$, ou $\Phi = \frac{1}{2}\pi$, poſant π pour le nombre 3,14159265 &c. le quart de l'ellipſe ſera $EMA = \frac{1}{2}\pi(1+\frac{15}{16}\,\delta\delta)c$. Enſuite en employant ces abbréviations on aura le rayon oſculateur du Méridien au point M ou $MO = \frac{c}{(1+\delta\cos 2\Phi)^{\frac{3}{2}}}$. Par la même latitude du point M $= \Phi$, on connoitra auſſi d'abord ſa diſtance MQ = CP à l'axe, ayant $\frac{CP^3}{MO} = \frac{e^4}{aa}\cos\Phi^3$, & partant $CP = \frac{\cos\Phi}{\sqrt{(1+\delta\cos 2\Phi)}}\sqrt[3]{\frac{ce^4}{aa}} = \frac{ee\sqrt{2}}{\sqrt{(aa+ee)}}\cdot\frac{\cos\Phi}{\sqrt{(1+\delta\cos 2\Phi)}}$, & de même $PM = CQ = \frac{aa\sqrt{2}}{\sqrt{(aa+ee)}}\cdot\frac{\sin\Phi}{\sqrt{(1+\delta\cos 2\Phi)}}$. Or pour la Terre nous venons de trouver $\frac{e}{a} = \frac{230}{229}$; & $a = 3266892$ toiſes & $e = 3281168$ toiſes. Ou, en employant les ſeules lettres δ & c, on a $a = \frac{c}{(1+\delta)\sqrt{(1-\delta)}}$; $e = \frac{c}{(1-\delta)\sqrt{(1+\delta)}}$, donc $CP = MQ = \frac{c}{1-\delta}\cdot\frac{\cos\Phi}{\sqrt{(1+\delta\cos 2\Phi)}}$ & $PM = CQ = \frac{c}{1+\delta}\cdot\frac{\sin\Phi}{\sqrt{(1+\delta\cos 2\Phi)}}$.

PRO-

PROBLEME I.

17. *Ayant obſervé l'élévation du pole en deux lieux* M *&* M′ *ſitués ſous le même méridien, déterminer la grandeur de l'arc du méridien* MM′ *compris entre ces deux lieux.*

SOLUTION.

Soit Φ l'élévation du pole en M, & Ψ en M′: & puisque ces deux lieux ſont ſitués ſous le meme méridien, il eſt evident que l'arc du méridien MM′ compris entr'eux eſt le chemin le plus court, qui méne d'un lieu à l'autre. Donc, introduiſant les lettres c & δ, qui déterminent l'eſpece & la grandeur du Spheroïde elliptique, la grandeur de l'arc MM′ ſera exprimée en ſorte

$$MM' = c\left(\left(1+\tfrac{1}{1}\tfrac{3}{4}\delta\delta\right)(\Psi-\Phi)-\tfrac{3}{4}\delta(\sin 2\Psi-\sin 2\Phi)+\tfrac{1}{6}\tfrac{5}{4}\delta\delta(\sin 4\Psi-\sin 4\Phi)\right)$$

en négligeant les termes affectés par le cube & les plus hautes puiſſances de δ. Mais en tout cas il ſeroit aiſé de pouſſer l'approximation plus loin, & même à l'infini. On pourra auſſi aſſigner la ſituation de chaque endroit par rapport à l'axe & à l'équateur, & cela exactement ſans approximation; car on aura

$$CQ = \frac{c \sin \Phi}{(1+\delta)\sqrt{(1+\delta\cos 2\Phi)}}; \quad QM = \frac{c \cos \Phi}{(1-\delta)\sqrt{(1+\delta\cos 2\Phi)}}$$

$$CQ' = \frac{c \sin \Psi}{(1+\delta)\sqrt{(1+\delta\cos 2\Psi)}}; \quad Q'M' = \frac{c \cos \Psi}{(1-\delta)\sqrt{(1+\delta\cos 2\Psi)}}$$

& outre cela les rayons oſculateurs ſeront

$$\text{en M} = \frac{c}{(1+\delta\cos 2\Phi)^{\frac{3}{2}}} \text{ & en M'} = \frac{c}{(1+\delta\cos 2\Psi)^{\frac{3}{2}}}$$

& ces déterminations renferment tout ce qu'on peut demander par rapport à ces deux lieux.

SCHOLIE.

18. Je me propoſe de conſidérer deux points quelconques ſur la ſurface de la Terre, en cherchant tant leur diſtance entr'eux, que leur ſituation par rapport au Méridien. Or le cas le plus ſimple eſt, lorsque ces deux points ſont ſitués ſous le même Méridien, par lequel j'ai commencé mes recherches, puisqu'il eſt évident que l'arc du Méridien compris entre ces deux points eſt en même tems le chemin le plus court, qui conduit de l'un à l'autre. Mais, lorsque les deux points ne ſont pas au même Méridien, il faut employer la méthode des plus grands & plus petits pour déterminer le chemin le plus court entr'eux : & j'entreprendrai cette recherche dans le problème ſuivant.

PROBLEME II.

Fig. 2. 19. *Connoiſſant la Latitude de deux lieux* L & M *avec leur différence en Longitude, trouver le chemin le plus court ſur la ſurface de la Terre* LM, *qui méne de l'un à l'autre.*

SOLUTION.

Qu'on méne par l'un & l'autre de ces points L & M les Méridiens ALE & AMR, & l'angle que ces deux Méridiens forment au pole A meſurera la différence en longitude, laquelle étant donnée poſons

la difference en Longitude ou l'angle LAM $= \omega$

la Latitude du Lieu L $= \lambda$

& la Latitude du Lieu M $= \varphi$

ce qui ſont les trois quantités données outre la grandeur & la figure de la Terre. Soit maintenant la ligne LM le chemin le plus court entre les points L & M, & qu'on la prolonge infiniment peu en *m* ſuivant ſa direction en *m* ; qu'on méne par ce point *m* le Méridien infiniment proche A*mr*, ſur lequel on prenne Aμ = AM, de ſorte que la Latitude

tude en μ ſoit la même qu'en M, ſavoir $= \Phi$, & la Latitude en m ſera $= \Phi + d\Phi$, donc l'élément du Méridien entre m & μ ſera $m\mu = \frac{c\,d\Phi}{(1+\delta \operatorname{cof} 2\Phi)^{\frac{3}{2}}}$. De plus on aura l'angle élémentaire MA $\mu = d\omega$, qui eſt égal à l'angle, que les lignes perpendiculaires tirées des points M & μ à l'axe de la Terre comprendront entr'elles. Or ces lignes perpendiculaires repréſentées dans la premiere figure par MQ ſont $= \frac{c \operatorname{cof} \Phi}{(1-\delta)\sqrt{(1+\delta \operatorname{cof} 2\Phi)}}$; d'où l'on tire l'élément $M\mu = \frac{c\,d\omega \operatorname{cof} \Phi}{(1-\delta)\sqrt{(1+\delta \operatorname{cof} 2\Phi)}}$; & partant l'élément du chemin LM ſera

$$Mm = c\sqrt{\left(\frac{d\Phi^2}{(1+\delta \operatorname{cof} 2\Phi)^3} + \frac{d\omega^2 \operatorname{cof} \Phi^2}{(1-\delta)^2(1+\delta \operatorname{cof} 2\Phi)}\right)}$$

dont l'intégrale doit être un plus petit. Poſons $d\Phi = p\,d\omega$ pour rendre un *minimum* cette formule intégrale

$$\int d\omega \sqrt{\left(\frac{pp}{(1+\delta \operatorname{cof} 2\Phi)^3} + \frac{\operatorname{cof} \Phi^2}{(1-\delta)^2(1+\delta \operatorname{cof} 2\Phi)}\right)}$$

Poſons $\sqrt{\left(\frac{pp}{(1+\delta \operatorname{cof} 2\Phi)^3} + \frac{\operatorname{cof} \Phi^2}{(1-\delta)^2(1+\delta \operatorname{cof} 2\Phi)}\right)} = V$,

& j'ai démontré que ſi le differentiel de V eſt exprimé en ſorte $dV = M\,d\omega + N\,d\Phi + P\,dp$, l'équation qui renferme le *minimum* eſt exprimée en ſorte $o = N - \frac{dP}{d\omega}$, ou puiſque dans ce cas $M = o$, cette équation ſe réduit à cette forme : $V - Pp = \text{Conſt.}$

Or

Or la différentiation de V nous donne

$$P = \frac{p}{(1+\delta \operatorname{cof} 2\Phi)^3\, V} \quad \text{d'où nous tirons}$$

$$VV - \frac{pp}{(1+\delta \operatorname{cof} 2\Phi)^3} = \frac{\operatorname{cof}\Phi^2}{(1-\delta)^2\,(1+\delta \operatorname{cof} 2\Phi)} = \frac{V}{\alpha}$$

& partant prenant les quarrés, notre équation deviendra

$$\frac{\alpha\alpha \operatorname{cof}\Phi^4}{(1-\delta)^4\,(1+\delta \operatorname{cof} 2\Phi)^2} = \frac{pp}{(1+\delta \operatorname{cof} 2\Phi)^3} + \frac{\operatorname{cof}\Phi^2}{(1-\delta)^2\,(1+\delta \operatorname{cof} 2\Phi)}$$

donc l'élément du chemin le plus court $Mm = \frac{\alpha c\, d\omega \operatorname{cof}\Phi^2}{(1-\delta)^2\,(1+\delta \operatorname{cof} 2\Phi)}$

Or mettant pour p sa valeur $\frac{d\Phi}{d\omega}$ nous aurons

$$\frac{d\omega^2 \operatorname{cof}\Phi^2\,(\alpha\alpha \operatorname{cof}\Phi^2 - (1-\delta)^2\,(1+\delta \operatorname{cof} 2\Phi))}{(1-\delta)^4\,(1+\delta \operatorname{cof} 2\Phi)^2} = \frac{d\Phi^2}{(1+\delta \operatorname{cof} 2\Phi)^3}$$

d'où nous tirons:

$$d\omega = \frac{(1-\delta)^2\, d\Phi}{(1+\delta \operatorname{cof} 2\Phi)^{\frac{1}{2}} \operatorname{cof}\Phi\, V(\alpha\alpha \operatorname{cof}\Phi^2 - (1-\delta)^2\,(1+\delta \operatorname{cof} 2\Phi))}$$

$$\& Mm = \frac{\alpha c\, d\Phi \operatorname{cof}\Phi}{(1+\delta \operatorname{cof} 2\Phi)^{\frac{3}{2}}\, V(\alpha\alpha \operatorname{cof}\Phi^2 - (1-\delta)^2\,(1+\delta \operatorname{cof} 2\Phi))}$$

Mais, avant que d'intégrer ces formules, on en peut déjà déterminer l'angle A M m, que fait l'arc L M avec le Méridien A M, car on aura

$$\text{fin } AMm = \frac{M\mu}{Mm} = \frac{(1-\delta)\, V(1+\delta \operatorname{cof} 2\Phi)}{\alpha \operatorname{cof}\Phi}.$$

D'où posant $\Phi = \lambda$ on aura l'angle A L M, de sorte que

$$\text{fin } ALM = \frac{(1-\delta)\, V(1+\delta \operatorname{cof} 2\lambda)}{\alpha \operatorname{cof}\lambda}.$$

Posons

Poſons cet angle $ALM = \zeta$, pour l'introduire dans le calcul au lieu de la conſtante α, & nous aurons

$$\alpha = \frac{(1-\delta)\sqrt{(1+\delta\cos 2\lambda)}}{\sin\zeta\cos\lambda}$$

Cette valeur étant ſubſtituée donne

$$\sin AMm = \frac{\sin\zeta\cos\lambda\sqrt{(1+\delta\cos 2\Phi)}}{\cos\Phi\sqrt{(1+\delta\cos 2\lambda)}}. \quad \&$$

$$d\omega = \frac{(1-\delta)\,d\Phi\sin\zeta\cos\lambda}{(1+\delta\cos 2\Phi)^{\frac{1}{2}}\cos\Phi\sqrt{(\cos\Phi^2(1+\delta\cos 2\lambda)-\sin\zeta^2\cos\lambda^2(1+\delta\cos 2\Phi))}}$$

$$Mm = \frac{c\,d\Phi\cos\Phi\sqrt{(1+\delta\cos 2\lambda)}}{(1+\delta\cos 2\Phi)^{\frac{3}{2}}\sqrt{(\cos\Phi^2(1+\delta\cos 2\lambda)-\sin\zeta^2\cos\lambda^2(1+\delta\cos 2\Phi))}}$$

Pour intégrer ces formules, il en faut ſéparer les particules, qui dépendent de la petite fraction δ, & quand on néglige les termes, qui renfermeroient le quarré, ou plus hautes puiſſances de δ, on aura

$$d\omega = \frac{d\Phi\sin\zeta\cos\lambda}{\cos\Phi\sqrt{(\cos\Phi^2-\sin\zeta^2\cos\lambda^2)}} - \frac{\delta\,d\Phi\sin\zeta\cos\lambda\cos\Phi}{\sqrt{(\cos\Phi^2-\sin\zeta^2\cos\lambda^2)}} - \frac{\delta\,d\Phi\sin\zeta^2\cos\zeta^2\cos\lambda^3\cos\Phi}{(\cos\Phi^2-\sin\zeta^2\cos\lambda^2)^{\frac{3}{2}}}$$

dont l'intégrale ſe trouve comme il ſuit :

$$\omega = A\sin.\frac{\sin\zeta\cos\lambda\sin\Phi}{\cos\Phi\sqrt{(1-\sin\zeta^2\cos\lambda^2)}} - \delta\sin\zeta\cos\lambda\,A\sin.\frac{\sin\Phi}{\sqrt{(1-\sin\zeta^2\cos\lambda^2)}}$$

$$- \frac{\delta\sin\zeta\cos\zeta^2\cos\lambda^3\sin\Phi}{(1-\sin\zeta^2\cos\lambda^2)\sqrt{(\cos\Phi^2-\sin\zeta^2\cos\lambda^2)}} + \text{Conſt.}$$

Où la conſtante ſe doit déterminer en ſorte, que poſant $\Phi = \lambda$ l'angle ω, ou la difference en longitude évanouïſſe.

Par conſéquent on aura :

$$\omega = A\,\text{ſin.}\frac{\text{ſin}\,\zeta\,\text{cof}\,\lambda\,\text{ſin}\,\Phi}{\text{cof}\,\Phi\sqrt{(1-\text{ſin}\,\zeta^2\,\text{cof}\,\lambda^2)}} - A\,\text{ſin}\,\frac{\text{ſin}\,\zeta\,\text{ſin}\,\lambda}{\sqrt{(1-\text{ſin}\,\zeta^2\,\text{cof}\,\lambda^2)}}$$

$$-\delta\text{ſin}\,\zeta\,\text{cſ}\,\lambda\,A\text{ſin.}\frac{\text{ſin}\,\Phi}{\sqrt{(1-\text{ſin}\,\zeta^2\,\text{cſ}\,\lambda^2)}} + \delta\text{ſin}\,\zeta\,\text{cſ}\,\lambda\,A\text{ſin}\,\frac{\text{ſin}\,\lambda}{\sqrt{(1-\text{ſin}\,\zeta^2\,\text{cſ}\,\lambda^2)}}$$

$$-\frac{\delta\,\text{ſin}\,\zeta\,\text{cof}\,\zeta^2\,\text{cof}\lambda)^3\,\text{ſin}\,\Phi}{(1-\text{ſin}\,\zeta^2\,\text{cſ}\,\lambda^2)\sqrt{(\text{cſ}\,\Phi^2-\text{ſin}\,\zeta^2\,\text{cſ}\,\lambda^2)}} + \frac{\delta\,\text{ſin}\,\zeta\,\text{cof}\,\zeta\,\text{ſin}\,\lambda\,\text{cof}\,\lambda^2}{1-\text{ſin}\,\zeta^2\,\text{uof}\,\lambda^2}.$$

Opérons de la même maniere pour trouver la longueur du chemin L M, & puisque nous aurons

$$M\,m = \frac{c\,d\,\Phi\,\text{ſin}\,\Phi}{\sqrt{(\text{cſ}\,\Phi^2-\text{ſin}\,\zeta^2\,\text{cſ}\,\lambda^2)}}\left(1+\tfrac{3}{2}\delta+\delta\,\text{ſin}\,\zeta^2\,\text{cſ}\,\lambda^2-3\,\delta\,\text{cſ}\,\Phi^2-\frac{\delta\,\text{ſin}\,\zeta^2\,\text{cſ}\,\zeta^2\,\text{cſ}\,\lambda^4}{\text{cſ}\,\Phi^2-\text{ſin}\,\zeta^2\,\text{cſ}\,\lambda^2}\right)$$

l'intégrale avec la juſte conſtante ſe trouvera :

$$L\,M = c(1-\tfrac{1}{2}\delta\,\text{ſin}\,\zeta^2\,\text{cſ}\,\lambda^2)A\text{ſin.}\frac{\text{ſin}\,\Phi}{\sqrt{(1-\text{ſin}\,\zeta^2\,\text{cſ}\,\lambda^2)}} - c(1-\tfrac{1}{2}\delta\,\text{ſin}\,\zeta^2\,\text{cſ}\,\lambda^2)A\text{ſin}\,\frac{\text{ſin}\,\lambda}{\sqrt{(1-\text{ſin}\,\zeta^2\,\text{cſ}\,\lambda^2)}}$$

$$-\tfrac{3}{2}\,\delta\,c\,\text{ſin}\,\Phi\,\sqrt{(\text{cof}\,\Phi^2-\text{ſin}\,\zeta^2\,\text{cof}\,\lambda^2)} + \tfrac{3}{2}\,\delta\,c\,\text{cof}\,\zeta\,\text{ſin}\,\lambda\,\text{cof}\,\lambda$$

$$-\frac{\delta\,c\,\text{ſin}\,\zeta^2\,\text{cof}\,\zeta^2\,\text{cof}\,\lambda^4\,\text{ſin}\,\Phi}{(1-\text{ſin}\,\zeta^2\,\text{cof}\,\lambda^2)\sqrt{(\text{cſ}\,\Phi^2-\text{ſin}\,\zeta^2\,\text{cof}\,\lambda^2)}} + \frac{\delta\,c\,\text{ſin}\,\zeta^2\,\text{cſ}\,\zeta\,\text{ſin}\,\lambda\,\text{cſ}\,\lambda^3}{1-\text{ſin}\,\zeta^2\,\text{cof}\,\lambda^2}$$

Ainſi connoiſſant les deux élévations de pole λ & Φ en L & M, avec l'angle $ALM = \zeta$, que fait la route LM avec le méridien en L, on pourra déterminer tant l'angle AMm, que la route fait en M avec la méridienne, que la difference en longitude, ou l'angle LAM, & la longueur de la route même LM.

COROLL. I.

20. Si nous introduiſons auſſi l'angle $AMm = \theta$, nous aurons

$$\text{ſin}\,\theta = \frac{\text{ſin}\,\zeta\,\text{cof}\,\lambda\,\sqrt{(1+\delta\,\text{cof}\,2\,\Phi)}}{\text{cof}\,\Phi\,\sqrt{(1+\delta\,\text{cof}\,2\,\lambda)}}$$

&

& cette valeur a lieu en général, puisqu'aucune approximation n'eſt encore employée. Mais, ſi l'on en veut faire uſage, on aura

$$\sin\theta = \frac{\sin\zeta\cos\lambda}{\cos\varphi}\left(1-\tfrac{1}{2}\delta\cos 2\lambda+\tfrac{1}{2}\delta\cos 2\varphi\right) \text{ ou bien}$$

$$\sin\theta = \frac{\sin\zeta\cos\lambda}{\cos\varphi}\left(1-\delta\cos\lambda^2+\delta\cos\varphi^2\right)$$

COROLL. 2.

21. Pour abréger le calcul des quantités approchées de ω & de LM, on peut chercher un angle α qui ſoit:

$$\alpha = A\sin\frac{\sin\zeta\cos\lambda\sin\varphi}{\cos\varphi\sqrt{(1-\sin\zeta^2\cos\lambda^2)}} - A\sin\frac{\sin\zeta\sin\lambda}{\sqrt{(1-\sin\zeta^2\cos\lambda^2)}}$$

& alors on obtiendra

$$\omega = \alpha-\delta\sin\zeta\cos\lambda A\sin\frac{\sin\alpha\cos\varphi}{\sin\zeta} - \frac{\delta\sin\alpha\cos\zeta\cos\lambda^2\cos\varphi}{\sqrt{(\cos\varphi^2-\sin\zeta^2\cos\lambda^2)}} \&$$

$$LM = c(1-\tfrac{1}{2}\delta\sin\zeta^2\cos\lambda^2)A\sin\frac{\sin\alpha\cos\varphi}{\sin\zeta} - \frac{\delta c\sin\alpha\sin\zeta\cos\zeta\cos\lambda^3\cos\varphi}{\sqrt{(\cos\varphi^2-\sin\zeta^2\cos\lambda^2)}}$$
$$-\tfrac{3}{2}\delta c\sin\varphi\sqrt{(\cos\varphi^2-\sin\zeta^2\cos\lambda^2)}+\tfrac{3}{2}\delta c\cos\zeta\sin\lambda\cos\lambda.$$

COROLL. 3.

22. S'il étoit $\delta = 0$, on tireroit de ces formules toutes les régles connuës de la Trigonométrie Sphérique; mais ayant déjà amplement traité ce ſujet, je ne m'y arrêterai point. Cependant on remarquera que les trois élémens ζ, λ, & φ étant donnés, on en peut déterminer le quatrième θ ſans intégration & approximation, tandis que les deux derniers ω & LM ne ſçauroient être aſſignés ſans ces ſubſides.

SCHOLIE.

23. Voilà donc les formules, qui renferment en général les principes de la Trigonométrie Sphéroïdique, ayant trouvé la réſolu-

tion du triangle L A M. Car, quoique je ſuppoſe un de ſes angles au pole A, c'eſt une limitation que la nature du problème ſemble abſolument exiger; & ſi aucun des trois angles ne tomboit dans l'un des poles, il faudroit tirer par chacun des méridiens, & réduire par là le cas à la réſolution de deux ou trois tels triangles, que je viens de conſidérer. Puiſqu'une ſurface ſpheroïdique ne s'eſt pas ſemblable par tout, pour fixer la ſituation d'un point quelconque, il en faut ſavoir ſon lieu par rapport aux poles du ſpheroïde, qui ſe détermine le plus commodément par la latitude ou l'élevation du pole: & c'eſt dans cette vuë, que pour les points L & M j'ai introduit dans le calcul les angles λ & ϕ, qui en marquent les latitudes. Or de là on eſt en état d'aſſigner les arcs des méridiens mêmes A L & A M, qui donnent les diſtances abſoluës de ces points au pole A. Cependant ces diſtances n'influënt pas immédiatement ſur la ſolution du problème, & il ſuffit de connoitre les latitudes des points. Enſuite pour les côtés, ou les lignes les plus courtes qu'on peut tirer d'un point à un autre quelconque, la principale détermination, à laquelle il faut reflêchir, eſt l'angle qu'une telle ligne fait avec les méridiens. Par ces raiſons ayant deux points quelconques L & M ſur une ſurface ſpheroïdique, pour chercher le chemin le plus court L M qui méne de l'un à l'autre, il faut d'abord avoir égard à la latitude de chacun de ces deux points, comme dans le calcul précédent l'angle λ marque celle du point L, & ϕ celle du point M. Depuis, après avoir tiré par les points L & M les méridiens A L & A M, il s'agit de ſavoir premièrement l'angle L A M $= \omega$, qui marque la difference en longitude des deux lieux propoſés L & M, & enſuite les angles A L M $= \zeta$ & A M $m = \theta$, que la route la plus courte fait avec les méridiens en L & M. Et enfin on aura à déterminer la longueur même du chemin le plus court L M, de ſorte que nous ayons en tout à conſidérer ſix élémens λ, ϕ, ζ, θ, ω, & L M, qui ont, comme dans la Trigonométrie ordinaire un tel rapport entr'eux, qu'en connoiſſant trois, on puiſſe déterminer les trois autres. Dans la ſolution que je viens de donner, j'ai conſidéré les trois élémens λ, ϕ, & ζ, comme

donnés,

donnés, desquels on trouve aiſément le quatrième θ, par l'équation $\sin\theta = \frac{\sin\zeta\cos\lambda\sqrt{(1+\delta\cos 2\phi)}}{\cos\phi\sqrt{(1+\delta\cos 2\lambda)}}$, de ſorte que la ſolution ſeroit toujours la même, quelques autres trois de ces quatre élémens λ, ϕ, ζ, & θ, fuſſent donnés, puisque le quatrième en ſeroit d'abord connu. Mais il n'en eſt pas de même, ſi l'un des deux autres ω, & LM, ſe trouvoit parmi les connuës; car puisque les formules, qui expriment les valeurs de ω & LM ſont ſi compliquées, & qu'elles n'ont lieu que lorsque la fraction δ eſt extrêmement petite, on n'en ſauroit éliminer les élémens inconnus. Cependant dans le cas ou δ eſt extrêmement petite, on n'auroit qu'à regarder le problème comme de la Trigonométrie ordinaire, & enſuite chercher les corrections, qui réſultent de l'aberration de la figure ſphèrique, par la méthode ordinaire des approximations. Mais il ſemble que l'évolution d'un tel cas ne ſera presque jamais néceſſaire, vû qu'on peut ſuppoſer que tant les latitudes des points L & M, que les angles ζ & θ que la ligne tirée LM fait avec les méridiens en L & M, ſoient connus étant déterminables par les opérations les plus aiſées. Or le plus grand avantage, qu'on puiſſe tirer de cette ſolution, eſt ſans doute une nouvelle méthode, qu'elle fournit pour découvrir la veritable ellipticité de la figure de la terre, ou le rapport entre ſon axe & le diamétre de ſon équateur: & cela ſe pourra exécuter, ſans qu'on ait beſoin de meſurer actuellement quelque ligne, qu'on aura tirée ſur la ſurface de la terre; ce que je m'en vais expliquer plus amplement dans le problème ſuivant.

PROBLEME III.

24. *Déterminer le rapport du diamétre de l'équateur à l'axe de la terre ſans le ſecours des meſures actuelles de quelques degrés de méridien, par une maniere qui ſe puiſſe exécuter dans une ſeule contrée de la terre.*

SOLUTION.

Pour connoitre la figure de la Terre, on a regardé jusqu'ici comme le ſeul moyen, de meſurer ſous des latitudes fort differentes la grandeur d'un degré du méridien; afin que de leur inégalité on pût conclure celle qui ſe trouve entre l'axe de la Terre & le diamétre de ſon équateur. Mais la méthode que je m'en vai propoſer ici, ne demande que des opérations, qu'on peut faire dans une contrée aſſes bornée, ou dans un pays d'une étenduë mediocre, & cela ſans qu'on ait beſoin de meſurer géométriquement quelque ligne tirée ſur la ſurface de la Terre. Suppoſons donc que le point L ſe trouve à un bout d'une grande plaine, & d'abord il faut qu'on y obſerve la hauteur du pole, & qu'on y tire avec la derniere préciſion la ligne méridienne. Pour l'élévation abſoluë du pole, il ſuffit qu'on la ſache à une minute près; mais il eſt néceſſaire, qu'on y obſerve très exactement la diſtance de quelques étoiles fixes au zenith au tems de leur culmination. Soit donc λ la hauteur du pole au point L. Qu'on parte enſuite du point L ſelon une route, qui faſſe un angle oblique avec la méridienne, mais qu'on meſure le plus exactement qu'il eſt poſſible cet angle, que fait le commencement de la route avec la méridienne en L. Qu'on pourſuive après la même route, en fixant perpendiculairement des piques en ſorte qu'elles paroiſſent toutes diſpoſées en ligne droite; & qu'on continuë cette ligne, qui ſemblera droite, auſſi loin que le terrain le permettra, ayant toujours en vuë que la route ainſi décrite convienne avec celle que formeroit une corde tenduë ſur la Terre. Il ſeroit bon, qu'on pût pouſſer cette opération par une étenduë de pluſieurs milles d'Allemagne. De cette maniere on ſera aſſeuré avoir tracé la ligne la plus courte ſur la ſurface de la Terre, & on n'aura pas beſoin d'en meſurer la longueur. Soit donc ζ l'angle que fait cette route en L avec la Méridienne; & ayant pourſuivi cette route fort loin jusqu'en M, qu'on y obſerve le plus ſoigneuſément les diſtances des mêmes étoiles fixes au zenith de M à leur paſſage par le Méridien, afin qu'on en puiſſe

exacte-

exactement conclure la difference des latitudes en L & M, ce qui ſe pourra faire à quelques ſecondes près ; ſoit donc Φ l'élévation du Pole en M, & quoique ſa quantité abſoluë ne ſoit peut-être pas exacte au dernier degré, que du moins la difference entre λ & Φ le ſoit autant qu'il eſt poſſible. Enfin, on doit auſſi tirer en M la méridienne, & meſurer l'angle AMm, que fait avec elle la continuation de la même route LM, & on nommera cet angle $= \theta$: ce ſont toutes les opérations qu'on aura à faire pour déterminer le rapport entre le demi-axe $= a$ & le démi-diamètre de l'équateur $= e$. Car poſant $\frac{ee - aa}{ee + aa} = \delta$, de ſorte que $\frac{aa}{ee} = \frac{1-\delta}{1+\delta}$ & $\frac{a}{e} = \frac{2-\delta}{2+\delta}$ à peu près, ou $\frac{e}{a} = 1 + \delta$, nous n'aurons qu'à réſoudre cette équation :

$$\sin\theta \cos\Phi \sqrt{(1+\delta\cos 2\lambda)} = \sin\zeta \cos\lambda \sqrt{(1+\delta\cos 2\Phi)}$$

d'où les quatre angles λ, Φ, ζ & θ étant donnés on tire

$$\delta = \frac{\sin\zeta^2 \cos\lambda^2 - \sin\theta^2 \cos\Phi^2}{\sin\theta^2 \cos\Phi^2 \cos 2\lambda - \sin\zeta^2 \cos\lambda^2 \cos 2\Phi}$$

& partant :

$$\frac{ee}{aa} = \frac{\sin\zeta^2 \cos\lambda^2 \sin\Phi^2 - \sin\theta^2 \cos\Phi^2 \sin\lambda^2}{\sin\theta^2 \cos\Phi^2 \cos\lambda^2 - \sin\zeta^2 \cos\lambda^2 \cos\Phi^2}$$

ou bien : $\frac{ee}{aa} = 1 + \frac{\sin\zeta^2 \cos\lambda^2 - \sin\theta^2 \cos\Phi^2}{\cos\lambda^2 \cos\Phi^2 \ (\sin\theta^2 - \sin\zeta^2)}$

Ayant donc exactement obſervé & meſuré les quatre angles λ, Φ, ζ, & θ, on en pourra conclure le rapport entre l'axe de la Terre & le diametre de ſon équateur, par le moyen de cette formule que je viens de découvrir ; ſur laquelle il faut remarquer, qu'elle eſt exacte, & ne demande aucune approximation, à laquelle il faut néceſſairement recourir en employant la méthode ordinaire. Mais, pour rendre cette concluſion d'autant plus ſeure, il faut choiſir une telle contrée ſur la

Terre

Terre, & une telle direction de la route qu'on trace, que de petites erreurs commiſes dans la meſure des angles influent le moins qu'il ſoit poſſible ſur la concluſion. Or il eſt évident que, plus le dénominateur $\text{cof}\,\lambda^2 . \text{cof}\,\phi^2 . (\text{ſin}\,\theta^2 - \text{ſin}\,\zeta^2)$ ſera grand, plus auſſi deviendra grand le numérateur, ou la difference entre $\text{ſin}\,\zeta^2 \text{cof}\,\lambda^2$ & $\text{ſin}\,\theta^2 \text{cof}\,\phi^2$, ce qui eſt ſans doute le cas le plus favorable, puisqu'alors une petite erreur commiſe dans la meſure des angles influë moins ſur la valeur du numérateur, d'où dépend la juſteſſe de la concluſion.

REMARQUE.

25. Après avoir obſervé les deux hauteurs du pole en L & M avec l'angle $ALM = \zeta$, ſi la Terre étoit ſphérique, l'angle $AMm = \theta$ ſeroit tel qu'il fût $\text{ſin}\,\theta = \frac{\text{ſin}\,\zeta\ \text{cof}\,\lambda}{\text{cof}\,\phi}$: donc l'ellipticité de la Terre ne pourra être concluë qu'entant que cet angle ſe trouvera, ou plus grand, ou plus petit. Or à cauſe de l'ellipticité nous avons

$$\text{ſin}\,\theta = \frac{\text{ſin}\,\zeta\ \text{cof}\,\lambda}{\text{cof}\,\phi}\ \sqrt{\frac{1+\delta\,\text{cof}\,2\,\phi}{1+\delta\,\text{cof}\,2\,\lambda}}$$

ou bien à cauſe de λ très petit :

$$\text{ſin}\,\theta = \frac{\text{ſin}\,\zeta\ \text{cof}\,\lambda}{\text{cof}\,\phi}\,(1+\delta\,\text{cof}\,\phi^2 - \delta\,\text{cof}\,\lambda^2)$$

Ici il eſt évident que la difference entre les latitudes λ & ϕ doit être ſenſible ; car ſi elle étoit trop petite, la moindre erreur commiſe dans leur Obſervation en produiroit une très conſidérable dans la concluſion. Il faut donc que la route LM ne ſoit pas perpendiculaire aux méridiennes, puisqu'alors en avançant ſur cette route, on ne changeroit pas ſenſiblement de latitude. On doit principalement ici avoir égard à la longueur de la route LM, quoiqu'il ne ſoit pas néceſſaire de la meſurer; car il eſt avantageux qu'on puiſſe parvenir à une concluſion aſſés ſeure, ſans qu'on ſoit obligé de pourſuivre cette route trop loin. Soit donc s la longueur de la route LM, ou ſoit plûtot s l'angle, auquel

quel répond ſur une ſurface ſphèrique égale à celle de la Terre un arc égal à ce chemin, & puisque cet angle eſt aſſés petit, on aura à peu près $\Phi = \lambda + s \cos\zeta$; d'où l'on voit que $\cos\zeta$ ne doit pas être trop petit, & partant l'angle ζ ne point trop approcher d'un droit. Mais il faut également que cet angle ζ ne ſoit pas trop petit, puisqu'alors la différence entre les angles ζ & θ deviendroit trop petite, ce qui rendroit la concluſion également incertaine. Car ayant $\cos\Phi = \cos\lambda - s\cos\zeta \sin\lambda$, à cauſe de s fort petit, on auroit :

$$\sin\theta = \frac{\sin\zeta}{1 - s\cos\zeta \operatorname{rang}\lambda}\,(1 - 2\delta s\cos\zeta \sin\lambda\cos\lambda)$$

d'où l'on voit, que pour que la différence $2\delta s\cos\zeta\sin\lambda\cos\lambda$ devienne ſenſible, la contrée LM ne doit pas être trop proche, ni du Pole, ni de l'Equateur.

EXEMPLE I.

26. Suppoſons que le lieu L ſe trouve à la latitude de 48° de ſorte que $\lambda = 48°$, & que la route LM faſſe avec la méridienne un angle $\zeta = 30°$; Qu'on ait continué cette route jusqu'à ce qu'on ſoit parvenu en M à la latitude de 48°, 52′, ce qui arrivera après avoir pouſſé la route par un eſpace de 15 miles d'Allemagne à peu près. Ayant donc $\Phi = 48°, 52'$, ſi la terre étoit ſphèrique, on trouveroit l'angle AM $m = \theta = 30°, 34', 15''$. Mais à cauſe de l'ellipticité de la terre, ſi nous ſuppoſons $\delta = \frac{1}{229}$, l'angle θ ſe trouvera plus petit de 8″, & nous aurons $\theta = 30°, 34', 7''$.

Mais ſi du même lieu L où $\lambda = 48°$, on étoit parti ſous l'angle $ALM = \zeta = 60°$, jusqu'à ce qu'on fut arrivé à la latitude $\Phi = 48°, 30'$, ce qui arriveroit auſſi après avoir fait un chemin de 15 miles d'Allemagne environ ; dans l'hypotheſe de la Terre ſphèrique on trouveroit l'angle AM $m = \theta = 60°, 59', 23''$. Mais dans l'hypotheſe de $\delta = \frac{1}{229}$ cet angle ſeroit $\theta = 60°, 59', 9''$, & partant de 14″ moindre. Ce cas ſera donc préférable au précédent pour en connoitre l'ellipticité de la Terre.

Suppoſons que partant du même lieu L où $\lambda = 48°$, la route L M ſoit telle que l'angle $ALM = \zeta = 80°$, & qu'après avoir fait un chemin de 15 miles environ, on parvienne en M à la latitude $\phi = 48°, 10'$. Alors dans l'hypotheſe de la terre ſphèrique on trouveroit l'angle $AMm = \theta = 81°, 6', 59''$: or dans l'hypotheſe de l'ellipticité $\delta = \frac{1}{229}$, cet angle ſeroit $\theta = 81°, 6', 42''$, & partant de $17''$ moindre.

EXEMPLE 2.

27. Poſons que la contrée ſoit ſi grande, qu'on puiſſe continuer la route L M à la diſtance de 30 miles environ, & que la latitude du lieu L ſoit la même qu'auparavant ſavoir, $\lambda = 48°$. Suppoſons d'abord que l'angle de la route ſoit $ALM = \zeta = 30°$, & la latitude en M ſera $\phi = 49°, 44'$. Donc, ſi la terre étoit ſphèrique, l'angle AMm ſeroit $\theta = 31°, 10', 20''$; mais dans l'hypotheſe de l'ellipticité $\delta = \frac{1}{229}$ cet angle ſera $\theta = 31°, 10', 4''$, & partant de $16''$ plus petit.

Mais en partant du même lieu L où $\lambda = 48°$, ſous l'angle $ALM = \zeta = 60°$, par un eſpace de 30 miles environ, juſqu'à ce qu'on parvienne à la latitude $\phi = 49°$, l'hypotheſe ſphèrique de la terre donneroit l'angle $AMm = \theta = 62°, 2', 27''$; mais l'hypotheſe de l'ellipticité $\delta = \frac{1}{229}$ produiroit $\theta = 62°, 1', 58''$, la différence étant $29''$.

Or ſuppoſons que la route tracée L M faſſe avec la méridienne en L l'angle $\zeta = 80°$, & qu'après l'avoir continuée par 30 miles environ, on ſoit parvenu en M à la latitude $\phi = 48°, 21'$. Alors dans l'hypotheſe ſphèrique l'angle AMm ſeroit $\theta = 82°, 32', 53''$; or dans l'hypotheſe de l'ellipticité $\delta = \frac{1}{229}$ cet angle ſera $\theta = 82°, 32', 11''$ de $42''$ moindre.

Puiſque dans ce cas la différence en latitude eſt encore aſſés ſenſible, on pourra l'angle ζ plus approcher de $90°$: ſoit donc l'angle $ALM = \zeta = 85°$, & qu'après un chemin de 30 miles environ on parvienne

parvienne en M, où la latitude ſoit $\Phi = 48°, 10'$. Alors dans l'hypotheſe ſphérique l'angle AM m ſeroit $\theta = 88°, 3', 43''$, or dans l'hypotheſe de l'ellipticité $\delta = \frac{1}{229}$ cet angle ſera $\theta = 88°, 2', 27''$, & partant de $76''$ moindre.

COROLLAIRE.

28. On voit par là, qu'à moins que la contrée LM ne ſoit fort proche de l'équateur, il eſt toujours avantageux de prendre l'angle HLM à peu près droit. On le pourra même faire tout à fait droit, mais alors le calcul deviendra un peu different de celui, que j'ai employé jusqu'ici, puisqu'en pourſuivant la route LM, on approchera de plus en plus de l'équateur. Mais il faut bien remarquer, qu'on fait ici abſtraction de toute erreur, qui ſe pourroit trouver dans les hauteurs du Pole. Il vaudra donc la peine de développer ce cas particulièrement.

PROBLEME IV.

29. *Si en partant du lieu* L *on trace la route* LM *en ſorte, qu'elle ſoit perpendiculaire à la méridienne* ALE, *& qu'on continuë cette route en* M, *où l'on obſerve la hauteur du pole : trouver l'angle* AML, *que cette route fera avec la méridienne tirée par* M, *tant dans l'hypotheſe de la terre ſphérique, que dans l'hypotheſe de l'ellipticité exprimée par la fraction* δ. Fig. 3.

SOLUTION.

Soit λ la hauteur du Pole obſervée en L, & traçant la route LM perpendiculairement à la méridienne tirée en L, on y trouvera la hauteur du Pole de plus en plus petite. Car ſi dans l'hypotheſe de la terre ſphérique on continuoit l'arc LM, qu'il répondit à l'angle s, & qu'on nommât la hauteur du pole en M $= \Phi$, on auroit par la trigonométrie ſphérique $\sin \Phi = \sin \lambda \cos s$, & partant $\Phi < \lambda$. Soit donc en général Φ la hauteur du pole obſervée en M, & puisque $\Phi < \lambda$, poſons $\Phi = \lambda - \omega$, de ſorte que ω ſoit un angle fort petit par rapport à λ, parce que nous ſuppoſons le lieu L aſſés éloigné de l'équateur, & la ligne LM fort petite.

Cela posé si la terre étoit sphérique, & que nous nommassions l'angle $ALM = \theta$, nous aurions à cause de $\zeta = 90°$:

$$\sin\theta = \frac{\cos\lambda}{\cos\varphi} = \frac{\cos\lambda}{\cos\lambda\cos\omega + \sin\lambda\sin\omega}$$

& à cause de ω fort petit,

$$\cos\theta = \frac{\sqrt{(2\omega\sin\lambda\cos\lambda + \sin\lambda^2 - \omega^2\cos\lambda^2)}}{\cos\lambda + \omega\sin\lambda}$$

ou

$$\cos\theta = \left(\frac{1}{\cos\lambda} - \frac{\omega\sin\lambda}{\cos\lambda^2}\right)\left(\sqrt{2\omega\sin\lambda\cos\lambda} - \frac{\omega^2(\cos\lambda^2 - \sin\lambda^2)}{2\sqrt{2\omega\sin\lambda\cos\lambda}}\right)$$

d'où nous tirons :

$$\cos\theta = \frac{\sqrt{\omega}\sin 2\lambda}{\cos\lambda} - \frac{\omega^2(2 - \cos 2\lambda)}{2\cos\lambda\sqrt{\omega}\sin 2\lambda}$$

Donc, puisque l'angle θ est à peu près droit, si nous posons $\theta = 90° - \mu$, à cause de $\cos\theta = \sin\mu = \mu - \frac{1}{6}\mu^3$, nous aurons

$$\mu = \frac{\sqrt{\omega}\sin 2\lambda}{\cos\lambda} - \frac{\omega^2(4 - \cos 2\lambda)}{6\cos\lambda\sqrt{\omega}\sin 2\lambda}.$$

Mais considérons à présent la terre comme un ellipsoïde, & ayant :

$$\sin\theta = \frac{\cos\lambda}{\cos\varphi}(1 + \delta\cos\varphi^2 - \delta\cos\lambda^2)$$

ou bien

$$\sin\theta = (1 - \omega\tan\lambda)(1 + 2\delta\omega\sin\lambda\cos\lambda)$$

Puisque l'angle θ est aussi à peu près droit, posons pour ce cas $\theta = 90° - \mu$ & nous trouverons

$$\mu = \frac{\sqrt{\omega}\sin 2\lambda}{\cos\lambda} - \frac{\omega^2(4 - \cos 2\lambda}{6\cos\lambda\sqrt{\omega}\sin 2\lambda} - \frac{2\delta\omega\sin\lambda\cos\lambda^2}{\sqrt{\omega}\sin 2\lambda}.$$

D'où

D'où l'on voit que la difference entre la figure ſphérique & elliptique de la terre, produit dans l'angle AML $= \theta$ une difference qui monte à δ cof λ V ω ſin 2 λ, dont l'angle AML eſt plus grand dans l'hypotheſe de l'ellipſoïde applati, que dans l'hypotheſe ſphérique.

Mais, ſi la route ML eſt meſurée ſur la ſurface ſphérique par l'angle s, ayant ſin Φ = ſin λ cof s = ſin λ cof ω − cof λ ſin ω, on aura $\omega = \frac{1}{2}\, ss$ tang λ, & partant la dite difference ſera = δs ſin λ cof λ.

COROLL. 1.

30. De là on voit que cette différence devient la plus grande ſous la latitude de 45°, la longueur de la route s demeurant la même. Or, ſi nous poſons $s = 2°$, $\lambda = 45°$, & $\delta = \frac{1}{231}$ cette différence ne ſe trouve que $\frac{1}{231} \cdot \frac{1}{2} s = 15\ \frac{3}{7}''$, ce qui eſt de beaucoup moins que dans le dernier cas du ſecond Exemple (27), où pour une route égale ayant pris l'angle $\zeta = 85°$, la différence s'eſt trouvée $76''$.

COROLL. 2.

31. Il n'eſt donc pas avantageux de faire l'angle ALM = ζ droit, quoique la difference devienne très ſenſible, ſi l'on approche cet angle tant de 90°, qu'il n'en différe plus ſenſiblement: puiſque dans le cas $\zeta = 85°$, la différence s'eſt trouvée de $76''$, tandis que faiſant l'angle ζ droit, elle ne monte qu'à environ $15''$.

COROLL. 3.

32. Il eſt donc fort important de déterminer l'angle ζ, ſuivant lequel, lorſqu'on produit la route LM juſqu'à une certaine diſtance, la différence entre les valeurs de l'angle θ, qui répondent tant à la figure ſphérique qu'elliptique de la terre, devienne la plus grande.

PROBLEME V.

Fig. 2. 33. *Trouver la direction de la route* LM, *qu'il faut choiſir pour qu'après être parvenu en* M, *& y avoir obſervé la hauteur du pole, l'angle de la route avec la méridienne en* M *differe le plus qu'il ſoit poſſible dans les hypotheſes de la ſphéricité & ellipticité de la Terre.*

SOLUTION.

Soit la hauteur du pole en L $= \lambda$, l'angle de la route LM, qu'on cherche, ALM $= \zeta$, & la hauteur du pole en M $= \phi$. Or le principal, à quoi il faut ici réfléchir, eſt la longeur du chemin LM, afin qu'en la prenant à peu près la même, la différence entre la ſphéricité & l'ellipticité de la terre devienne la plus ſenſible dans l'angle AM*m*. Que l'angle *s* marque la longueur de la route LM, ſi la terre étoit ſphérique, & alors on aura par la trigonométrie ſpherique:

$$\text{ſin}\,\phi = \text{cof}\,\zeta\,\text{cof}\,\lambda\,\text{ſin}\,s + \text{ſin}\,\lambda\,\text{cof}\,s$$

Soit donc cet angle ϕ la hauteur du Pole en M, où il faut bien remarquer, que lorsque la terre n'eſt pas ſphérique, l'angle *s* ne ſe rapporte plus à la longueur de la route LM, où il n'en marquera qu'à peu près la grandeur.

Conſidérons maintenant la terre comme ſphérique, & poſons l'angle AM*m* $= \theta$, & nous avons vû qu'il y aura $\text{ſin}\,\theta = \frac{\text{ſin}\,\zeta\,\text{cof}\,\lambda}{\text{cof}\,\phi}$.

Mais donnant à la terre une ellipticité exprimée par δ, cet angle AM*m* ſera un peu plus petit; poſons donc cet angle AM*m* $= \theta - \omega$, & nous aurons

$$\text{ſin}\,(\theta - \omega) = \frac{\text{ſin}\,\zeta\,\text{cof}\,\lambda}{\text{cof}\,\phi}\,(1 - \delta\,(\text{cof}\,\lambda^2 - \text{cof}\,\phi^2))$$

or cette équation ſe reduit à

$$\text{cof}\,\omega - \text{cof}\,\theta\,\text{ſin}\,\omega = 1 - \delta\,(\text{cof}\,\lambda^2 - \text{cof}\,\phi^2)$$

d'où

d'où l'on voit que l'angle ω étant fort petit, le cas ne ſauroit être plus favorable, que lorsque $\theta = 90°$, puisqu'alors, à cauſe de $\text{cof}\,\omega = 1 - \frac{1}{2}\omega\omega$, & $\omega^2 = 2\delta\,(\text{cof}\,\lambda^2 - \text{cof}\,\Phi^2)$ la difference ω eſt déterminée par $\sqrt{\delta}$, & partant beaucoup plus conſidérable que ſi elle étoit proportionnelle à δ.

Poſons donc $\theta = 90°$, & il faut qu'il y ait: $\text{ſin}\,\zeta = \dfrac{\text{cof}\,\Phi}{\text{cof}\,\lambda}$, ou $\text{cof}\,\Phi = \text{ſin}\,\zeta\,\text{cof}\,\lambda$, donc $\text{ſin}\,\Phi = \sqrt{(1 - \text{ſin}\,\zeta^2\,\text{cof}\,\lambda^2)}$. Or cette valeur étant ſubſtituée donne

$$1 - \text{ſin}\zeta^2\,\text{cf}\lambda^2 = \text{cof}\zeta^2\,\text{cf}\lambda^2\,\text{ſin}s^2 + 2\,\text{cf}\zeta\,\text{ſin}\lambda\,\text{cf}\lambda\,\text{ſin}s\,\text{cof}s + \text{ſin}\lambda^2\,\text{cf}s^2$$

où

$$0 = (\text{cof}\zeta\,\text{cof}\lambda\,\text{cof}s - \text{ſin}\lambda\,\text{ſin}s)^2 \text{ donc } \text{cof}\zeta = \text{tang}\,\lambda\,\text{tang}\,s$$

& de là nous tirons:

$$\text{ſin}\,\Phi = \frac{\text{ſin}\,\lambda\,\text{ſin}s^2}{\text{cof}\,s} + \text{ſin}\,\lambda\,\text{cof}s = \frac{\text{ſin}\,\lambda}{\text{cof}\,s}$$

Ayant donc établi la longueur de la route à peu près ſelon la nature de la contrée, en ſorte que quinze miles d'Allemagne ſoient contées pour un degré: on aura d'abord l'angle $ALM = \zeta$, que la route doit faire avec la méridienne en l, par la formule $\text{cof}\,\zeta = \text{tang}\,\lambda\,\text{tang}\,s$: & on parviendra ſur cette route à un endroit M, où l'élévation du pole ſera Φ, de ſorte que $\text{ſin}\,\Phi = \dfrac{\text{ſin}\,\lambda}{\text{cof}\,s}$.

Or étant parvenu à cette hauteur du Pole ſur la route marquée LM, il eſt certain que ſi la terre étoit ſphérique, on trouveroit la route perpendiculaire à la méridienne en M; ou bien l'angle θ ſeroit droit. Mais, dans l'hypotheſe de l'ellipticité de la Terre, l'angle AMm ſe trouvera moindre que droit: ſuppoſons donc que cet angle ſoit $= 90° - \omega$, & nous aurons à cauſe de $\theta = 90°$

$$\text{cof}\,\omega = 1 - \delta\,(\text{cof}\lambda^2 - \text{cof}\,\Phi^2) = 1 - \tfrac{1}{2}\omega\omega$$

donc

donc $\omega = V 2\delta (\text{cof}\,\lambda^2 - \text{cof}\,\Phi^2)$

or $\text{cof}\,\Phi^2 = 1 - \frac{\text{fin}\,\lambda^2}{\text{cof}\,s^2}$ & partant

$$\text{cof}\,\lambda^2 - \text{cof}\,\Phi^2 = -\text{fin}\,\lambda^2 + \frac{\text{fin}\,\lambda^2}{\text{cof}\,s^2} = \text{fin}\,\lambda^2\,\text{tang}\,s^2$$

Par conſéquent nous aurons $\omega = \text{fin}\,\lambda\,\text{tang}\,s\,V\,2\,\delta$

ou, puisque l'arc s eſt toujours ſi petit, qu'on le peut confondre avec la tangente, la différence des angles A M m qui répondent, ou à la ſphéricité ou à l'ellipticité de la Terre, ſera

$$\omega = s\,\text{fin}\,\lambda\,V\,2\,\delta$$

Et réciproquement ayant bien obſervé l'angle A M $m = 90° - \omega$, on en déduira la figure elliptique de la terre: $\delta = \frac{\omega^2}{2\,s\,s\,\text{fin}\,\lambda^2}$ ou à cauſe de $s = \frac{\text{cof}\,\zeta}{\text{tang}\,\lambda}$: on aura $\delta = \frac{\omega\,\omega}{2\,\text{cof}\,\zeta^2\,\text{cof}\,\lambda^2}$.

COROLL. I.

34. Cette méthode ſemble donc fort avantageuſe dans toutes les régions de la terre, qui ne ſont pas trop proches de l'équateur, puis que à cauſe de ſin λ trop petit, la difference ω deviendroit inſenſible. Mais plus le païs eſt éloigné de l'équateur, cette opération ſe pratiquera avec d'autant plus de ſuccés. Cependant il eſt évident, que trop près des Poles cette méthode perd à d'autres égards ſon utilité; puisque ſous les Poles mêmes il n'y a point de lignes méridiennes.

COROLL. 2.

35. Plus on continuë loin la route L M, & plus devient grande la différence ω dans la même raiſon. Mais il n'en eſt pas de même de l'ellipticité δ, dont l'angle ω ſuit la raiſon ſoudoublée: de ſorte que ſi la valeur de δ devenoit quatre fois plus grande, l'angle ω ne ſeroit augmenté

menté qu'au double. Or la grandeur de cet angle ω ſuppléra ſuffiſamment à ce défaut.

COROLL. 3.

36. Suppoſons l'ellipticité $\delta = \frac{1}{212}$, & la longueur de la route LM environ de 15 miles d'Allemagne. Soit de plus la hauteur du pole en L de 45°, & à cauſe de $\sin\lambda = \frac{1}{\sqrt{2}}$ & $s = 1°$, il y aura à peu prés $\omega = \frac{1}{115}$ degré $= 4'$; & cette différence eſt aſſés ſenſible pour découvrir la véritable ellipticité de la terre.

EXEMPLE.

37. Que le lieu L ſe trouve à la latitude de 52°, 31′, & qu'on ait la commodité de tracer une ligne vers l'ouëſt, ou environ, par une étenduë de 15 miles environ, & il s'agit de trouver la direction la plus avantageuſe de la ligne LM à tracer. Puisque $\lambda = 52°, 31'$ & $s = 1°$, on aura

	l tang $\lambda = 10,1152814$		$l \sin\lambda = 9,8995636$
+	l tang $s = 8,2419215$	−	$l \cos s = 9,9999338$
	$l \cos\zeta = 8,3572026$		$l \sin\Phi = 9,8996298$

donc $\zeta = 88°, 41', 45''$ & $\Phi = 52°, 31', 41''$

Maintenant, puisqu'il ſeroit impoſſible d'obſerver exactement ces meſures, & qu'il ſuffit de s'en tenir à peu près, ſuppoſons qu'on ait tracé la ligne LM en ſorte, qu'elle faſſe avec la méridienne tirée par L vers le nord un angle de 88°, 41′, 30″, & qu'on ait pouſſé cette ligne jusqu'en M, où l'on ait obſervé la hauteur du pole de 40″ plus grande qu'en L: de ſorte que

$$\lambda = 52°, 31'; \ \zeta = 88°, 41' 30'' \ \& \ \Phi = 52°, 31', 40''$$

Cela poſé, voyons ſous quel angle cette ligne LM ſera inclinée à la méridienne tirée par M, tant lorsque la terre ſeroit ſphérique que ſphéroï-

dique elliptique dans l'hypotheſe $\delta = \frac{1}{229}$. Or d'abord ſi la terre étoit ſphérique, & qu'on poſât l'angle A M $m = \theta$, ayant $\sin\theta = \frac{\sin\zeta \cos\lambda}{\cos\varphi}$, nous aurons ce calcul à faire:

$l \sin\zeta = 9,9998868$
$l \cos\lambda = 9,7842824$
$9,7841692$
$l \cos\varphi = 9,7841726$
donc $l \sin\theta = 9,9999966$
& partant $\theta = 89°,46',24''$

Mais ſi la terre étoit ſphéroïdique ſelon la valeur $\delta = \frac{1}{229}$ & que θ marquât encore l'angle A M m, ayant

$$\sin\theta = \frac{\sin\zeta \cos\lambda}{\cos\varphi}\,(1-\delta(\cos\lambda^2-\cos\varphi^2))$$

il faudra faire ce calcul:

$l\cos\lambda^2 = 9,5685648$ . . . . . $\cos\lambda^2 = 0,3703094$
$l\cos\varphi^2 = 9,5683452$ . . . . . $\cos\varphi^2 = 0,3701223$
$\cos\lambda^2 - \cos\varphi^2 = 0,0001171$
$\delta(\cos\lambda^2 - \cos\varphi^2) = 0,0000008$

& partant $\sin\theta = 0,9999992 \cdot \frac{\sin\zeta \cos\lambda}{\cos\varphi}$

or $l\frac{\sin\zeta \cos\lambda}{\cos\varphi} = 9,9999966$
$l\ 0,9999992 = 9,9999996$
$\sin\theta = 9,9999962$
& partant $\theta = 89°,45',36''$

La différence eſt donc $48''$, mais elle monteroit bien à $4'$, $30''$, ſi l'on avoit ſuivi exactement les déterminations trouvées par le calcul.

REMAR-

REMARQUE I.

38. Mais dans cet exemple & d'autres ſemblables, il faut bien remarquer, que la différence des latitudes λ & ϕ eſt ſi petite, que la moindre erreur commiſe dans les obſervations influeroit trop ſenſiblement ſur la concluſion. Car, puiſqu'après avoir obſervé les quatre angles λ, ϕ & ζ, θ, on a pour l'ellipticité de la terre

$$\delta = (1 - \frac{\sin\theta \cos\phi}{\sin\zeta \cos\lambda}) : (\cos\lambda^2 - \cos\phi^2)$$

pour que la concluſion ſoit ſeure, il faut que le dénominateur ne previenne pas trop petit. Or, pour faire voir combien une erreur commiſe dans la meſure de ces angles influë ſur la concluſion, conſidérons le dernier cas du 2 exemple §. 27. où ſuppoſant $\delta = \frac{1}{229}$ les quatre angles étoient

$\lambda = 48°$; $\phi = 48°$, $10'$; $\zeta = 85°$, & $\theta = 88°$, $2'$, $27''$.

& ſuppoſons que dans la difference des latitudes λ & ϕ, & dans celle des angles ζ & θ, on ſe ſoit trompé de $5''$, de ſorte que des opérations actuelles on ait tiré,

$\lambda = 48°$; $\phi = 48°$, $10'$, $5''$; $\zeta = 85°$; & $\theta = 18°$, $2'$, $22''$.

& voyons quelle ſeroit l'ellipticité qu'on en trouvera:

$l \sin\theta$	$=$	9,9997457	$l \cos\lambda^2 = 9{,}6510218$
$l \cos\phi$	$=$	9,8240919	$l \cos\phi^2 = 9{,}6481838$
		9,8238376	$\cos\lambda^2 = 0{,}4477358$
$l \sin\zeta$	$=$	9,9983442	$\cos\phi^2 = 0{,}4448195$
$l \cos\lambda$	$=$	9,8255109	Den. $= 0{,}0029163$
		9,8238551	
$l \frac{\sin\theta\cos\phi}{\sin\zeta\cos\lambda}$	$=$	9,9999825	donc $\delta = \frac{403}{29163} = \frac{1}{72}$
nombre	$=$	0,9999597	
Numérateur	$=$	0,0000403	

On trouveroit donc l'ellipticité beaucoup plus grande qu'elle ne feroit en effet, & cette grande différence réſulte principalement de l'erreur de l'angle ϕ dans le numérateur: car le dénominateur n'en ſouffre pas

conſidérablement. Car, ſi l'on ſe trompe dans l'angle Φ de $d\Phi$, la valeur de δ en devient fauſſe de $\frac{d\Phi \sin\theta \sin\Phi}{\sin\zeta \cos\lambda(\cos\lambda^2 - \cos\Phi^2)}$, ou bien cette erreur ſera à la quantité de δ même, comme $d\Phi \sin\theta \sin\Phi$ à $\sin\zeta\cos\lambda - \sin\theta\cos\Phi$. Donc, afin que l'erreur ne ſoit pas conſidérable, il faut que $\sin\zeta\cos\lambda - \sin\theta\cos\Phi$, & partant auſſi le dénominateur $\cos\lambda^2 - \cos\Phi^2$ ne devienne pas trop petit.

REMARQUE. 2.

39. Il vaudra donc mieux de faire l'angle $ALM = \zeta$ plus petit, quoique la différence dans l'angle θ pour l'hypotheſe ſphérique & elliptique devienne plus petite ; car les avantages remarqués cy-deſſus lorsqu'on prend l'angle ζ presque droit, ſuppoſent abſolument, qu'on ne commette pas la moindre erreur dans l'obſervation des latitudes, & dès qu'on y doit ſoupçonner quelque erreur, il faut abandonner cette route, & lui en préférer d'autres, où l'angle ζ eſt pris beaucoup plus petit. Ayant donc trouvé en ſuppoſant

$\delta = \frac{1}{229}$, $\lambda = 48°$, $\Phi = 49°$, $\zeta = 60°$, l'angle $\theta = 62°, 1', 58''$

ſuppoſons qu'on ait trouvé par les opérations actuelles :

$\lambda = 48°$; $\Phi = 49°, 0', 5''$; $\zeta = 60°$ & $\theta = 62°, 1', 53''$

& cherchons de là l'ellipticité δ :

$l \sin\theta$	$= 9,9460614$	$l \cos\lambda^2$	$= 9,6510218$
$l \cos\Phi$	$= 9,8169308$	$l \cos\Phi^2$	$= 9,6338616$
	$9,7629922$		
$l \sin\zeta$	$= 9,9375306$	$\cos\lambda^2$	$= 0,4477358$
$l \cos\lambda$	$= 9,8255109$	$\cos\Phi^2$	$= 0,4303894$
	$9,7630415$	Dénom.	$= 0,0173464$
$l \frac{\sin\theta\cos\Phi}{\sin\zeta\cos\lambda}$	$= 9,9999507$	Donc δ	$= \frac{1135}{173464} = \frac{1}{153}$
nombre	$= 9,9998865$		
Numérateur	$= 0,0001135$		

Dans

Dans ce cas donc l'erreur des obſervations influë beaucoup moins ſur la concluſion. Cependant on trouvera de même, qu'il n'eſt pas avantageux de prendre l'angle ζ trop petit; car ſi nous le prenions de 30°, & que nous fiſſions Φ de 5″ trop grand, & θ de 5″ trop petit, nous trouverions $\delta = {}_{2}\frac{1}{2}{}_{9}$: d'où l'on peut conclure que le meilleur parti eſt toujours de tracer la ligne L M en ſorte, qu'elle faſſe avec la méridienne un angle moindre que 60°, & plus grand que 30°. Il y a d'autres raiſons qui conſeillent de prendre cet angle ζ de 54°, 44′, pour que ſin ζ^2 cos ζ devienne un *maximum*: mais, puisqu'on eſt incertain, ſi les erreurs affectent les angles λ & Φ, & quel rapport ces doubles erreurs tiennent entr'elles, on ne ſauroit rien déterminer de précis là deſſus; & il ſuffit d'avoir fixé les limites de 30° & 60° entre leſquels l'angle ζ doit être choiſi. Or le plus avantageux eſt de continuer la ligne L M auſſi loin qu'il eſt poſſible; car plus on la pourra allonger, & plus ſera-t-on ſûr de la concluſion, qu'on en tirera. Cependant je dois avouër que cette méthode ne ſauroit jamais être exécutée dans la pratique: car non ſeulement on rencontreroit des difficultés inſurmontables à tracer la ligne la plus courte; mais auſſi la ligne méridienne ne ſauroit jamais être tracée ſi exactement, que le ſuccès de cette méthode l'exige, une erreur de 20″ y étant presque inévitable.

EXAMEN D'UNE CONTROVERSE SUR LA LOI DE REFRACTION DES RAYONS DE DIFFERENTES COULEURS PAR RAPPORT À LA DIVERSITÉ DES MILIEUX TRANSPARENS PAR LESQUELS ILS SONT TRANSMIS.

PAR M. EULER.

Ayant propoſé dans les Mémoires de notre Académie pour l'Année 1747. une méthode de perfectionner les verres objectifs en ſorte, que la diverſe refrangibilité des rayons ne troublât plus la répréſentation ; j'ai bien prevû que l'éxécution de tels verres ſeroit aſſujettie à des difficultés presque inſurmontables. Les deux ménisques, entre leſquels la cavité doit être remplie d'eau, ou de quelque autre liqueur tranſparente pour compoſer un tel objectif parfait, doivent avoir ſi exactement la figure preſcrite par le calcul, que la moindre aberration dérange très conſidérablement l'effet, qu'on s'en promettoit. Mais quand même on auroit réüſſi à donner à chaque face de ces ménisques la courbure exigée par la Théorie, la figure ſphérique à laquelle la Pratique ordinaire eſt reſtrainte, ſeroit toujours la cauſe, que ces objectifs n'admettroient qu'une ſi petite ouverture, qu'elle les rendroit inférieurs aux objectifs ordinaires. Cependant, ſi l'on trouvoit moyen de perfectionner l'art de polir les verres, en ſorte qu'au lieu de la figure ſphérique on leur pût donner une autre figure plus convenable comme celle d'une parabole, il n'y auroit aucun doute, que ces nouveaux verres objectifs ne fuſſent ſuſceptibles d'une aſſés grande ouverture pour nous procurer tous les avantages,

que

que la diverſé réfrangibilité des rayons nous refuſe dans les objectifs ordinaires.

Mais mon Mémoire ſur cette perfection des verres objectifs a été attaqué d'un tout autre côté. Un habile Mathématicien Anglois, M. *Dollond*, prétend que mon raiſonnement même, duquel j'ai tiré la conſtruction de ces verres, eſt fondé ſur un faux principe. Il m'a fait l'honneur de me communiquer ſon objection par le canal du célébre M. *Short*, avant que de la rendre publique, & j'ai lieu de croire que ma réponſe lui ſatisfit, puisque le dernier Volume des Tranſactions contient tant la lettre de M. *Dollond*, que ma réponſe, ſans qu'il y ait ajouté une replique. Cependant, ayant trouvé depuis des arguments plus convaincans contre le ſentiment que M. *Dollond* a avancé, je crois que leur explication ſervira non ſeulement à confirmer ma Théorie, mais auſſi à mettre dans un plus grand jour la loi de réfraction des rayons de diverſes couleurs.

Etat de la controverſe.

Si dans le paſſage de la Lumière d'un milieu dans un autre, la raiſon du ſinus d'incidence au ſinus de réfraction eſt pour les rayons rouges comme $r : 1$ & pour les violets comme $v : 1$;

Et que dans le paſſage d'un autre milieu dans un autre quelconque la même raiſon du ſinus d'incidence au ſinus de réfraction ſoit pour les rayons rouges comme $R : 1$, & pour les violets comme $V : 1$.

Il eſt certain qu'il y aura un certain rapport entre les nombres R & V, qui dépend de celui entre les nombres r & v, de ſorte que connoiſſant trois de ces quatre nombres r, v, R & V, on en puiſſe déterminer le quatrième.

Or j'avois avancé que le nombre V eſt toujours une ſemblable puiſſance de v, que R l'eſt de r; ou bien ſi $R = r^{\alpha}$, je dis qu'il y aura auſſi $V = v^{\alpha}$, l'expoſant de la puiſſance α étant de part & d'autre

tre le même. Ou, puisque en prenant les logarithmes on a $lR = \alpha lr$ & $lV = \alpha lv$, & partant $\alpha = \frac{lR}{lr} = \frac{lV}{lv}$; mon ſentiment porte que les logarithmes des quatre nombres r, v, R & V ſont proportionnels entr'eux, c'eſt à dire qu'il y aura toujours

$$lr : lv = lR : lV$$

Mais Mr. *Dollond* prétend, que ce rapport eſt faux & contraire à l'éxpérience, par laquelle on avoit trouvé que ces quatre nombres r, v, R & V, ſuivoient toujours un tel rapport entr'eux, qu'il y eut

$$r - 1 : v - 1 = R - r : V - v$$

laquelle proportion ſe réduit à celle-cy

$$r - 1 : v - 1 = R - 1 : V - 1.$$

Il s'agit donc de décider cette queſtion, ſi marquant par r, v, R, V les nombres, dont je viens d'expoſer la ſignification, leur rapport mutuel eſt renfermé dans cette proportion, que Mr. *Dollond* prétend être conforme à l'expérience

$$r - 1 : v - 1 = R - 1 : V - 1$$

où plutôt dans celle, ſur laquelle eſt fondée toute ma Théorie ſur la perfection des verres objectifs

$$lr : lv = lR : lV$$

On comprend aiſément, que la déciſion de cette queſtion eſt de la derniere importance dans la Théorie de la réfraction; & on ſera ſurpris qu'un article ſi eſſentiel n'ait pas été ſuffiſament établi par le grand *Newton*, à qui nous ſommes redevables de toutes les autres découvertes ſur la diverſe réfrangibilité des rayons. Il eſt bien vray, que cet illuſtre Philoſophe ſe déclare aſſés ouvertement pour la proportion, que Mr. *Dollond* m'oppoſe, mais il n'en a nulle part donné une preuve directe; & il ſemble qu'il ne l'ait enviſagé que comme aſſés conforme aux expériences, ſans qu'il l'ait cru fondée réellement dans la nature de la réfraction. Or, quoiqu'il en ſoit, je ſoutiens que cette proportion ne

ſauroit

ſauroit avoir lieu dans la Nature, quelque d'accord qu'elle puiſſe paroître avec les expériences, attendu qu'elle renferme des contradictions ouvertes dans ſoy-même : & que ce n'eſt que ma proportion, qui puiſſe ſubſiſter avec les loix ſacrées de la Nature. Les réfléxions ſuivantes mettront hors de doute ce que je viens d'avancer, & fourniront une déciſion complette de la queſtion dont il s'agit.

I. REFLEXION.

Je conviens d'abord, que la proportion de Mr. *Dollond* répond aſſés exactement à l'expérience: car la methode, dont on ſe ſert ordinairement pour decouvrir la réfraction, ne nous laiſſe pas appercevoir les petites aberrations, & une proportion produite pour cet effet devroit être enormement défectueuſe, pour qu'on en pût découvrir la fauſſeté par l'expérience. Je ſoutiens donc que la difference entre la proportion de Mr. *Dollond* & la mienne eſt ſi petite, que l'expérience ordinaire ne ſauroit jamais décider, laquelle des deux eſt la véritable; & les mêmes expériences, qu'il peut alléguer en faveur de ſa proportion, doivent également prouver la mienne. Pour faire voir cela plus clairement, conſidérons d'abord le paſſage de la lumiere de l'air dans le verre, & on ſait que la raiſon du ſinus d'incidence au ſinus de réfraction eſt

pour les rayons rouges, comme $r : 1 = \frac{77}{50} : 1$

pour les rayons violets, comme $v : 1 = \frac{78}{50} : 1$

Maintenant conſidérons auſſi le paſſage de l'air dans l'eau, & poſons pour les rayons rouges la raiſon de réfraction

$$R : 1 = 4 : 3 = \frac{4}{3} : 1 \quad \text{ou} \quad R = \frac{4}{3}$$

& on demande quelle ſera la raiſon de réfraction pour les rayons violets de l'air dans l'eau, laquelle ſoit comme $V : 1$. Or ſelon la proportion de Mr. *Dollond* on trouve

$$r - 1 \left(\tfrac{77}{50}\right) : v - 1 \left(\tfrac{78}{50}\right) = R - 1 \left(\tfrac{1}{3}\right) : V - 1$$

donc $V - 1 = \frac{2}{89}$, & partant $V = \frac{109}{89}$, de ſorte qu'on auroit pour les rayons violets la raiſon de réfraction en paſſant de l'air dans l'eau comme $\frac{109}{89}$ à 1.

Mais ſelon ma proportion on aura

$$lr\ (0,1875207) : lv\ (0,1931246) = lR\ (0,1249387) : lV$$

$$\text{donc } lV = \frac{0,1931246}{0,1875206} \cdot 0,1249387 = 0,1286725$$

& partant $V = 1,344846$

Or la proportion de Mr. *Dollond* ayant donné $V = \frac{109}{89}$, ou en fraction décimale $V = 1,345679$, où l'on voit que la différence eſt ſeulement 0, 000833 ou $\frac{1}{1200}$, qui eſt certainement ſi petite, qu'elle doit échaper aux Expériences les plus exactes. On ne ſauroit donc provoquer à l'expérience pour prouver plutôt l'une que l'autre de ces deux proportions: or je parle ici de la maniere ordinaire, dont les Phyſiciens font ces Expériences ſur la réfraction; car il y a une autre eſpece d'Expériences, par leſquelles on ſera en état d'appercevoir encore de plus petites différences dans la réfraction, dont je parlerai à une autre occaſion.

II. REFLEXION.

Or, ſans recourir à l'expérience, je prouverai par le ſeul raiſonnement, que la proportion de Mr. *Dollond* ne ſauroit avoir lieu dans la Nature, à cauſe d'une contradiction intrinſeque qu'elle renferme. Pour cet effet conſidérons le paſſage de la lumiere d'un milieu quelconque A dans un autre milieu quelconque B; & ſoit la raiſon du ſinus d'incidence au ſinus de réfraction pour les rayons rouges comme r à 1, & pour les rayons violets connu v à 1; & en vertu de la proportion de Mr. *Dollond* la raiſon de $r - 1$ à $v - 1$ devroit toujours être la même, de quelque nature que ſoient les deux milieux A & B; ou bien elle devroit être la même, que donne le paſſage de l'air dans le verre. Or ayant pour

pour ce cas $r = \frac{77}{75}$ & $v = \frac{78}{75}$, & partant $r - 1 = \frac{2}{75}$ & $v - 1 = \frac{3}{75}$, on auroit en général pour le paſſage du milieu A dans le milieu B cette proportion:

$$r - 1 : v - 1 = 27 : 28$$

Maintenant ſuppoſons que la lumiere repaſſe du milieu B dans le milieu A, & nous ſavons par le principe général de la réfraction, que la raiſon du ſinus d'incidence à celui de réfraction ſera pour les rayons rouges comme 1 à r, ou bien comme $\frac{1}{r}$ à 1, & pour les rayons violets comme 1 à v, ou bien comme $\frac{1}{v}$ à 1. Donc, en vertu du principe de Mr. *Dollond*, il devroit être pareillement

$$\frac{1}{r} - 1 : \frac{1}{v} - 1 = 27 : 28$$

& partant $\frac{1}{r} - 1 : \frac{1}{v} - 1 = r - 1 : v - 1$

On auroit donc $\frac{v(1-r)}{r(1-v)} = \frac{r-1}{v-1}$ ou $\frac{v(r-1)}{r(v-1)} = \frac{r-1}{v-1}$

& partant $v = r$, ce qui eſt ouvertement faux, & la proportion de Mr. *Dollond* ſe contredit à elle-même.

Or la proportion, que j'ai établie, ſatisfait parfaitement à ce renverſement du paſſage de la lumiere: ſelon moi la raiſon de lr à lv devant toujours être la même, ſera celle qui réſulte du paſſage de l'air dans le verre, & partant

$$lr : lv = 0,1875207 : 0,1931246$$

qui ſe réduit à ces moindres nombres

$$lr : lv = 67 : 69$$

Or pour le paſſage du milieu B dans le milieu A ayant $\frac{1}{r}$ & $\frac{1}{v}$ au lieu de r & v, il eſt evident qu'il y aura pareillement

$$l\frac{1}{r} : l\frac{1}{v} = 67 : 69$$

car $l\frac{1}{r} = -lr$ & $l\frac{1}{v} = -lv$, & il y a ſans doute

$$-lr : -lv = lr : lv = 67 : 69$$

III. REFLEXION.

Mais peut-être M. *Dollond* cherchera-t-il à détruire la force de cet argument en ajoutant à ſa proportion cette limitation, que des raiſons de réfraction $r : 1$ & $v : 1$ il ne faut tirer cette raiſon $r - 1 : v - 1$, qu'entant que les nombres r & v ſont plus grands que l'unité : & que s'il arrivoit, que ces nombres fuſſent plus petits que l'unité, il faudroit alors renverſer ces raiſons, & en former celle-cy $\frac{1}{r} - 1 : \frac{1}{v} - 1$. Mais, outre qu'une telle limitation ſeroit peu conforme à un principe général de la Nature, je ferai voir qu'accordant même cette limitation, ſon principe ne ceſſe pas d'impliquer une contradiction ouverte. Car conſidérons trois milieux A, B, C, dont le premier A ſoit le plus rare, & le troiſième C le plus denſe : & poſons pour le paſſage de la lumière de A en B la raiſon du ſinus d'incidence à celui de réfraction :

pour les rayons rouges, comme r à 1
pour les rayons violets, comme v à 1

Enſuite pour le paſſage du milieu B en C, ſoit la raiſon du ſinus d'incidence à celui de réfraction

pour les rayons rouges, comme R à 1
pour les rayons violets, comme V à 1

Puisque

Puisque donc tant r & v que R & V ſont des nombres plus grands que l'unité, le principe de M. *Dollond* exige qu'il ſoit

$$r-1 : v-1 = 27 : 28 \quad \& \quad R-1 : V-1 = 27 : 28$$

donc $v = 1 + \frac{28}{27}(r-1)$ & $V = 1 + \frac{28}{27}(R-1)$

Mais ſuppoſons à préſent, que les rayons paſſent immédiatement du milieu A dans le milieu C, & il eſt évident par les premiers principes de la réfraction, que la raiſon du ſinus d'incidence à celui de réfraction ſera en raiſon compoſée des précédentes, ſçavoir

pour les rayons rouges, comme r R à 1

pour les rayons violets, comme v V à 1

Donc, puisque les nombres rR & vV ſont à plus forte raiſon plus grands que l'unité, M. *Dollond* ne ſauroit nier, qu'en vertu de ſon principe il ne dût être

$$rR-1 : vV-1 = 27 : 28$$

Or les valeurs déjà trouvées pour v & V donnent

$$vV-1 = \tfrac{28}{27}(r-1) + \tfrac{28}{27}(R-1) + \tfrac{784}{729}(r-1)(R-1)$$

laquelle quantité devroit être égale à $\frac{28}{27}(rR-1)$, ce qui eſt ouvertement faux ; puisqu'il en ſuivroit

$$r-1+R-1+\tfrac{28}{27}(Rr-R-r+1) = rR-1$$

ou $(r-1)(R-1) = o$, dont l'abſurdité ne ſauroit être révoquée en doute.

IV. REFLEXION.

Il eſt donc mis hors de doute, que la proportion de M. *Dollond* ne ſauroit être admiſe en aucune maniere dans la Théorie de la Réfraction ; & les mêmes argumens prouvent ſuffiſamment, qu'aucune autre proportion que la mienne ne ſauroit ſubſiſter dans la Nature. Car ſi pour le paſſage du milieu A dans le milieu B on a

$$lr : lv = 67 : 69 \quad \text{ou} \quad \frac{lr}{lv} = \frac{67}{69}$$

& pour le paſſage du milieu B dans le milieu C

$$lR : lV = 67 : 69 \quad \text{ou} \quad \frac{lR}{lV} = \frac{67}{69}$$

le même principe donnera pour le paſſage du milieu A dans le milieu C cette proportion :

$$lrR : lvV = 67 : 69 \quad \text{ou} \quad \frac{lrR}{lvV} = \frac{67}{69}$$

ce qui eſt parfaitement d'accord avec les deux proportions précédentes. Et pour peu qu'on faſſe attention à ces conditions, que la nature de la réfraction exige, on s'appercevra aiſément qu'aucune autre proportion que celle des logarithmes ne ſauroit leur ſatisfaire. Soit donc que feu M. *Newton* ait ſoutenu la proportion de M. *Dollond*, comme la véritable, ou ſeulement comme approchante de la vérité, ce qui paroit plus vraiſemblable, elle doit également être rejettée; & il n'y a que la proportion, ſur laquelle j'ai fondé ma Théorie de la perfection des verres objectifs, qui ſoit conforme à la Nature. Après le dévélopement de ces argumens invincibles, M. *Dollond* ne fera plus difficulté de reconnoitre la juſteſſe des raiſonnemens, qui m'ont conduit à la perfection des verres objectifs ; & ſi leur exécution n'a pas répondu jusqu'ici à l'eſpérance qu'on en a pû concevoir, il avouëra avec moy, que la cauſe doit uniquement être attribuée à la figure ſphérique, qu'on donne ordinairement aux faces des verres, laquelle n'eſt ſuſceptible que d'une très petite ouverture; qui cependant n'empêche pas, que la confuſion, que la diverſe réfrangibilité des rayons cauſe dans les objectifs ordinaires, ne ſoit entièrement détruite, pourvû qu'on donne aux faces des ménisques exactement la figure preſcrite par la Théorie, & qu'on faſſe l'ouverture aſſés petite.

V. RE'FLEXION.

Cependant il eſt remarquable, que ſi la proportion de M. *Dollond* étoit la véritable, il n'y auroit pas abſolument moyen de diminuer ſeulement la confuſion de la diverſe réfrangibilité des rayons ; car elle dépen-

dépendroit toujours également de la diſtance du foyer des verres, de quelque maniere qu'ils ſoient compoſés de diverſes matieres transparentes. Or c'eſt de là que j'avois tiré un argument à mon avis bien fort contre la proportion de M. *Dollond*: puisqu'il en ſuivroit, que l'oeil, de quelque différentes humeurs qu'il fût compoſé, devroit toujours repréſenter ſur la rétine les objets altérés de diverſes couleurs, tout comme s'il ne contenoit qu'une ſeule lentille, & qu'il fût ſemblable à une petite chambre obſcure. Or puisqu'il eſt très certain, qu'une telle confuſion ne ſe rencontre pas dans la viſion, j'en avois conclu, qu'il eſt poſſible de prévenir une telle confuſion par la compoſition de diverſes matieres transparentes, & que par conſéquent la proportion de M. *Dollond* étoit contraire à l'expérience. Cependant dans une Lettre qu'il m'a écrite depuis, il n'a pas voulu reconnoitre la force de cet argument, ſous le prétexte qu'il n'appartenoit point à la queſtion, dont il s'agiſſoit; & quoique j'y euſſe auſſi ajouté une preuve directe de ma proportion, ſon principe lui ſembloit encore trop tenir à cœur, pour l'abandonner. Mais à préſent j'eſpère que les argumens, que je viens d'expoſer, feront aſſés forts pour l'y porter, quelque grand qu'ait pu être ſon attachement pour ſon principe.

VI. RE'FLEXION.

Ce que je viens de dire ſur le but des différentes humeurs de l'oeil, nous doit inſpirer une idée beaucoup plus ſublime de cet organe, qu'on n'en a ordinairement. On compare communément l'oeil à une petite chambre obſcure; mais, quoique cette comparaiſon ſoit bien juſte en gros, on y découvrira aiſément une diſparité infinie. Car concevons un oeil ſemblable à une chambre obſcure, ne contenant qu'une ſeule lentille convexe, dont les deux faces ſoient ſphériques, & une telle machine auroit les grands défauts ſuivans:

Premièrement les répréſentations ſeroient troublées par la diverſe réfrangibilité des rayons, & partant bordées des couleurs de l'arc-en-ciel.

En

En ſecond lieu, ce ne ſeroient que les objets ſitués dans l'axe de l'oeil, ou à peu près, dont la répréſentation ſeroit aſſés diſtincte; pendant que la répréſentation des objets médiocrement éloignés de l'axe deviendroit de plus en plus confuſe. Le champ apparent, que la viſion ſenſiblement diſtincte embraſſeroit, s'étendroit à peine à 10 degrés.

Troiſièmement, un tel oeil n'admettroit qu'une très petite ouverture, ce qui rendroit la répréſentation des objets ſur le fond extrémement obſcure.

Or nous voyons que dans l'oeil naturel ces trois défauts ſont très heureuſement evités: la diverſe réfrangibilité n'y cauſe aucune confuſion; le champ apparent s'étend fort loin au delà de 90 degrés, ſans qu'on s'apperçoive de la moindre confuſion dans les objets les plus éloignés de l'axe de l'oeil; & l'ouverture, ou la pupille, ſurpaſſe de beaucoup celle, qu'une lentille ſemblable au cryſtallin pourroit jamais ſouffrir.

Il faloit donc bien employer pluſieurs matieres tranſparentes pour pouvoir obtenir ces excellentes qualités; une ſeule lentille y auroit été peu propre, comme je viens de remarquer. Or le choix de telles matieres, & leur configuration, demandoit la ſolution de ce problème.

Choiſir & arranger en ſorte pluſieurs matieres tranſparentes, que la diverſe réfrangibilité des rayons ne nuiſe en rien à la répréſentation; que tous les objets tant proches qu'éloignés de l'axe ſoient répréſentés avec la même diſtinction; & qu'une très grande ouverture n'y trouble rien.

Il s'agit ici principalement de déterminer la juſte figure & courbure de chaque milieu diaphane, pour que toutes les conditions marquées ſoient remplies. Or ceux qui ont travaillé dans la Théorie de la Dioptrique, ſavent à combien de difficultés eſt aſſujettie la recherche de la figure des faces d'un ſimple verre, qui puiſſe ſoutenir une plus grande ouverture que n'admettent les faces ſphériques. Ce problème eſt

aſſés

aſſés difficile dans la Théorie; & quand on auroit trouvé la juſte figure des faces du verre, aucun Ouvrier, quelque habile qu'il ſoit, ne ſera jamais en état de les exécuter dans la pratique. Or, quand même on ſeroit parvenu à faire un tel verre, il ne préſenteroit diſtinctement que les objets ſitués dans l'axe, & même à une certaine diſtance, à laquelle la recherche aura été reſtrainte; tous les autres objets ne laiſſeroient pas d'être préſentés confuſément. C'eſt auſſi la raiſon, pourquoi deux faces réfringentes ne ſont pas ſuffiſantes, pour procurer une repréſentation diſtincte des objets ſitués à diverſe diſtance & hors de l'axe; & la ſeule circonſtance de la diverſe réfrangibilité des rayons en demande déjà pluſieurs. Prenant donc toutes ces conditions enſemble, on peut bien avancer, que la ſagacité humaine ne parviendra jamais à déterminer la juſte figure de pluſieurs ſurfaces réfringentes, pour que tous les objets à quelque diſtance, & ſous quelque obliquité qu'ils ſoient ſitués, ſoient repréſentés diſtinctement, & que, ni la grandeur de l'ouverture, ni la diverſe nature des rayons, n'y cauſent aucune confuſion. Ces courbes ſeront ſans doute tranſcendentes au plus haut degré, & comme perſonne ne ſeroit en état de les deſſiner, à plus forte raiſon ne ſeroit-on jamais capable de les exécuter dans la pratique. Cependant ce qui ſurpaſſe ſi loin tant la portée de l'eſprit humain, que l'adreſſe de l'art, ſe trouve exécuté au plus haut degré de perfection, non ſeulement dans les yeux de l'homme & de tous les animaux, mais auſſi ſans doute dans ceux des plus vils *inſectes*: quelle immenſité de Géométrie & de Mécanique n'y faut-il pas admirer? Après ces réfléxions ſeroit-il bien poſſible, que la témérité des hommes allât jusqu'à dire, que les yeux ne ſoient que l'ouvrage d'un hazard aveugle? Si les autres argumens pour l'exiſtence de Dieu ne font point d'impreſſion ſur l'eſprit des Athées, la ſeule conſidération de la ſtructure de l'oeil les doit convaincre de l'exiſtence d'un Etre ſouverainement ſage & puiſſant, par rapport auquel la plus haute ſageſſe de l'homme ſe réduit à rien, tout comme ſon art & adreſſe évanouït entierement. Mais ayant reconnu l'Auteur de l'oeil, ſeroit-il bien poſſi-

ble qu'on doutât encore un moment, que celui qui a fabriqué l'oeil, ne vît pas lui-même? Et ſi nous connoiſſions la ſtructure de l'oreille autant que celle de l'oeil, nous ſerions convaincus avec autant de force, que celui qui a fabriqué l'oreille, entend lui-même. Notre illuſtre Préſident, Mr. *de Maupertuis*, a très bien remarqué que les argumens ordinaires pour l'exiſtence d'un Dieu, n'ont point de priſe ſur l'eſprit d'un Athée entêté; ce qui eſt un fait, dont perſonne ne ſauroit douter: mais dès qu'on fait voir, qu'il ſe trouve dans la Nature de telles loix, qui renferment conſtamment ou des *Maxima* ou *Minima*, le plus grand Chicaneur ſera réduit à abandonner le ſyſtème du Hazard, malheureux fondement de l'Atheïsme: puisque rien ne ſauroit être imaginé ſi abſurde que de dire, que parmi tous les cas également poſſibles, dont le nombre eſt infini, le Hazard choiſiſſe toujours & conſtamment celui, qui ſe diſtingue de tous les autres par un *Maximum* ou *Minimum*. Or, c'eſt préciſément ſur ce même principe que je fonde la force de mon argument tiré de la ſtructure de l'oeil; le nombre, la qualité, & la différente figure des humeurs, dont l'oeil eſt compoſé, renferment toujours & conſtamment, non une, mais pluſieurs déterminations, dont chacune eſt le réſultat d'un problème, qui ſurpaſſe les forces de la plus ſublime Géométrie. Suppoſons que le Hazard ait heureuſement rencontré le nombre & la qualité des différentes humeurs propres à former un oeil, & qu'il s'agiſſe ſeulement d'en déterminer la figure; quelle extravagance ſeroit-ce de ſoutenir, que le pur Hazard choiſſe toujours & conſtamment parmi toutes les figures poſſibles, dont chacune de ces humeurs eſt ſuſceptible, & dont le nombre eſt ſans contredit infini; que le Hazard, dis-je, en choiſiſſe toujours & conſtamment celle qui convient le mieux au deſſein, & que même le plus grand Géométre n'eſt pas capable de trouver?

Tant qu'on parle en général des Loix de la Nature, & du plus grand ou plus petit qu'elles renferment, quantité de monde n'en eſt que très foiblement touché; mais, lorsqu'on leur met devant les yeux ces mêmes Loix appliquées à la ſtructure de l'oeil, comme certaines déterminations

tions qui ſurpaſſent même la portée de l'eſprit humain, y ſont toujours & conſtamment obſervées, tout le monde en doit être très ſenſiblement frappé; & il me ſemble que, quelque obſtiné que puiſſe être un Athé, il doit néceſſairement ſuccomber à la force de cet argument.

Or, quelque inébranlable que ſoit cet argument, il doit acquérir encore plus de force, ſi l'on fait attention à la diverſité des yeux, chaque animal étant pourvu d'une telle ſtructure, qui convient le plus parfaitement à ſes beſoins. Le problème demeure bien toujours le même; mais, puisque les conditions peuvent varier, la ſolution devient différente: car, parce que pour les poiſſons les rayons paſſent de l'eau dans leurs yeux, cette diverſité de réfraction en doit produire une dans les humeurs & leur configuration, & il n'y a aucun doute que cette différence requiſe par la Théorie ne ſoit parfaitement accomplie dans les yeux de chaque poiſſon.

VII. RE'FLEXION.

Je dois encore ajouter une réflexion, qui n'éclaircira pas peu la Théorie de la réfraction. D'abord, on auroit pu s'imaginer, que la queſtion ſur la diverſe réfrangibilité des rayons à l'egard de différens milieux tranſparens, ne ſauroit être décidée que par l'expérience; car, comme c'eſt uniquement à l'expérience, que nous devons la connoiſſance de la diverſe réfrangibilité des rayons, il ſemble qu'il n'y auroit pas d'autre moyen que de conſulter l'expérience ſur cette queſtion. Mr. *Dollond* paroit être dans ce ſentiment, croyant que ma proportion auroit été auſſi poſſible que la ſienne, mais que l'expérience avoit décide pour celle-cy. Or, après que j'ai fait voir, que l'expérience ordinaire ne ſauroit plus favoriſer l'une que l'autre de ces deux proportions, on ne ſera pas peu ſurpris, que cette queſtion tire ſa déciſion de la ſeule Théorie; de ſorte que dès qu'on tombe d'accord, que les rayons de lumiere ſont aſſujettis à une diverſe réfrangibilité, auſſi-tôt eſt-on obligé de reconnoitre, qu'aucune autre proportion que la mienne

ne ſauroit avoir lieu dans la Nature. Ma proportion contient donc une de ces vérités qu'on nomme néceſſaires, & il auroit été impoſſible, que toute autre proportion eut été etablie dans le Monde; car toute autre proportion renferme les mêmes contradictions, que celle que Mr. *Dollond* avoit ſoutenuë ; ce qu'il ſera aiſé de démontrer en en faiſant l'application au cas dévelopé dans ma troiſième réflexion. Il eſt par conſéquent auſſi néceſſairement certain, qu'aucune propoſition de Géométrie, que lorsque $r : 1$ marque le rapport du ſinus d'incidence au ſinus de réfraction pour les rayons rouges, & $v : 1$ le même rapport pour les rayons violets dans le paſſage d'un milieu tranſparent dans un autre; alors le rapport des logarithmes des nombres r & v, ou bien la fraction $\frac{lr}{lv}$ conſerve toujours la même valeur, de quelque maniere que varient les deux milieux tranſparens, par lesquels le paſſage ſe fait.

VIII. RE'FLEXION.

Donc, dés qu'on ſait la réfraction des rayons rouges dans un paſſage quelconque, on trouvera aiſément la réfraction des rayons violets dans le même paſſage : car, ſoit le rapport du ſinus d'incidence à celui de réfraction pour les rayons rouges, comme $r : 1$, & pour les violets comme $v : 1$; & puisque $\frac{lr}{lv} = \frac{67}{69}$, on aura $lv = \frac{69}{67} lr$, & partant $v = r^{69:67}$, d'où connoiſſant la valeur du nombre r, on déterminera aiſément celle de v. Or par les Expériences communes on découvre ordinairement la réfraction des rayons moyens, qui tiennent un milieu entre les rouges & les violets, & par la même régle ayant trouvé la réfraction des rayons moyens on pourra déterminer tant celle des rayons rouges que des violets. Car ſuppoſons pour un paſſage quelconque la raiſon du ſinus d'incidence à celui de réfraction,

pour

pour les rayons moyens, comme $m : 1$
pour les rayons rouges, comme $r : 1$
pour les rayons violets, comme $v : 1$

& les logarithmes de ces trois nombres m, r & v, ſeront toujours entr'eux comme les nombres 68, 67, & 69, ou bien on aura

$$l\,r = \frac{67}{68}\,l\,m \qquad \& \qquad l\,v = \frac{69}{68}\,l\,m$$

d'où connoiſſant le nombre m on trouvera aiſément les deux nombres r & v. Pour en donner un exemple, ſoit $m = 1,73$, & on n'aura qu'à faire le calcul ſuivant :

$$l\,m = 0,2380461$$
donc $\frac{1}{68}\,l\,m = 0,0035007$
$$l\,m - \tfrac{1}{68}\,l\,m = l\,r = 0,2345454$$
$$l\,m + \tfrac{1}{68}\,l\,m = l\,v = 0,2415468$$

d'où l'on trouve les nombres r & v

$$r = 1,716111 \qquad \& \qquad v = 1,744001$$

Donc, lorsque le ſinus d'incidence eſt au ſinus de réfraction pour les rayons moyens, comme 1, 73 à 1, alors la même raiſon ſera

pour les rayons rouges, comme 1,716111 à 1
pour les rayons violets, comme 1,744001 à 1

AVERTISSEMENT.

L'Académie Royale des Sciences de Paris s'étant hâtée contre ſon uſage, de publier dans ſes Mémoires de l'année 1749. *des Réfléxions de M. le Chevalier* d'Arcy *ſur le Principe de M.* de Maupertuis, *qu'il n'a données que l'an* 1752, *l'Académie de Berlin croit pouvoir publier l'examen, qui ſuit, une année plûtôt qu'il n'auroit dû paroître.*

EXAMEN

DES REFLEXIONS DE M. LE CHEVALIER *D'ARCY*

SUR LE PRINCIPE DE LA MOINDRE ACTION.

PAR M. BERTRAND.

Rien ne ſemble plus ſimple au premier coup d'oeil que le Principe de la moindre Action ; & tant qu'on n'attache à ces mots *moindre action* que la ſignification vague qu'ils ont dans l'uſage vulgaire, il n'eſt ſi foible diſcoureur qui n'étourdiſſe par un galimatias philoſophique ſur la maniere, dont il décide que la Nature opére.

D'autres gens que l'étude des Mathématiques a accoutumé à ſe faire des idées plus fixes, ont joint des déterminations à cette idée vague de *l'Action* & du *Principe ;* mais faute de les avoir puiſées dans les

les livres de l'Inventeur, ou faute d'avoir compris la nature de celles qu'il donne, ils s'en ſont fait de fauſſes idées ; d'aprés leſquelles ayant raiſonné, ils ſont tombés dans des contradictions, qu'ils n'ont pas manqué d'attribuër au principe, là où ils n'auroient dû accuſer que leur précipitation.

M. le Chevalier *d'Arcy*, après les plus fortes aſſurances de ſon amour pour la Vérité, entreprend de renverſer le Principe de M. *de Maupertuis ;* mais l'on voit avec étonnement qu'il ne renverſe que les fauſſes idées qu'il s'en eſt faites, & que, bien loin que les abſurdités qu'il a crû conclure du Principe en ébranlent la ſolidité, il auroit été au contraire très préjudiciable au Principe, que, de la maniere qu'il s'en eſt ſervi, il fût venu à des concluſions certaines : car ce qu'il a poſé = *minimum* n'étant rien moins que la quantité d'Action, on auroit pû croire, ſi ſes concluſions euſſent été vraies, qu'il étoit fort indifférent de quel Principe partir pour arriver aux Vérités que la Méchanique renferme. C'eſt ce qu'on va voir plus en détail. M. *d'Arcy* commence par l'Enoncé général du Principe de M. *de Maupertuis* : cet Enoncé lui offre deux objets ; le premier, *que l'action eſt proportionnelle au produit de la Maſſe par la viteſſe & par l'eſpace parcouru ;* Le ſecond ; *que la quantité d'Action néceſſaire pour produire un changement dans la Nature, eſt un* minimum, *& que c'eſt cette quantité d'Action qui eſt la vraie dépenſe de la Nature, qu'elle ménage le plus qu'il eſt poſſible.*

On eſt fort ſurpris du biais dont M. *d'Arcy* conſidére ſon premier objet ; on ſe ſeroit attendu qu'il auroit dit : il eſt ici queſtion d'une définition : il eſt libre à un Philoſophe de changer la ſignification des mots dans des vuës particulieres ; à plus forte raiſon lui eſt-il permis de le faire, lorſque les mots qu'il définit n'ont dans l'uſage ordinaire qu'une ſignification vague, ſujette aux équivoques : mais point du tout. M. *d'Arcy* ne veut pas abſolument que ce mot *Action*, puiſſe ſignifier ce que M. *de Maupertuis* lui a fait ſignifier, & il le démontre

montre en faiſant voir que le ſens que M. *de Maupertuis* y a joint, eſt incompatible avec celui que lui-même y attache. Examinons les raiſons que M. *d'Arcy* allégue pour faire voir, que ce mot *Action* doit néceſſairement être aſtreint à la ſignification qu'il lui donne.

M. *d'Arcy* veut que l'Action de divers Corps durs ſoit cenſée égale, ſi chacun de ces Corps eſt capable de réduire au repos, le même corps dur mû d'une certaine viteſſe. Donc l'action d'un corps doit ſe meſurer par le produit de ſa maſſe & de ſa viteſſe. Mais c'eſt une choſe dont tous les Philoſophes conviennent, que dans le choc des corps durs une partie du mouvement ſe détruit, celle-là même qui ſeroit reproduite ſi les corps étoient élaſtiques : d'où il ſuit que, ſi un corps dur dont la maſſe ſeroit $= 1$, & la viteſſe $= 1$, étoit réduit au repos, tant par un corps B dont la maſſe $= 1$, & la viteſſe $= 1$, que par un corps, C dont la maſſe $= \frac{1}{2}$, & la viteſſe $= 2$, on ne pourroit affirmer poſitivement que l'action du Corps B fût égale à celle du Corps C, à moins qu'on, n'eut préalablement prouvé que lorsque B, choque A, il ſe perd la même quantité de mouvement, que lorsque C choque A. Car s'il étoit vrai que dans un cas il ſe perdit plus de mouvement que dans l'autre, le repos en ce cas ne devroit pas être attribué à l'égalité d'action des deux corps, mais à la plus grande perte de mouvement; en effet ſi cette perte n'eut été plus grande, il ſeroit reſté quelque mouvement aux corps qui ſe ſont choqués, & partant le repos n'auroit point ſuivi le choc.

Afin donc que le raiſonnement par lequel M. *d'Arcy* a voulu appuyer ſa définition de l'Action fût concluant, il faudroit qu'il prouvât que la même quantité de mouvement ſe perd, ſoit que B choque A, ou que C choque A. Or c'eſt ce qu'il ne prouvera jamais.

Ne pouvant rien faire de ce côté-là, peut-être prétendra-t-il qu'il ſuffit de regarder au changement qui arrive au Corps A après le choc : mais, s'il ne regarde qu'à l'effet produit ſur le corps choqué, on lui

lui objectera le choc des corps élaſtiques, où un corps A dont la maſſe = 1 & la viteſſe = 1 eſt réduit au repos, tant par un corps B dont la maſſe = 1 & la viteſſe = 0, que par un corps C dont la viteſſe = $\frac{1}{2}$ & la maſſe = $\frac{1}{2}$, ou encore par un corps D dont la maſſe = $\frac{1}{3}$ & la viteſſe = 1. Or M. *d'Arcy* contrediroit ſa propre définition de l'Action, s'il prétendoit que les actions des corps B, C, D, ſont égales entr'elles. Donc le fondement ſur lequel M. *d'Arcy* a voulu appuyer ſa maniere d'eſtimer l'action, manque abſolument de ſolidité.

Les prétentions de M. *d'Arcy* ſur les idées, qu'on doit joindre néceſſairement au terme *Action*, ſont donc vaines; & quand il auroit mieux réüſſi à les faire valoir, il n'auroit du tout point prouvé, que M. *de Maupertuis* a eu tort de nommer *Action* ce qu'il a nommé *Action*: chaque Philoſophe étant libre d'attacher à un mot l'idée qu'il lui plait, pourvû qu'il le faſſe de maniere, qu'il n'y ait pas à craindre d'équivoque. Je ſçai bien qu'il faut s'écarter le moins qu'on peut de l'uſage reçu; mais c'eſt une maxime qu'on ne ſçauroit reprocher à M. *de Maupertuis* d'avoir négligée; car de la façon dont il enviſage l'action dans les deux problèmes qu'il a réſolu, touchant le choc des corps tant élaſtiques que non élaſtiques, les plans qu'il introduit pour repréſenter le changement cauſé par le choc, ont une fonction active qui conſiſte à tirer le corps choqué & le corps choquant ſelon un certain eſpace & avec une certaine viteſſe, dont le produit par la maſſe donne l'action: & ſans l'aide de cette fiction, de quel nom M. *d'Arcy* veut-il qu'on nomme l'opération de la Nature, quand par quelque cauſe ce ſoit elle tranſporte un corps d'un lieu dans un autre avec une certaine viteſſe?

L'attention ſcrupuleuſe de M. *d'Arcy* à reprendre tout ce qui peut fournir matiere à ſa critique, m'autoriſe à relever une faute, qui lui eſt échapée, dans ſon dernier paragraphe touchant la définition de *l'Action*. Après y avoir eſtimé ſuivant l'eſtime de M. *de Maupertuis*

les actions des corps B, & C, qu'il ſuppoſe s'être réciproquement réduits au repos, il conclut par le Principe de M. *de Maupertuis*, que les actions des corps B, & C, doivent être égales. M. *d'Arcy* aura voulu conclure par la définition, (car pour le Principe, il n'a pas du tout de connéxion avec la concluſion qu'on prétend en tirer.) Mais de la définition de *l'Action* de M. *de Maupertuis* il ne ſuit nullement, que toutes les fois que les viteſſes & les maſſes de deux corps durs ſont tellement combinées, que le repos ſuive du choc de ces corps, les Actions de ces corps ſont égales : cela ne ſuit pas même de la définition de *l'Action* de M. *d'Arcy*, comme je l'ai fait voir plus haut.

Aprés cette attaque infructueuſe de la définition que M. *de Maupertuis* donne de *l'Action*, M. le Chevalier *d'Arcy* s'accommodant au ſens que M. *de Maupertuis* a attaché au mot *action*, forme contre le Principe même une ſeconde attaque qui ſemble annoncer quelque choſe de plus que la premiere; il prétend renverſer cette partie de l'énoncé général de M. *de Maupertuis* : *Que, la quantité d'Action néceſſaire pour produire un changement dans la Nature eſt la plus petite qu'il ſoit poſſible ; que c'eſt cette action qui eſt la vraie épargne de la Nature.* Voici comme il s'y prend. Il eſtime quelle eſt avant le choc *l'Action* de deux corps A, & B ; il eſtime enſuite l'action de ces mêmes corps après le choc, prend la différence de ces actions, la poſe = *minimum*, & conclut une abſurdité. Le Principe de M. *de Maupertuis* eſt donc démontré faux, puisque cette abſurdité en dérive. Cependant M. *de Maupertuis* ayant dit expreſſément, que non la différence des *Actions* avant & après le choc, mais la quantité d'action néceſſaire pour produire le changement eſt la plus petite ; M. *d'Arcy* ne prouve autre choſe, ſi non que, ſi on eſtimoit l'action d'une maniere différente de celle que M. *de Maupertuis* propoſe, & qu'enſuite de cette eſtimation l'on raiſonnât d'après ſon principe, l'on tomberoit dans de grandes erreurs.

La quantité d'Action néceſſaire pour produire un changement, n'eſt pas la différence des actions avant & après le changement. Mais

en tout changement la quantité d'action néceſſaire pour le produire, eſt égale au produit de la Maſſe des Corps dont l'état eſt changé, par l'eſpace que ces corps parcourent enſuite du changement, & par la viteſſe avec laquelle ils le parcourent, auſſi enſuite du changement ; & toutes les fois que M. *d'Arcy* n'eſtimera pas l'action ſur ce pied-là, je crains fort que la vérité ne lui échape. C'eſt auſſi ſans doute pour s'en rapprocher qu'il paſſe immédiatement au Calcul de M. *de Maupertuis*, tel qu'il l'a poſé & déduit, pour trouver la loy du choc des Corps durs. Car M. *d'Arcy*, loin de rendre ce calcul ſuſpect, ce qui ſans doute eut donné une grande atteinte au Principe de M. *de Maupertuis*, n'y trouve à redire que la trop grande évidence de la Concluſion. M. *d'Arcy* avoit beſoin de cette réfléxion pour concilier cette contradiction apparente ; ſavoir, comment il étoit poſſible que lui & M. *de Maupertuis*, étant tous deux partis du Principe de la moindre Action, fuſſent arrivés par des conſéquences toutes mathématiques, lui M. *d'Arcy* à une abſurdité, & M. *de Maupertuis* à une Vérité bien reconnuë. M. *d'Arcy* fait entendre, que M. *de Maupertuis* connoiſſant antérieurement que $A(a - x) = B(x - b)$, il lui avoit été facile de s'apperçevoir qu'on pouvoit obtenir la même équation en poſant la formule $[A(a - x)^2 + B(x - b)^2] = minimum$, quoy qu'elle ne fût pas la quantité d'action, M. *d'Arcy* venant de la trouver toute autre. Mais il eſt ſi clair que la quantité dont M. *de Maupertuis* a fait un *minimum*, eſt vrayement la quantité d'Action ; & que la quantité que M. *d'Arcy* a priſe pour l'action, y reſſemble ſi peu, que je crois que nous concilierons tout, en diſant, que tous les raiſonnements de M. *d'Arcy* portent ſur une idée fauſſe de l'action ; d'où il ſuit que plus il aura raiſonné juſte, en partant de cette fauſſe idée, plus auſſi ſa derniere conſéquence aura du être abſurde.

Cependant il ſemble que M. *d'Arcy* n'a pas toujours eu une idée ſi claire de la grande évidence de cette concluſion : que lorſque $A(a - x) = B(x - b)$ la formule $[A(a - x)^2 + B(x - b)^2]$

doit être un *minimum*. Car voulant la rendre plus générale, il ſoutient que ſi A Z = B X, où Z & X marquent des fonctions de x, alors la formule [A Z Z + B X X] ſera toujours un *minimum*, & *vice verſa*: il ſe trompe fort dans cette généraliſation, elle ſera toujours fauſſe, excepté le ſeul cas où $dZ + dX = o$, c'. *a. d.* excepté le ſeul cas qu'il a voulu généraliſer.

M. *d'Arcy* travailloit donc moins qu'il ne penſoit pour la Vérité, lorsqu'il s'efforçoit de prouver que M. *de Maupertuis* n'avoit pas eu la vraie idée de l'action ; & que dans l'application il s'étoit moins dirigé par la teneur de ſon principe, que par une connoiſſance antérieure du vrai ; du reſte s'il veut continuer de trouver trop d'évidence dans les concluſions de M. *de Maupertuis*, peu de gens croiront que ce ſoit là une matiere à critique.

On trouvera auſſi bien déplacée la réfléxion que fait M. *d'Arcy*, que l'accord du Principe avec le choc des corps ne ſçauroit être regardé comme une démonſtration métaphyſique du Principe. Comme ſi ç'avoit été l'intention de M. *de Maupertuis* de démontrer métaphyſiquement ſon Principe, en faiſant voir ſon accord en réſultat des faits avec la loi connuë du choc des corps. On ne peut ſuppoſer ici à M. *de Maupertuis*, que le deſſein de donner une preuve aſſés convainquante de ſon Principe, fondée ſur ce que les changements qui arrivent dans la Nature, y ſont pour la plus part cauſés par le choc, en ſorte que, dès qu'une fois il a montré que l'action requiſe pour les changements produits par le choc, eſt un *minimum*, on peut ſans balancer étendre ce principe a touts les changements qui arrivent dans la Nature : & M. *d'Arcy* feroit fort peu de cas de la Vérité, s'il dédaignoit un Principe d'une application ſi univerſelle.

Le Principe pour déterminer les états d'équilibre, ne plait pas davantage à M. *d'Arcy*. Pour en faire voir le défaut, il continuë, ſuivant la méthode qu'il a employée jusques ici, d'en tirer une concluſion fauſſe ; mais cette fois-ci comme les autres, ſa concluſion n'eſt fauſſe que parce qu'il n'a pas ſuivi l'eſprit du Principe, & qu'il a introduit dans ſa recherche une conſidération très défectueuſe.

M.

M. d'*Arcy* ſuppoſe un levier dont la longueur ſoit c, aux extremités duquel ſoient attachés deux corps A, & B. Il poſe la diſtance d'A au point d'équilibre $= z$, celle de B $= c - z$. Il ſuppoſe enſuite, que le corps A ſe meut avec une petite viteſſe V, & qu'il parcourt un eſpace $= \alpha$, ce qui lui donne $\frac{V(c-z)}{z}$, pour la viteſſe de B, & $\frac{\alpha(c-z)}{z}$, pour l'eſpace parcouru par B; d'où il tire la quantité d'action de tout le ſyſtême $\left[AV\alpha + \frac{BV\alpha(c-z)^2}{zz}\right]$. Cela fait, avant de différentier, il ſuppoſe V & α conſtant: mais quelle prérogative de A ſur B, pour poſer conſtante la viteſſe & l'eſpace parcouru par l'un A, plutôt que la viteſſe & l'eſpace parcouru par l'autre B? N'eſt ce pas pécher contre une des régles générales de l'Analyſe; que les quantités qui entrent également dans le calcul, ne doivent pas s'y diſtinguer l'une de l'autre? Car, ſi telle eſt la nature de la queſtion, que l'on ne peut rien dire de l'une de ces quantités qui ne doive auſſi bien ſe dire de l'autre; que doit-on attendre d'une fiction qui s'efforce de les diſtinguer, ſinon ou qu'elle embrouille la queſtion, ou qu'elle la rende tout à fait contradictoire? Si M. *d'Arcy* eut fait attention à cette circonſtance, il ſe ſeroit rendu une meilleure raiſon qu'il n'a fait, de ce pourquoy Mr. *de Maupertuis* poſe conſtant l'angle que les corps A & B décrivent autour du point d'appui du levier; car cet angle étant le même pour l'un & pour l'autre corps, la ſuppoſition que cet angle eſt conſtant, n'affecte pas plus un des corps que l'autre, ainſi que la nature de la choſe l'exige.

Néanmoins cette ſuppoſition de Mr. *de Maupertuis* paroit tout à fait gratuite à M. *d'Arcy*; & la raiſon qu'il en donne, c'eſt qu'à chaque valeur de z, l'action ou le temps néceſſaire pour faire parcourir aux corps A, & B, l'angle ſuppoſé conſtant eſt différent. Or cette raiſon qu'il a crû apporter contre la ſuppoſition de M. *de Maupertuis*, fait en ſa faveur, on ne peut pas plus; car, ſi l'action néceſſaire pour faire dé-

crire à B, & A, l'angle ſuppoſé conſtant, n'étoit pas différente pour chaque valeur de z, il ſeroit bien ridicule de chercher laquelle de ces actions eſt la moindre, l'une ne différant pas de l'autre.

Au ſurplus, quand Mr. d'*Arcy* dans ſa recherche de l'état d'équilibre auroit évité le grand inconvénient, de ſuppoſer conſtante la viteſſe & l'eſpace parcouru par le corps A, plûtot que la viteſſe & l'eſpace parcouru par B, c'eſt une régle ſuivie par tout Lecteur qui cherche moins à critiquer qu'à s'inſtruire, que toutes les fois qu'un énoncé général eſt ſuivi d'une application, il faut chercher dans cette application la détermination plus exacte du ſens de cet énoncé; plûtot que de ſe plaire à en tirer des conſéquences abſurdes avant de l'avoir bien ſaiſi.

Ce que Mr. d'*Arcy* ajoute, que quelles que fuſſent les loix de la Nature, il ſeroit aiſé de trouver une fonction des viteſſes & des maſſes qui étant un *minimum* donneroit ces loix. Cela peut être vrai de pluſieurs cas particuliers, quoy qu'il ſe rencontrât bien des problèmes où il ſeroit fort difficile d'aſſigner la fonction qui étant poſée = *minimum*, donneroit la ſolution du problème. Mais quelle comparaiſon entre une découverte aſtreinte à un cas particulier, & un Principe général, qui réduit à une toutes les loix de la Nature, & qui dans l'infinie diverſité des effets qui varient le ſpectacle de l'Univers, demeure conſtamment inviolable! Certainement en quelque ſyſtème que ce fût, celui qui le premier en auroit découvert la loy univerſelle, y ſeroit glorieuſement diſtingué.

L'on ne doit pas être ſurpris que les objections de Mr. d'*Arcy* contre le principe de Mr. *de Maupertuis* ſoient ſi foibles; (l'amour de la Vérité à part.) Il n'étoit pas indifférent à Mr. d'*Arcy* que le principe de Mr. *de Maupertuis* fut vrai ou faux; il avoit lui même un principe général à propoſer, il étoit naturel qu'il voulut lui procurer l'honneur de la primauté. Ce Principe, dit Mr. d'*Arcy*, ne ſera ſujet à aucunes objections.

Ce

Ce Principe dans un certain ſens peut être admis, mais il ne conduira jamais à des découvertes importantes; encore moins nous montrera-t-il, pour ainſi dire, les vraies vuës de la Nature: circonſtances qui le mettent infiniment au deſſous de celui de Mr. *de Maupertuis*. Et ſi quelcun, à l'imitation de Mr. d'*Arcy*, faiſoit de ce principe une mauvaiſe application, il pourroit en tirer les conſéquences les plus abſurdes.

Mr. d'*Arcy* commence par une définition, & nomme l'action d'un corps autour d'un point, *la maſſe multipliée par la viteſſe, & par la perpendiculaire tirée de ce point ſur la direction des corps.* Si nous voulions ſuivre l'exemple de Mr. d'*Arcy*, que d'objections ne ferions-nous pas contre cette définition? En combien de manieres ferions-nous voir qu'elle eſt différente de toutes les idées que les Philoſophes ont attaché au mot *d'action*? Car quelle rélation d'un point arbitraire, abſolument étranger au mouvement d'un corps, avec l'action de ce corps? Cependant pour maintenir ſa définition, Mr. *d'Arcy* ſe fait fort de l'autorité de Mr. *d'Alembert*; & cite comme tout à fait d'accord avec la ſienne, la définition de l'action qui ſe trouve dans le Dictionnaire de l'Encyclopédie, où il eſt dit: *L'Action eſt le mouvement qu'un corps produit, ou qu'il tend à produire dans un autre corps.* Or, quelque vague que ſoit cette définition, & ſuſceptible de diverſes interprétations; c'eſt ſe moquer ouvertement du monde que de prétendre qu'elle ſoit parfaitement d'accord avec celle de Mr. *d'Arcy*. Mr. de *Maupertuis* pourroit l'alléguer en ſa faveur avec beaucoup plus de raiſon. Mais laiſſons cela, & voyons comment Mr. *d'Arcy* continuë; par conſéquent, dit-il, *ſi deux corps en mouvement agiſſent ſur un troiſième en repos, mais dans des ſens différents; le réſultat de l'action des deux corps ſera le mouvement produit dans le troiſième corps; & ce réſultat ſera égal à celui qui ſeroit produit par l'action d'un des corps, moins l'action de l'autre.* Si c'eſt une conſéquence de la définition, il faut bien de la pénétration pour y venir: & peut être M. *d'Arcy* ſera-t-il le ſeul qui en ſoit capable. Or, pourſuit-il, *ceci bien conſidéré*, (peu

de

de perſonnes feront cette conſidération,) *mon principe général s'énonce ainſi. Toute l'action, (exiſtante dans la Nature dans un inſtant quelconque,) autour d'un point donné, étant produite dans un ſeul corps donné, la quantité d'action de ce corps ſera toujours la même autour de ce point.*

Cette application à un ſeul corps eſt bien peu de choſe ; & de quelque maniére qu'on l'enviſage, il n'en réſulte rien, ſinon que ce corps pourſuivra ſon mouvement uniformément en ligne droite. Mais en l'appliquant duëment à pluſieurs corps, on doit convenir que c'eſt une belle propriété, déjà connuë & remarquée par d'autres Philoſophes. M. *Euler*, dans le premier volume de ſes Opuſcules, nomme la même choſe *momentum motus gyratorii ;* il en a démontré la conſervation, de même que celle des forces vives, & a fait voir que ce principe eſt d'un grand ſecours pour abréger la ſolution de quantité de Problèmes, quoiqu'il ne ſuffiſe pas pour donner en entier la ſolution.

Quand Mr. d'*Arcy* applique au choc des corps le Principe en queſtion, la conſidération d'un point fixe eſt tout à fait étrangére, puis qu'elle s'en va d'abord par la diviſion. Ce n'eſt pas non plus fort à propos que M. *d'Arcy*, quand il veut chercher la propriété du levier, imagine que les corps viennent frapper le levier : c'eſt un problème fort différent, lorsqu'on demande le point d'équilibre d'une verge chargée de poids, ou lorsqu'on cherche le point appuy d'une verge, tel que deux corps venant frapper cette verge avec la même viteſſe, ces deux corps reſtent en repos après le choc. De plus M. *d'Arcy* n'allégue aucune raiſon de ce qu'il ſuppoſe les viteſſes des corps les mêmes ; de ſorte que tout ce qu'il rapporte de ſon Principe n'en donne pas une fort grande idée, & fait voir que lui même n'en a pas bien connu l'étenduë. On pourroit faire encore nombre de réfléxions ſur l'inſuffiſance de ce Principe appliqué à la réfraction des rayons de lumiére ; mais il ſemble qu'il y auroit une ſorte de mauvaiſe humeur à examiner ſi rigoureuſement ce que M. *d'Arcy* paroit avoir voulu traiter cavaliérement.

RECHER-

RECHERCHES
SUR LA VERITABLE COURBE QUE DÉCRIVENT LES CORPS JETTÉS DANS L'AIR OU DANS UN AUTRE FLUIDE QUELCONQUE,

PAR M. EULER.

1.

Après la découverte de Galilée, que les corps jettés obliquement dans un eſpace vuide décrivent toujours une parabole, on s'eſt bien apperçu, qu'on n'en ſauroit faire l'application pour déterminer le mouvement d'une bombe, ou d'un boulet de Canon. Car, puisque la viteſſe, dont ces corps traverſent l'air, eſt ſi rapide, la réſiſtance de l'air devient ſi grande par rapport à la peſanteur, que ſon effet détourne très conſidérablement ces corps d'une route parabolique; de ſorte que les calculs fondés ſur la nature de la parabole ne ſont plus d'aucun uſage dans ces occaſions. C'eſt dequoi il ne faut pas être ſurpris; puisque Galilée dans ſa recherche n'a tenu compte d'autres forces, qui agiſſent ſur les corps, que de la ſeule force de gravité, n'ayant fait aucune attention à la réſiſtance que les corps éprouvent de la part de l'air.

2. Il y a donc en effet deux forces, à l'action desquelles un corps, qui ſe meut dans un fluide, eſt aſſujetti. L'une eſt la force de gravité, ou la péſanteur du corps, ſur laquelle il faut pourtant remarquer, qu'elle eſt moindre que la peſanteur naturelle du corps, étant diminuée du poids d'un égal volume du fluide, dans lequel le mouvement ſe fait. L'autre force eſt celle de la réſiſtance, qu'on ſait être proportionelle aux quarrés de la viteſſe du corps; & quand le corps eſt un globe, comme on le ſuppoſe ordinairement, la direction de cette

force eſt diamètralement oppoſée à celle du mouvement du corps. Cette force change donc continuellement tant de quantité que de direction, au lieu que la premiere demeure toujours la même. Il s'agit donc de déterminer la courbe, qu'un corps jetté obliquement doit décrire, étant ſollicité par ces deux forces, dont je viens de parler.

3. Quoique cette queſtion ſe réduiſe aiſément à un problème purement analytique, le grand *Newton* y a inutilement travaillé malgré des recherches très ingénieuſes pour arriver à ſa ſolution. Il étoit même le premier qui l'eut entrepriſe ; & ayant ſi bien réüſſi dans la ſuppoſition, que la réſiſtance ſoit proportionnelle à la viteſſe même, il eſt presque inconcevable, qu'il ne ſoit pas venu à bout, lorsque la réſistance eſt ſuppoſée proportionelle aux quarrés de la viteſſe, après avoir réſolu quantité de queſtions incomparablement plus difficiles. C'eſt donc feu M. *Jean Bernoulli*, qui a donné le premier la ſolution de ce problème, d'où il a même tiré une conſtruction de la courbe par le moyen des quadratures de quelques courbes transcendantes, dont la deſcription n'eſt cependant pas fort difficile.

4. Voilà donc ce grand problème réſolu, & même très bien réſolu, il y a longtems. Cependant la ſolution, quelque bonne qu'elle ſoit dans la Théorie, eſt pourtant telle, qu'on n'en a pû tirer jusqu'ici le moindre ſecours pour la Pratique, & pour en corriger la fauſſe Théorie fondée ſur la parabole, à laquelle les Artilleriſtes ſont encore obligés de s'en tenir, quoiqu'ils n'en connoiſſent que trop l'inſuffiſance. Ainſi il eſt certain que cette ſolution n'a apporté aucun avantage réel à l'avancement de l'Artillerie, & il ſemble qu'elle n'a ſervi qu'à mieux aſſeurer les gens du mêtier de la fauſſeté de leurs principes tirés de la nature de la parabole, auxquels ils ne laiſſent pas d'être réduits encore. C'eſt bien quelque choſe que de ſavoir, que les régles ordinaires trompent ; mais à moins qu'on ne ſache aſſés préciſément, de combien elles trompent en chaque cas, l'avantage ſe réduit à fort peu de choſe.

5. Il ſemble auſſi d'abord, que ce ſeroit un ouvrage ſans fin que d'entreprendre d'etablir de nouvelles régles pour le jet des bombes & des boulets de canon, qui ſoient conformes à la véritable courbe, que ces corps décrivent dans l'air. Car comme l'hypotheſe de Galilée ne demande que l'élévation du mortier avec la viteſſe, dont la bombe en ſort, il n'a pas été difficile de calculer des Tables, qui marquent pour tous les cas poſſibles, tant la hauteur à laquelle la bombe arrive, que le point, où elle doit retomber en terre. Mais, ſi l'on vouloit faire de ſemblables Tables, qui ſoient d'accord avec la vérité, il faudroit outre les deux élémens mentionnés encore avoir égard, tant au diamètre de la bombe ou bouler, qu'à ſon poids : & partant on ſeroit dans la néceſſité de calculer de telles tables pour chaque diamètre, & tous les poids qui lui pourroient convenir : ce qui rendroit ſans doute impraticable l'exécution d'un tel ouvrage.

6. Cependant ayant bien peſé toutes ces difficultés, je ne les trouve pas tout à fait inſurmontables ; car j'ai remarqué qu'une infinité de cas, qui ſemblent différens, peuvent être compris dans une même Table ; & quoique, ce nonobſtant, le nombre des cas ne laiſſe pas d'être encore infini, comme ils tiennent un certain ordre entr'eux, il ſuffira d'en calculer un certain nombre, pour en pouvoir tirer enſuite tous les autres par la voye d'interpolation. Tout l'ouvrage ſera donc réduit à un certain nombre de Tables calculées, & à une inſtruction, qui en enſeigne l'uſage ; & cela ſera ſuffiſant pour calculer tous les cas, qui ſe peuvent préſenter dans l'Artillerie, & on ſera en état de les expédier presque auſſi promtement, que dans l'hypotheſe vulgaire de Galilée.

7. Pour mieux expliquer mes idées, je commencerai par tirer la ſolution de cette queſtion des premiers principes de la Mécanique. D'abord donc je conſidére le vrai poids du globe, dont il s'agit de déterminer le mouvement ; & poſant ce poids $= P$, ſoit Π le poids d'un volume égal de l'air, ou du fluide, dans lequel le mouvement ſe fait : cela poſé, on ſait que le poids de ce globe dans le fluide ſera $= P - \Pi$;

ce qui étant la force qui ſollicite le globe actuellement en bas, la force accélératrice de la gravité, qui agit ſur ce globe, ſera $= \frac{P - \Pi}{P}$ $= 1 - \frac{\Pi}{P}$. Cette force accélératrice ſe trouvera donc en retranchant de l'unité la fraction $\frac{\Pi}{P}$, qui marque le rapport de la gravité ſpécifique du fluide à celle du globe. Donc, lorsque le mouvement ſe fait dans l'air, à moins que le globe ne ſoit d'une matiere extrêmement legere, on voit bien, qu'on pourra ſuppoſer ſans erreur cette force accélératrice $= 1$: cependant pour rendre mes recherches générales, j'exprimerai par α dans la ſuite cette force accélératrice de la gravité, de ſorte que $\alpha = 1 - \frac{\Pi}{P}$.

8. Pour découvrir la réſiſtance de ce globe, ſoit d ſon diamétre, & v la hauteur, d'où un corps grave dans le vuide acquiert en tombant la même viteſſe, dont nous ſuppoſons, que le globe ſe meut dans le fluide. Poſant donc le rapport du diamètre à la circonference $= 1 : \pi$, l'aire du plus grand cercle de ce globe ſera $= \frac{1}{4} \pi d d$; donc ſa ſurface $= \pi d d$, & la ſolidité du globe même $= \frac{1}{6} \pi d^3$, qui exprimera donc le volume d'une maſſe du fluide, dont le poids eſt $= \Pi$; ainſi que nous venons de ſuppoſer. Enſuite, ſi un plan égal au grand cercle $\frac{1}{4} \pi d d$ ſe mouvoit directement dans le fluide avec la viteſſe du globe, on ſait que la réſiſtance ſeroit égale au poids d'un cylindre du fluide, dont la baſe ſeroit $= \frac{1}{4} \pi d d$, & la hauteur $= v$: & la ſolidité par conſéquent $= \frac{1}{4} \pi d d v$. Or on ſait auſſi que la réſiſtance du Globe ne vaut que la moitié de celle du grand cercle ; donc la réſiſtance du globe ſera égale au poids d'une maſſe du fluide, dont le volume $= \frac{1}{8} \pi d d v$.

9. Or le poids d'un volume de ce fluide $\frac{1}{6} \pi d^3$ étant $= \Pi$, le poids du volume que nous venons de trouver $\frac{1}{8} \pi d d v$ ſera

$=$

$= \frac{3v}{4d}\Pi$; qui exprime la force de la réſiſtance, & ſi nous la diviſons par la maſſe, ou le poids du globe P, nous aurons la force retardatrice, qui reſulte de la réſiſtance, $= \frac{3v}{4d} \cdot \frac{\Pi}{P}$; & dont la direction eſt contraire au mouvement du globe. Or, puisque *tant* le diamètre du globe d, que le rapport de ſa gravité ſpécifique à celle du fluide, ou P à Π, eſt ſuppoſé être connu, je poſerai pour abréger $\frac{4d}{3} \cdot \frac{P}{\Pi} = c$, pour avoir la force retardatrice de la réſiſtance $= \frac{v}{c}$. Or l'on voit que pour l'air, la valeur de la fraction $\frac{P}{\Pi}$ ſera toujours un nombre très grand; car ſi le globe n'étoit pas plus peſant qu'un égal volume d'eau, il y auroit $\frac{P}{\Pi} = 850$ ou environ.

10. Le rapport de la gravité ſpecifique du globe & du fluide ſe trouve le plus aiſément par le moyen de l'eau; car ſachant le poids P du globe, on aura d'abord le volume d'une maſſe d'eau, dont le poids eſt auſſi $= P$, puisqu'on connoit le poids d'un pied cubique d'eau. Soit donc e^3 le volume de cette maſſe d'eau dont le poids $= P$, & que la gravité ſpécifique de l'eau ſoit à celle du fluide, dans lequel ſe fait le mouvement comme 1 à μ, & $\frac{1}{\mu} e^3$ ſera le volume de ce fluide, dont le poids eſt $= P$. Or Π marque le poids d'une maſſe du même fluide, dont le volume eſt $= \frac{1}{6}\pi d^3$, d'où nous tirons P: $\Pi = \frac{1}{\mu} e^3 : \frac{1}{6}\pi d^3$, ou $\frac{P}{\Pi} = \frac{6e^3}{\mu\pi d^3}$: donc nous aurons $c = \frac{8e^3}{\mu\pi dd}$. Et

partant ſi le mouvement ſe faiſoit dans l'eau, à cauſe de $\mu = 1$, on auroit $c = \frac{8\,e^3}{\pi\,d\,d}$; or, lorsque le mouvement ſe fait dans l'air, on aura à peu près $c = \frac{6666\,e^3}{\pi\,dd}$, ou $c = \frac{2133\,e^3}{dd}$.

11. Cette formule aura lieu, lorsque le mouvement du globe n'eſt pas trop vite, pour que l'air puiſſe auſſitôt librement remplir l'eſpace, que le globe vient de quitter. Mais ſi le mouvement eſt ſi rapide, que l'air ne ſauroit occuper dans le même inſtant l'eſpace, que le globe laiſſe après ſoi, de ſorte que cet eſpace demeure vuide, du moins pour un inſtant, alors le globe ſoutenant ſur ſa partie d'avant toute la preſſion de l'atmosphère, qui n'étant pas contrebalancée par une preſſion égale de derriére, il eſt clair que la réſiſtance ſera augmentée de toute la preſſion de l'atmoſphère ſur la partie anterieure du globe. Donc, poſant k pour la hauteur d'une colonne d'eau, qui eſt en équilibro avec l'atmoſphère, cette preſſion ſera égale au poids d'une maſſe d'eau, dont le volume $= \frac{1}{4}\,\pi\,d\,d\,k$; & partant au poids d'une maſſe d'air dont le volume $= 213\,\pi\,ddk = 669\,d\,d\,k$ à peu près.

12. La réſiſtance entiere du globe dans l'air ſera donc dans ce cas égale au poids d'une maſſe d'air, dont le volume $= \frac{1}{4}\,\pi\,dd\,v + 213\,\pi\,ddk$. Donc le poids du globe étant égal au poids d'un volume d'air $= 850\,e^3$, la force retardatrice de la réſiſtance ſera $= \frac{\pi\,dd\,v}{6666\,e^3} + \frac{\pi\,dd\,k}{4\,e^3}$. Or nous venons de poſer $c = \frac{6666\,e^3}{\pi\,dd}$, où bien $\pi\,dd = \frac{6666\,e^3}{c}$; donc la force retardatrice de la réſiſtance ſera $= \frac{v}{c} + \frac{6666\,k}{4\,c} = \frac{v + 1666k}{c}$.

13. Cette force aura donc lieu, lorsque la viteſſe du globe eſt plus grande, que celle dont l'air en vertu de ſon reſſort entreroit dans

un

un eſpace vuide. Or le reſſort étant égal au poids d'une colomne de même air, dont la hauteur $= 850k$, la viteſſe dont l'air entrera dans un eſpace vuide ſera duë à la hauteur $850k$; donc, toutes les fois que $v > 850k$, la force retardatrice de la réſiſtance de l'air ſera $= \frac{v + 1666k}{c}$. Or pour l'état ordinaire de l'air, on ſait qu'il eſt environ $k = 33$ pieds; de ſorte que ce cas aura lieu, lorsque $v > 28050$ pieds, ou que le globe parcourt dans une ſeconde un eſpace plus grand que de 1325 pieds.

14. De là on comprend aiſément, que quand même v ſera plus petit que $850\,k$, la force retardatrice de la réſiſtance ne ſera pas ſubitement réduite à $\frac{v}{c}$; & que la preſſion de l'atmoſphère ſera toujours plus petite ſur la partie de derrière du globe que ſur celle d'avant: d'où réſultera une augmentation de la réſiſtance. Ainſi s'il étoit $v = \frac{1}{2} \cdot 850\,k$, la force retardatrice de la réſiſtance ſera $= \frac{v + \frac{1}{2} \cdot 1666\,k}{c}$; & en général lorsque $v = \frac{1}{n} \cdot 850\,k$, cette force deviendra à peu près $= \frac{v + \frac{1}{n} \cdot 1666\,k}{c}$; où bien $= \frac{3v}{c}$. Cependant il s'en faut bien, que cette détermination ſoit aſſés exacte, vu qu'elle dépend de la preſſion de l'atmoſphère ſur le derrière du globe. Or il faut auſſi remarquer que cette recherche n'eſt pas ſuſceptible d'une entiere rigueur de Geometrie, & qu'il faut ſe contenter d'une approximation convenable.

15. Par cette raiſon nous ne nous tromperons gueres, quand nous ſuppoſerons la force retardatrice de la réſiſtance $= \frac{3v}{c}$, quoiqu'elle

qu'elle devienne fauſſe, lorsque $v > 850\,k$. Car, puisque cela ne ſauroit arriver que dans les mouvemens les plus rapides, & que ceux-ci ſont bientôt réduits à une valeur de v au deſſous de $850\,k$, l'erreur qui en réſulte ne ſera pas conſidérable. Donc, au lieu de $c = \frac{6666\,e^3}{\pi\,dd}$ ſi nous ſuppoſons $c = \frac{2222\,e^3}{\pi\,dd}$, ou bien $c = 707 \cdot \frac{e^3}{dd}$, la force retardatrice de la réſiſtance ſera $= \frac{v}{c}$: & nous nous ſervirons de cette formule à l'avenir pour la commodité du calcul: où il faut ſe ſouvenir, que d marque le diamètre du globe, & e^3 le volume d'eau dont le poids eſt égal à celui du globe.

16. Donc, pour déterminer le mouvement d'un globe lancé dans l'air, il faut commencer par meſurer exactement tant ſon diamètre d que ſon poids, auquel on cherchera un volume d'eau également peſant, qui ſoit $= e^3$; & alors on en tirera la valeur de $c = 707 \cdot \frac{e^3}{dd}$: ſur laquelle le calcul doit être fondé. D'où l'on voit déjà que le calcul ſera le même pour tous les globes, dont le poids aura au quarré de leur diamètre le même rapport. Cependant on ne ſauroit nier, que le nombre 707 n'eſt pas trop bien conſtaté, & qu'il eſt même variable à cauſe de la diverſe température de l'air. Mais ce ſera une affaire à laquelle il faut avoir égard dans l'application du calcul aux expériences; & dans le calcul même on regardera la quantité c comme connue, ſans ſe ſoucier, comment elle dépend de la grandeur & du poids du globe. Quand on paſſe enſuite à la pratique, on cherchera par quelque expérience, quelle valeur doit être donnée à la quantité c pour chaque globe propoſé & pour chaque état de l'air.

Fig. 1. 17. Soit donc CNAMH la courbe décrite par un globe dans un fluide quelconque, que α marque la force accélératrice de la gravité, &

& que c ſoit la quantité mentionnée, d'où dépend la réſiſtance. Soit A le point le plus haut de cette courbe, & la horizontale B A E la tangente à ce point ; C N A ſera donc la partie de cette courbe, par laquelle le globe eſt monté, & A M H celle par laquelle il deſcend. Conſiderons ſéparément le mouvement de la montée & de la deſcente, & ſoit pour celle-cy une abſciſſe quelconque priſe ſur la horizontale A P $= x$, l'appliquée verticale qui y répond P M $= y$; & que v ſoit la hauteur duë à la viteſſe du globe en M; de ſorte que la force retardatrice de la réſiſtance y ſera $= \frac{v}{c}$.

18. Décompoſant le mouvement du corps ſelon les directions horizontale A P & la verticale P M, celui cy ſera premièrement accéléré par la force accélératrice de la gravité $= \alpha$. Enſuite la force retardatrice de la réſiſtance $\frac{v}{c}$ agiſſant ſelon la direction de la tangente M T, ſi nous poſons l'élément de la courbe M $m = ds$, il en réſultera une force, qui s'oppoſe au mouvement horizontal, $= \frac{v\,dx}{c\,ds}$; & une qui s'oppoſe au mouvement vertical, $= \frac{v\,dy}{c\,ds}$. Donc ſi nous poſons l'élément du tems $= dt$, de ſorte que $dt = \frac{ds}{\sqrt{v}}$, & que nous prenions cet élément dt pour conſtant, les principes mécaniques de l'accélération nous fourniront ces deux égalités:

$$\frac{2\,ddx}{dt^2} = -\frac{v\,dx}{c\,ds} \quad \& \quad \frac{2\,ddy}{dt^2} = \alpha - \frac{v\,dy}{c\,ds}.$$

19. Puiſque $dt = \frac{ds}{\sqrt{v}}$, nous aurons $v = \frac{ds^2}{dt^2}$, d'où nos deux équations deviendront :

$$\frac{2\,ddx}{dt^2} = -\frac{dx\,ds}{c\,dt^2} \quad \& \quad \frac{2\,ddy}{dt^2} = \alpha - \frac{dy\,ds}{c\,dt^2}$$

Suppoſons de plus $dy = p\,dx$, de ſorte que p exprime la tangente de l'angle PTM, ou de l'inclinaiſon du mouvement du corps à l'horizon, & à cauſe de $ds = dx\sqrt{(1+pp)}$, & de $ddy = pddx + dxdp$, nous aurons ces deux équations :

$$\frac{2ddx}{dt^2} = -\frac{dx^2\sqrt{(1+pp)}}{c\,dt^2} \;\&\; \frac{2pddx}{dt^2} + \frac{2dxdp}{dt^2} = a - \frac{pdx^2\sqrt{(1+pp)}}{c\,dt^2}$$

& ſi nous retranchons de celle-cy la premiere multipliée par p, il reſtera $\frac{2\,dx\,dp}{dt^2} = a$, ou bien $a\,dt^2 = 2\,dx\,dp$; or la premiere donne $-\frac{2\,ddx}{dx^2} = \frac{\sqrt{(1+pp)}}{c}$. Enfin on aura

$$v = \frac{dx^2\,(1+pp)}{dt^2} = \frac{a\,dx\,(1+pp)}{2\,dp}.$$

20. Parce que $2\,dp = \frac{a\,dt^2}{dx}$; l'autre équation $-\frac{2\,ddx}{dx^2} = \frac{\sqrt{(1+pp)}}{c}$, multipliée par dp ſe réduira à celle-cy $-\frac{2a\,dt^2\,ddx}{dx^3} = \frac{2\,dp\,\sqrt{(1+pp)}}{c}$ dont l'intégrale à cauſe de l'élément dt conſtant eſt

$$\frac{a\,dt^2}{dx^2} = \frac{2\,dp}{dx} = 2\,C + \tfrac{2}{c}\int dp\,\sqrt{(1+pp)}$$

d'où nous tirons :

$$dx = \frac{dp}{C + \frac{1}{c}\int dp\,\sqrt{(1+pp)}} \;\&\; dy = \frac{p\,dp}{C + \frac{1}{c}\int dp\,\sqrt{(1+pp)}}$$

donc $ds = dx\sqrt{(1+pp)} = \dfrac{dp\,\sqrt{(1+pp)}}{C + \frac{1}{c}\int dp\,\sqrt{(1+pp)}}$

Enſuite

Enſuite à cauſe de $\alpha dt^2 = 2dxdp$, nous obtiendrons

$$\tfrac{1}{2}\alpha dt^2 = \frac{dp^2}{C + \frac{1}{c}\int dp\sqrt{(1+pp)}} \quad \& \quad dt\sqrt{\tfrac{1}{2}\alpha} = \frac{dp}{\sqrt{(C + \frac{1}{c}\int dp\sqrt{(1+pp)})}}$$

& enfin pour la viteſſe du corps nous aurons :

$$v = \frac{\frac{1}{2}\alpha(1+pp)}{C + \frac{1}{c}\int dp\sqrt{(1+pp)}}.$$

21. Pour la formule intégrale $\int dp\sqrt{(1+pp)}$, qui entre dans ces expreſſions, il eſt évident qu'elle exprime un arc parabolique : ou bien on le pourra aſſigner par les logarithmes, puisque $\int dp\sqrt{(1+pp)} = \frac{1}{2}p\sqrt{(1+pp)} + \frac{1}{2}l(p+\sqrt{(1+pp)})$; prenant l'intégrale en ſorte qu'il évanouiſſe au cas de $p = 0$, ce qui arrive au ſommet A de la courbe, où la tangente eſt horizontale. Ainſi regardant l'inclinaiſon du mouvement du corps à l'horizon, dont la tangente eſt $= p$, comme connuë, pour l'endroit M, où cela arrive, nous pourrons déterminer l'abſciſſe A P $= x$, l'appliquée P M $= y$; l'arc A M $= s$; la hauteur duë à la viteſſe en M, & enfin le tems, que le corps a mis à parcourir l'arc A M.

22. Poſons pour la conſtante C, qui a été introduite par l'intégration, cette fraction $\frac{n}{c}$, & il eſt clair que n déſignera un nombre abſolu. Enſuite mettons pour abréger $\int dp\sqrt{(1+pp)} = P$. vu que pour chaque valeur de p on peut aiſément trouver celle de P ; & pour la branche AMH, par laquelle le corps deſcend, nous aurons les formules ſuivantes :

$$x = c\int\frac{dp}{n+P}; \quad y = c\int\frac{pdp}{n+P}; \quad s = c\int\frac{dp\sqrt{(1+pp)}}{n+p}$$

$$dt\sqrt{\tfrac{1}{2}\alpha} = \frac{dp\sqrt{c}}{\sqrt{(n+P)}} \quad \text{ou} \quad t = \frac{\sqrt{2c}}{\sqrt{\alpha}}\int\frac{dp}{\sqrt{(n+P)}}$$

$$\& \quad v = \frac{\frac{1}{2}\alpha c(1+pp)}{n+P}.$$

Ces intégrales doivent être priſes en ſorte, qu'elles évanouïſſent dans le cas $p = 0$; d'où l'on voit que la hauteur duë à la viteſſe en A ſera $= \frac{\alpha c}{2n}$.

23. Ces mêmes formules ſervent auſſi à exprimer la nature de l'autre branche ANC, que le corps aura décrite en montant ; car on n'a qu'à prendre négative la valeur de p. Ainſi, ſi la direction du mouvement en N fait avec l'horizon un angle dont la tangente $= p$, on aura :

$$AQ = c\int \frac{dp}{n-P}\text{ ; }QN = c\int \frac{p\,dp}{n-P}\text{ ; \& }AN = c\int \frac{dp\sqrt{(1+pp)}}{n-P},$$

le tems par l'arc $AN = \frac{\sqrt{2}c}{\sqrt{\alpha}}\int \frac{dp}{\sqrt{(n-P)}}$

la hauteur duë à la viteſſe en $N = \frac{\frac{1}{2}\alpha c(1+pp)}{n-P}$.

D'où l'on voit que dans la branche aſcendante ANC l'inclinaiſon de ſes tangentes à l'horizon ne ſauroit nulle part devenir ſi grande, qu'il fût $P > n$: & là où $P = n$, la viteſſe du corps eſt infinie.

24. Le mouvement du corps, & la courbe qu'il décrit CNAMH, dépend donc de trois conſtantes α, c, & n : dont il faut ſavoir les valeurs pour chaque cas propoſé. La premiere α eſt déterminée par la gravité ſpecifique du fluide à l'égard de celle du globe ; & comme elle n'entre pas dans les formules qui déterminent la nature de la courbe, on la connoitra indépendamment de α : ce n'eſt que le tems & la viteſſe qui en dépendent. La quantité c eſt déterminée par le diamètre & le poids du globe, & comme elle ne fait que multiplier les formules trouvées, elle ne cauſe aucun embarras dans le calcul. Or la troiſième quantité n, qui dépend de la viteſſe imprimée au corps, affecte tellement nos formules, qu'on eſt obligé

gé d'en calculer les valeurs à part pour toutes les différentes valeurs de n.

25. Pour développer mieux la nature de cette courbe, il ſera bon d'avoir auſſi égard au rayon de ſa développée qui meſure ſa courbure dans chacun de ſes points. Or on ſait que poſant $dy = p\,dx$, le rayon de courbure eſt $= \frac{dx\,(1+pp)\,V(1+pp)}{dp}$. Donc, puiſque $\frac{dx}{dp} = \frac{c}{n+P}$ pour la branche deſcendante, le rayon de courbure en M ſera $= \frac{c\,(1+pp)\,V(1+pp)}{n+P}$. Or pour la branche aſcendante en N, où eſt auſſi $dy = p\,dx$, le rayon de courbure ſera $= \frac{c\,(1+pp)\,V(1+pp)}{n-P}$. Ainſi là où $P = n$, & la viteſſe du corps eſt infinie, le rayon de courbure devient auſſi infiniment grand: & l'on voit que dans les deux branches, où leurs tangentes ſont également inclinées à l'horizon, le rayon de courbure, de même que les autres quantités, x, y, s, t, & v, ſont plus grandes dans la branche aſcendante que dans la deſcendante.

26. Donc dans un milieu réſiſtant, les deux branches de la courbe décrite par un corps, ſont diſſemblables, en ſorte que la branche deſcendante eſt plus courbée que l'aſcendante, & le mouvement par celle-cy plus rapide que par celle-là. Or dans le vuide les deux branches ſont, comme on ſait, égales & ſemblables, & le mouvement auſſi le même: ce que nos formules déclarent auſſi évidemment; car pour le vuide la quantité c devient infinie, de même que le nombre n, puiſque $\frac{ac}{2n}$ marque la hauteur duë à la viteſſe en A. Donc

P évanouit par rapport à n, & puisque $\alpha = 1$, ſi nous poſons $\frac{c}{2n} = b$; nous aurons pour le vuide :

$x = 2bp$; $y = bpp$; $s = 2b\int dp\sqrt{(1+pp)}$; $t = 2bp$; & $v = b(1+pp)$, & le rayon de courbure $= 2b(1+pp)^{\frac{1}{2}}$, d'où il eſt évident, que la courbe eſt une parabole, & le mouvement tel, qu'il eſt connu.

27. C'eſt donc de la quantité $P = \int dp\sqrt{(1+pp)}$, que réſulte la différence entre les trajectoires dans le vuide & dans un fluide ; & l'on voit que cette différence ſera d'autant plus grande, plus ſera grande la quantité P par rapport au nombre n. Or la quantité P évanoüit au ſommet A; & de là de part & d'autre elle croit avec l'angle MTP, que la tangente de la courbe fait avec l'horizon; en ſorte que lorsque cet angle devient droit, la quantité P ſera même infinie. Par conſéquent quelque petite que ſoit la réſiſtance, la courbe CNAMH s'ecarte enfin à l'infini de la parabole ; puisqu'en continuant ſes branches il doit arriver néceſſairement, que la quantité P devienne enfin égale au nombre n, quelque grand qu'il ſoit, & qu'elle le ſurpaſſe même infiniment.

28. Mais, lorsqu'on veut ſeulement connoitre une telle partie de la courbe comme NAM, que l'inclinaiſon des tangentes à ſes extrémités M & N ſoit ſi petite, que la quantité P qui en réſulte, ſoit fort petite par rapport au nombre n, alors on pourra trouver des approximations aſſés commodes pour décrire cette portion de la courbe. Car, puisque P eſt fort petite par rapport à n, on aura $\frac{1}{n+P} = \frac{1}{n} - \frac{P}{nn}$ & $\frac{1}{n-P} = \frac{1}{n} + \frac{P}{nn}$; & $\frac{1}{\sqrt{(n+P)}} = \frac{1}{\sqrt{n}} - \frac{P}{2n\sqrt{n}}$; & $\frac{1}{\sqrt{(n-P)}} = \frac{1}{\sqrt{n}} + \frac{P}{2n\sqrt{n}}$. Donc pour la branche deſcendante

AM

AM nous aurons:

$$AP = x = \frac{c}{n}\left(p - \frac{1}{n}\int P\,dp\right) = \frac{c}{n}\left(p - \frac{1}{n}Pp + \frac{1}{3n}\left((1+pp)^{\frac{3}{2}} - 1\right)\right)$$

$$PM = y = \frac{c}{n}\left(\tfrac{1}{2}pp - \frac{1}{n}\int Pp\,dp\right) = \frac{c}{n}\left(\tfrac{1}{2}pp - \frac{1}{2n}Ppp - \frac{1}{8n}P + \frac{1}{8n}p(1+pp)^{\frac{3}{2}}\right)$$

$$AM = s = \frac{c}{n}\left(P - \frac{1}{n}\int P dp\sqrt{(1+pp)}\right) = \frac{c}{n}\left(P - \frac{1}{2n}PP\right)$$

le tems par AM $= t = \dfrac{\sqrt{2c}}{\sqrt{an}}\left(p - \dfrac{1}{2n}Pp + \dfrac{1}{6n}\left((1+pp)^{\frac{3}{2}} - 1\right)\right)$

la hauteur duë à la viteſſe en M, $v = \dfrac{ac(1+pp)}{2n}\left(1 - \dfrac{P}{n}\right)$.

Et prenant p & P négatifs ces mêmes expreſſions ſerviront pour la branche aſcendante AN.

29. Or ces approximations n'auront lieu, que tandis que la quantité P demeure extrémement petite par rapport au nombre n. Donc, plus le nombre n ſera grand, plus ſera auſſi grande la portion de la courbe MAN, qu'on connoitra au juſte par le moyen de ces formules. Mais, dès qu'on en veut connoitre une plus grande portion, ces approximations ne ſont plus d'aucune uſage; & alors, puisqu'il n'y a pas moyen d'intégrer les formules trouvées pour x, y, & le tems t, on ſera réduit à en chercher la valeur par la voye des quadratures. Or, avant que d'entreprendre cet ouvrage, il ſera bon de remarquer quelques phènomenes, que nous decouvre la conſidération de cette courbe.

30. Et d'abord je remarque, que l'arc de la courbe AM $= s$ ſe peut exprimer par un logarithme; car, puisque $dp\sqrt{(1+pp)} = dP$, on aura $s = c\int \dfrac{dP}{n+P}$, & partant $s = c\,l\,\dfrac{n+P}{n}$, puisque en A où $s = 0$, il eſt $P = 0$; & cette formule eſt dèjà fort commode pour

pour décrire la courbe; car calculant pour un grand nombre de valeurs de p, celle de s, on trouvera autant de portions de la courbe, & ſachant de chacune l'inclinaiſon à l'horizon, on en tirera aiſément les portions de l'abſciſſe & de l'appliquée, qui leur conviennent; leſquelles étant ajoutées enſemble donneront tant l'abſciſſe que l'appliquée entiere, qui répondent à chaque point de la courbe. Enſuite, ayant la viteſſe à chaque point de la courbe par la formule $v = \frac{\frac{1}{2}ac(1+pp)}{n+P}$, chaque particule de la courbe diviſée par $\sqrt{v}$ donnera le tems, que le corps met à la parcourir: & pourvu qu'on prenne les particules de la courbe aſſés petites, on obtiendra aſſés exactement tant la figure de la courbe, que le mouvement du corps.

31. Puisque pour la branche deſcendante nous venons de trouver $s = cl\frac{n+P}{n}$, nous voyons que cette courbe approche de plus en plus de la direction verticale, qu'elle n'atteint pourtant qu'à l'infini. Car l'arc s ne devient infini, que lorsque P eſt infini, ce qui arrive, quand p eſt pris infini, ou que la tangente de la courbe devient verticale. Or pour la branche aſcendante ANC, nous aurons l'arc $AN = -cl\frac{n-P}{n} = cl\frac{n}{n-P}$; donc cet arc ſera infini, lorsque $P = n$: de là on obtiendra une certaine valeur pour p, d'où l'on connoitra l'inclinaiſon de la tangente de cette courbe à l'infini, qui ſera ſon aſymtote.

32. Ayant pour la branche aſcendante $v = \frac{\frac{1}{2}ac(1+pp)}{n-P}$ nous voyons qu'à l'infini où $P = n$, la viteſſe du corps eſt infinie, & qu'en montant juſqu'en A elle devient continuellement plus petite; car en diminuant p, le numérateur $\frac{1}{2}ac(1+pp)$ en devient plus petit, & le dénominateur $n-P$ plus grand; l'un & l'autre contribuant à diminuer

diminuer la viteſſe. Or pour la branche deſcendante ayant $v = \frac{\frac{1}{2}\alpha c(1+pp)}{n+P}$; on aura pour le ſommet A, $v = \frac{\alpha c}{2n}$; or de là il ne s'enſuit pas, que plus le corps deſcend, plus auſſi ſon mouvement ſera accéléré; mais plutôt après que le corps aura paſſé par le ſommet A, ſon mouvement ne laiſſera pas de ſouffrir encore quelque diminution, juſqu'à ce qu'il parvienne à un certain point I, où ſa viteſſe ſera la plus petite.

33. Ce point I où le corps aura la moindre viteſſe, ſe trouvera donc en ſuppoſant le differentiel de $\frac{1+pp}{n+P}$ égal à zéro; d'où l'on aura $2p(n+P) = (1+pp)\sqrt{(1+pp)}$. Or ayant $P = \frac{1}{2}p\sqrt{(1+pp)} + \frac{1}{2}l(p+\sqrt{(1+pp)})$, nous aurons

$$2np + pl(p+\sqrt{(1+pp)}) = \sqrt{(1+pp)}$$

Comme cela arrive ordinairement fort près du point A, la valeur de p ſera fort petite, & partant à peu près:

$P = p + \frac{1}{6}p^3$, & $(1+pp)\sqrt{(1+pp)} = 1 + \frac{3}{2}pp + \frac{3}{8}p^4$

donc: $2np + 2pp + \frac{1}{3}p^4 = 1 + \frac{3}{2}pp + \frac{3}{8}p^4$, où $2np = 1 - \frac{1}{2}pp + \frac{1}{24}p^4$

d'où, à moins que le nombre n ne ſoit très petit, on tirera $p = \frac{1}{2n} - \frac{1}{16n^3}$ pour le point I; & partant la hauteur duë à la plus petite viteſſe en I ſera à peu près $v = \frac{\alpha c}{2n}\left(\frac{4nn+1}{4nn+2}\right)$ ou $v = \frac{\alpha c}{2n}\left(1 - \frac{1}{4nn}\right)$.

34. Depuis ce point I le mouvement du corps ſera de nouveau accéléré; mais quoique l'accélération continuë à l'infini, la viteſſe ne ſurpaſſera jamais une certaine limite; car à l'infini de cette courbe où $p = \infty$, on aura $v = \frac{\frac{1}{2}\alpha c pp}{P}$, puiſque n evanouït par rapport à P, dont la valeur

ſera auſſi infinie. Mais à cauſe de $p = \infty$, le nombre $l(p+\sqrt{(1+pp)})$ quoiqu'infini, évanouït par rapport à $p\sqrt{(1+pp)}$, de ſorte que dans ce cas $P = \frac{1}{2}pp$, & partant $v = \alpha c$; qui ſera donc la hauteur duë à la viteſſe, de laquelle le corps en deſcendant par l'arc IMH approche de plus en plus, & qu'il n'atteint qu'à l'infini.

35. Il eſt auſſi à remarquer, que le rayon de courbure en M étant $= \frac{c(1+pp)^{\frac{3}{2}}}{n+P}$, la plus grande courbure ne ſe trouvera pas au ſommet même A, mais à un autre point K dans l'arc deſcendant, qu'on trouvera par la réſolution de cette équation

$$3p(n+P) = (1+pp)\sqrt{(1+pp)}, \text{ ou bien}$$

$$3np + \tfrac{1}{2}pp\sqrt{(1+pp)} + \tfrac{3}{2}pl(p+\sqrt{(1+pp)}) = \sqrt{(1+pp)}$$

Donc, à moins que le nombre n ne ſoit trés petit, il y aura à peu près $p = \frac{1}{3n}$; d'où l'on voit que ce point K ſera plus près du ſommet A, que le point I, où la viteſſe du corps eſt la plus petite.

36. Mais pour la nature de la branche deſcendante AMH, c'eſt encore une queſtion bien importante, ſi elle a une aſymtote verticale comme EF, ou non? c'eſt à dire, ſi en faiſant $p = \infty$ l'abſciſſe x devient infinie, ou ſi elle obtient une valeur finie comme AE, qui donneroit par conſéquent l'aſymtote EF. Il s'agit donc de chercher la valeur de la formule intégrale $\int \frac{dp}{n+P}$ au cas de $p = \infty$; car pour la valeur de l'appliquée $c\int \frac{pdp}{n+P}$, il n'y a aucun doute, qu'elle ne devienne infinie en poſant $p = \infty$. Mais aucune des méthodes, qui ſeroient aſſés propres pour nous marquer ces valeurs, tandis que P eſt plus petit que n, ne ſauroit être employée ici avec ſuccès.

37.

37. Je crois donc, que le plus ſeur moyen ſera de recourir à des limites, en donnant à P ſucceſſivement deux telles valeurs, dont l'une ſeroit trop grande & l'autre trop petite ; en ſorte qu'on puiſſe pour l'un & l'autre cas exprimer l'intégrale $\int \frac{dp}{n+P}$. Or il eſt évident que $\int dp\sqrt{(1+pp)}$, ou P, eſt toujours plus petit que $p\sqrt{(1+pp)}$; & certainement plus grand que p ou $p\sqrt{(1+0pp)}$. Poſons donc pour avoir des limites plus proches ;

$$P = \int dp\sqrt{(1+pp)} = p\sqrt{(1+\delta pp)}$$

& prenant les différentiels nous aurons :

$$\sqrt{(1+pp)}\,(1+\delta pp) = 1+2\delta pp \quad \text{ou bien}$$
$$(1-3\delta)\,pp+\delta(1-4\delta)p^4 = 0$$

d'où l'on voit, que ſi $\delta = \frac{1}{3}$, cette formule eſt < 0, & ſi $\delta = \frac{1}{4}$, elle eſt > 0. Donc nous aurons ces deux limites aſſés approchantes :

$$P < p\sqrt{(1+\tfrac{1}{3}pp)} \quad \& \quad P > p\sqrt{(1+\tfrac{1}{4}pp)}$$

38. Par là nous ſommes aſſeurés, que dans la branche deſcendante il y aura toujours :

$$x > c\int \frac{dp}{n+p\sqrt{(1+\frac{1}{3}pp)}} \;\&\; x < c\int \frac{dp}{n+p\sqrt{(1+\frac{1}{4}pp)}}$$

Dévelopons donc ces deux limites, & pour qu'une ſeule opération y ſuffiſe, poſons $x = c\int \frac{dp}{n+p\sqrt{(1+\delta pp)}}$, & ſoit pour dégager l'irrationalité $\sqrt{(1+\delta pp)} = p\sqrt{\delta}+q$, & nous aurons $p = \frac{1-qq}{2q\sqrt{\delta}}$; $\sqrt{(1+\delta pp)} = \frac{1+qq}{2q}$, & $p\sqrt{(1+\delta pp)} = \frac{1-q^4}{4qq\sqrt{\delta}}$

de plus $dp = -\frac{dq(1+qq)}{2qq\sqrt{\delta}}$, & partant :

$$x = -2c\int \frac{dq\,(1+qq)}{1+4nqq\sqrt{\delta}-q^4}.$$

39. Ce dénominateur ayant deux facteurs réels, poſons les $ff+qq$ & $gg-qq$; & on aura $ffgg = 1$ & $gg-ff = 4n\sqrt{\delta}$

ou bien $ff = \frac{1}{gg}$ & $4n\sqrt{\delta} = \frac{g^4-1}{gg}$. De là notre expreſſion deviendra :

$$x = -2c\left(\frac{1-ff}{ff+gg}\int\frac{dq}{ff+qq} + \frac{1+gg}{ff+gg}\int\frac{dq}{gg-qq}\right)$$

& prenant les intégrales :

$$x = \frac{-2c(1-ff)}{f(ff+gg)}\text{Atang}\frac{q}{f} - \frac{c(1+gg)}{g(ff+gg)}l\frac{g+q}{g-q} + \text{Conſt.}$$

Or puiſque $x = 0$; lorsque $p = 0$ & partant $q = 1$, nous aurons :

$$x = \frac{2c(1-ff)}{f(ff+gg)}\left(\text{Atang}\frac{1}{f} - \text{Atang}\frac{q}{g}\right) + \frac{c(1+gg)}{g(ff+gg)}l\frac{(g+1)(g-q)}{(g-1)(g+q)}$$

ou bien à cauſe de $f = \frac{1}{g}$;

$$x = \frac{2cg(gg-1)}{1+g^4}(\text{Atang}\,g - \text{Atang}\,gq) + \frac{cg(1+gg)}{1+g^4}l\frac{(g+1)(g-q)}{(g-1)(g+q)}$$

40. Maintenant on n'a qu'à poſer $q = 0$, pour avoir le cas de $p = \infty$; & l'abſciſſe qui répond à l'arc infini AMH ſera

$$AE = \frac{2cg(gg-1)}{1+g^4}\text{A tang}\,g + \frac{cg(1+gg)}{1+g^4}l\frac{g+1}{g-1}$$

où il faut remarquer que $gg = 2n\sqrt{\delta} + \sqrt{(1+4\delta nn)}$. Donc prenant $\delta = \frac{1}{3}$, nous aurons $gg = 2n\sqrt{\frac{1}{3}} + \sqrt{(1+\frac{4}{3}nn)}$ & partant l'intervalle AE ſera ou plus grand ou plus petit que cette expreſſion

$$\frac{2cg(gg-1)}{1+g^4}\text{A tang}\,g + \frac{cg(1+gg)}{1+g^4}l\frac{g+1}{g-1}$$

ſelon qu'on prenne

ou $gg = 2n\sqrt{\frac{1}{3}} + \sqrt{(1+\frac{4}{3}nn)}$

ou $gg = n + \sqrt{(1+nn)}$

41.

41. Lorsque n eſt un nombre très grand, g en ſera un auſſi, & A tang g deviendra $= \frac{\pi}{2}$, prenant π pour la meſure de deux angles droits : donc à cauſe de $l\frac{g+1}{g-1} = \frac{2}{g}$, notre formule ſera $\frac{\pi c}{g} + \frac{2c}{gg}$. Donc ayant ou $gg = 4n\sqrt{\frac{1}{3}}$ ou $gg = 2n$; les limites entre leſquels l'intervalle AE eſt compris, ſeront

$$\frac{\pi c\sqrt{\sqrt{3}}}{2\sqrt{n}} + \frac{c\sqrt{3}}{2n} \quad \& \quad \frac{\pi c\sqrt{2}}{2\sqrt{n}} + \frac{c}{n}$$

Mais, lorsque n eſt une fraction très petite, nous aurons, ou $gg = 1 + 2n\sqrt{\frac{1}{3}}$, ou $gg = 1 + n$; donc à cauſe de A tang $1 = \frac{\pi}{4}$ les limites de l'intervalle AE ſeront :

$$\frac{\pi nc}{2\sqrt{3}} + c\,l\frac{2\sqrt{3}}{n} \quad \& \quad \frac{\pi nc}{4} + c\,l\frac{4}{n}$$

43. La courbe trajectoire donc dans un fluide aura deux aſymtotes, l'une verticale qui eſt convergente avec la branche deſcendante, & l'autre inclinée à l'horizon, pour la branche aſcendante, & qui ſera tellement inclinée à l'horizon, que poſant la tangente de l'inclinaiſon $= p$, on aura $P = n$, ou

$$n = \tfrac{1}{2}p\sqrt{(1+pp)} + \tfrac{1}{2}l(p+\sqrt{(1+pp)})$$

Pour le cas du vuide cette derniere aſymtote devient auſſi verticale, de même que la premiere, & l'une & l'autre ſera infiniment éloignée du ſommet A. Or pour trouver le point L, où l'aſymtote de la branche aſcendante coupe la ligne horizontale BAE, poſant $P = n$, on aura

$$AL = x - \frac{y\,dx}{dy} = c\left(\int\frac{dp}{n-P} - \frac{1}{p}\int\frac{p\,dp}{n-P}\right)$$

43. Après ces remarques générales, venons au fait pour voir, comment on pourroit tirer quelque fruit des formules trouvées pour

la pratique. Et d'abord il eſt évident qu'on ne ſauroit ſe paſſer d'une Table, qui repréſente pour chaque valeur de p celle de P. Donc, puiſque p exprime la tangente de l'angle d'inclinaiſon de la courbe à l'horizon, poſons cet angle $= \Phi$, de ſorte que $p = \text{tang } \Phi$; & à cauſe de $V(1+pp) = \text{ſec. } \Phi$, nous aurons:

$$P = \tfrac{1}{2} \text{ tang } \Phi . \text{ ſec. } \Phi + \tfrac{1}{2} l (\text{tang } \Phi + \text{ſec. } \Phi) \text{ ou bien}$$

$$P = \tfrac{1}{2} \text{ tang } \Phi . \text{ ſec. } \Phi + \tfrac{1}{2} l \text{ tang } (45^\circ + \tfrac{1}{2} \Phi)$$

où il faut prendre les logarithmes hyperboliques de la tangente des angles $45^\circ + \frac{1}{2} \Phi$, qu'on trouve dans l'Ouvrage de Neper ſur les logarithmes.

44. C'eſt donc le contenu de la Table premiere, où la premiere colomne renferme tous les angles d'inclinaiſon à l'horizon de degré en degré depuis 0° juſqu'à 90°: la ſeconde colomne en contient les tangentes, qui ſont les valeurs de la lettre p. La troiſième colomne fournit les valeurs de la formule tang Φ. ſec. Φ ou de $pV(1+pp)$, & la quatrième celles de la formule l tang $(45^\circ + \frac{1}{2} \Phi)$, ou de $l(p + V(1+pp))$; qui eſt la même que la Table des degrés des latitudes croiſſantes dans l'Hydrographie. Enfin la cinquième colomne contient les valeurs correſpondantes de la formule intégrale $P = \int dpV(1+pp)$, dont nous avons beſoin dans nos expreſſions.

45. Or, pour connoitre les courbes, qu'un corps peut décrire dans un fluide, il faut remarquer, qu'il y en a une infinité d'eſpeces differentes, qui ſont déterminées par les diverſes valeurs du nombre n. Car, tandis que le nombre n demeure le même, les courbes ſeront toujours ſemblables entr'elles, ou bien de la même eſpece, quelle que ſoit la difference entre les quantités a & c; puiſque celles-cy n'entrent dans le calcul, que pour déterminer la grandeur de la courbe, ſans en changer l'eſpece, & outre cela le mouvement même du corps.

46. Le caractère de ces diverſes eſpeces ſera l'angle OLB, dont l'aſymtote de la branche aſcendante eſt inclinée à l'horizon. Pour connoitre cet angle, on n'a qu'à chercher la valeur du nombre n dans

la

la cinquième colomne de notre table, & la premiere colomne indiquera cet angle. Ainſi, ſi $n = 0$, l'angle OLB évanouïra, ou bien l'aſymtote OL ſera horizontale; & le ſommet A ſe trouvera à l'infini. Dans ce cas donc la branche aſcendante de la courbe évanouït, & le corps deſcendra toujours, en approchant de plus en plus de l'autre aſymtote verticale EF : ce ſera donc la premiere eſpece des trajectoires décrites dans un fluide. Fig.

47. Pour les autres eſpeces, on les aura en donnant à n des valeurs affirmatives. Or, quoique le nombre ſoit infini, il ſera bon pour la pratique d'en fixer un certain nombre en donnant à l'angle OLB des valeurs, qui croiſſent de 5 à 5 degrés. Ainſi la ſeconde eſpece ſera, ſi $n = 0,0876001$, où l'angle OLB devient de 5 degrés. Voilà donc les diverſes eſpeces, qu'on pourroit établir. Fig. 1.

Eſpece.	L'angle OLB	valeur du nombre n	Eſpece.	L'angle OLB	valeur du nombre n
1	0°	0,0000000	10	45°	1,1477934
2	5	0,0876001	11	50	1,432362
3	10	0,1772365	12	55	1,822067
4	15	0,2711218	13	60	2,390330
5	20	0,3718537	14	65	3,290396
6	25	0,4826944	15	70	4,884250
7	30	0,6079863	16	75	8,223570
8	35	0,7538161	17	80	17,54793
9	40	0,9291380	18	85	67,12291

L'eſpece ſuivante ou la dix-neuvième renfermeroit les cas, où le globe eſt lancé verticalement en haut : or, puiſque ces cas ſont ſuffiſamment expliqués ailleurs, je n'en tiendrai pas compte ici.

48. On pourroit encore établir autant d'eſpeces, en donnant à n les mêmes valeurs, mais priſes négativement ; mais, puiſque dans ces

ces cas les courbes ſont deſtituées de la branche aſcendante, elles ne ſauroient avoir lieu, que lorsque le globe ſeroit d'abord lancé en bas. Or, comme dans l'Artillerie il n'arrive guères ſouvent, qu'on baiſſe les canons ou les mortiers au deſſous de l'horizon, il ſeroit ſuperflu de calculer ces eſpeces; & puisque la direction des canons & mortiers eſt toujours, ou horizontale, ou élevée au deſſus de l'horizon, on peut même ſe paſſer de la premiere eſpece, vu qu'elle n'a jamais lieu dans la pratique.

49. Le plus ſur moyen de calculer chacune des ces eſpeces ſera de partager toute la courbe en pluſieurs morceaux, & d'en calculer chacun à part: car alors on n'aura qu'à raſſembler les calculs de tous ces morceaux. Soit donc M m un tel morceau de la courbe, & ſoit la tangente de l'inclinaiſon en M $= p$ & en $m = q$: & poſant $\int dq\, V(1+qq) = Q$, de même que $\int dp\, V(1+pp) = P$; on aura $AM = cl\frac{z+P}{n}$ & $Am = cl\frac{n+Q}{n}$; donc la portion de l'arc M m ſera $= cl\frac{n+Q}{n+P}$. Enſuite prenant un milieu entre les inclinaiſons en M & m, qui ſoit $= \eta$, on aura pour la portion de l'abciſſe qui répond à cet arc $Pp = c\,\mathrm{cof}\,\eta.\ l\frac{n+Q}{n+P}$; & pour la portion de l'appliquée $pm - PM = c\,\mathrm{ſin}\,\eta.\ l\frac{n+Q}{n+P}$; pourvu que que la difference entre p & q ſoit aſſés petite.

50. Enſuite pour le mouvement même du corps, la hauteur duë à la viteſſe en M ſera $= \frac{\frac{1}{2}\alpha c(1+pp)}{n+P}$, & en $m = \frac{\frac{1}{2}\alpha c(1+qq)}{n+Q}$. Prenant donc un milieu entre les viteſſes, qu'on tire de ces formules, qui ſoit $= Vu$, le tems, que le corps employe à par-

parcourir l'eſpace Mm ſera $= \frac{M\,m}{V\,u}$. Ou bien on prendra un milieu entre les valeurs $\frac{V(1+pp)}{V(n+P)}$ & $\frac{V(1+qq)}{V(n+Q)}$ qui ſoit $= \mu$, & à cauſe de $V\,u = \mu\,V\,\frac{1}{2}\,\alpha\,c$, le tems par l'arc M$m$ ſera $= \frac{V\,2\,c}{V\,\alpha} \cdot \frac{1}{\mu}\,l\,\frac{n+Q}{n+P}$. Et pour avoir ce tems exprimé en minutes ſecondes, ſoit g la hauteur par laquelle un corps tombe dans une ſeconde, & le nombre des ſecondes ſera $= \frac{V\,c}{V\,2\,\alpha\,g} \cdot \frac{1}{\mu}\,l\,\frac{n+Q}{n+P}$. On pourra de la même maniere exprimer les viteſſes par l'eſpace, qu'elles ſont capables de parcourir dans une ſeconde, & ſur ce pied la viteſſe en M eſt $= V\,2\,\alpha\,c\,g \cdot \frac{V(1+pp)}{V(n+P)}$.

51. Quoiqu'on dût ici prendre les logarithmes hyperboliques, on peut pourtant ſe ſervir des logarithmes communs, pourvu qu'on multiplie enſuite les coëfficiens de ces termes par le nombre 2, 302585092994, dont le logarithme commun eſt $= 0,3622156$. Ainſi, en ſe ſervant des logarithmes communs, un arc quelconque de la courbe ſera $2,302585\,c\,.\,l\,\frac{n+Q}{n+P}$, & ce coëfficient conviendra auſſi aux abſciſſes & appliquées. Enſuite la viteſſe en M ſera exprimée par l'eſpace $V\,2\,\alpha\,c\,g \cdot \frac{V(1+pp)}{V(n+P)}$, qui ſe parcourt dans une ſeconde avec cette viteſſe; & le tems par l'arc Mm ſera de

$$\frac{2,302585\,V\,c}{V\,2\,\alpha\,g} \cdot \frac{1}{\mu}\,l\,\frac{n+Q}{n+P} \text{ ſecondes,}$$

où μ eſt la valeur moyenne entre $\frac{V(1+pp)}{V(n+P)}$ & $\frac{V(1+qq)}{V(n+Q)}$

& g marque la hauteur, d'où un corps tombe dans une ſeconde dans le vuide, & on ſait que $g = 15, 625$ pieds de Rhin.

52. Sur ce pied je calculerai une Table pour l'eſpece douzième où $n = 1, 822067$, qui contiendra deux parties l'une pour la branche aſcendante ANC, l'autre pour la branche deſcendante AMH; elle pourra ſervir de modele pour calculer pareillement des Tables ſemblables pour les autres eſpeces; & à l'aide de 18 Tables de cette forme on ſera en état de réſoudre toutes les queſtions, qui peuvent ſe rencontrer dans l'Artillerie.

53. Par le moyen de cette Table, qui eſt calculée de 5 à 5 degrés, on conſtruira aiſément la forme de la trajectoire de la douzième eſpece; comme elle eſt exprimée dans la troiſième figure. Et lorſqu'on ſait la valeur de la quantité c & de α, on connoitra par cette Tabelle la viteſſe du corps dans chaque point de la courbe, & encore le tems, par chaque partie de la courbe. Ainſi, ſi la direction, ou l'élévation du canon ou du mortier eſt donnée, d'où l'on tire le globe, on cherchera l'élévation dans la premiere colomne de la table pour la branche aſcendante, & la colomne Vme montrera la viteſſe, qui doit être imprimée au globe, pour qu'il décrive une trajectoire de la douzième éſpece.

Fig. 3.

54. Prenons pour exemple une bombe, dont le diamètre ſoit $\frac{1}{2}$ pied, & le poids de 64 livres, ou bien égal au poids de $\frac{9}{10}$ pied cubique d'eau. Ayant donc $d = \frac{1}{2}$ & $e^3 = \frac{9}{10}$, nous aurons (15) $e = 707. \frac{1}{5}^8 = 2544$ pieds; & pour α nous prendrons l'unité. Que cette bombe ſoit jettée ſous une élévation de 45° en C, & pour qu'elle décrive une trajectoire de la XIIme eſpece, il faut que ſa viteſſe en C ſoit de $1, 7222525. \sqrt{2\alpha gc}$ pieds par ſeconde, ou qu'elle ſoit capable de parcourir avec cette viteſſe un eſpace de $434\frac{9}{10}$ pieds par ſeconde. Quand ſa viteſſe ſeroit plus grande, la trajectoire appartiendroit à une eſpece anterieure; mais, ſi elle étoit plus petite, à une

eſpece

eſpece ſuivante; & dans ces cas il faudroit avoir calculées les Tables de ces autres eſpeces.

55. Suppoſons donc que la viteſſe initiale de la bombe en C ſoit de 434 $\frac{9}{10}$ pieds par ſeconde, & qu'elle ſoit jettée ſur une plaine horizontale, où elle retombe en E. Soit le ſommet en A, d'où l'on baiſſe la perpendiculaire AD, & la Table pour la branche aſcendante nous donnera

l'intervalle	C D = A B	=	2139, 2 pieds
la hauteur	A D	=	1234, 8 pieds
la courbe même	C A	=	2529, 0 pieds
la viteſſe au ſommet	A	=	208 $\frac{8}{9}$ pieds par ſeconde
le tems de la montée par	C A	=	8, 18 ſecondes.

56. Pour la branche deſcendante il faut chercher par interpolation le point où l'appliquée eſt = 0, 2108126 dans la Table pour cette branche, & on voit que cela arrive entre 60° & 65°, & préciſément à 60°, 13′. Ainſi la bombe tombera en E ſur l'horizon ſous un angle de 60°, 13′: Or de là on trouvera

l'intervalle	D E	=	1640, 1 pieds
la courbe	A E	=	2153, 6 pieds
la viteſſe en	E	=	275 $\frac{8}{9}$ pied par ſeconde
le tems de la deſcente par	A E	=	9, 50 ſecondes

Ainſi la bombe reſtera dans l'air pendant 17, 68 ou 17$\frac{2}{3}$ ſecondes, & l'amplitude du jet ſera C E = 3779$\frac{1}{3}$ pieds. Cet Exemple ſera ſuffiſant à montrer l'uſage de ces Tables dans la reſolution de toute ſorte de problèmes, qu'on propoſe ordinairement dans l'Artillerie.

ESPECE XII.

Pour le branche aſcendante

Inclin. en N	L'arc AN, $=2{,}302585c$ mult. par	L'abſciſſe AQ $=2{,}302585c$ mult. par	L'appliquée QN $=2{,}302585c$ mult. par	La viteſſe en N $=\sqrt{2ag}c$ mult. par	Le tems par AN $=\frac{2{,}302585\sqrt{c}}{\sqrt{2ag}}$ mult. par
0°	0,0000000 213983	0,0000000 213779	0,0000000 9334	0,7408247 213820	0,0000000″ 284763
5	0,0213983 230448	0,0213779 228477	0,0009334 30080	0,7622067 295427	0,0284763 296594
10	0,0444431 255349	0,0442256 249296	0,0039414 55268	0,7917494 395510	0,0581357 314747
15	0,0699780 291646	0,0691552 278148	0,0094682 87699	0,8313004 523866	0,0896104 340273
20	0,0991426 345303	0,0969700 319018	0,0182381 132142	0,8836870 697094	0,1236377 376196
25	0,1336729 426536	0,1288718 377472	0,0314523 196952	0,9533964 945651	0,1612573 426723
30	0,1763265 555745	0,1666190 468711	0,0511475 298602	1,0479615 1331725	0,2039296 499521
35	0,2319010 778564	0,2134901 617676	0,0810077 473960	1,1811330 2003240	0,2538817 609504
40	0,3097574 1219806	0,2752577 899335	0,1284037 824089	1,3814570 3407955	0,3148321 790812
45	0,4317380 2381005	0,3651912 1608581	0,2108126 1755460	1,7222525 7698425	0,3939133 1149287
50	0,6698385	0,5260493	0,3863586	2,4920950	0,5088420

ESPECE XII. Pour la branche deſcendante.

Inclin. en M	L'arc AM $=2,302585c$	L'abſciſſe AP $=2,302585c$	L'appliquée PM $=2,302585c$	La viteſſe en M $=v2agc$	Le tems par M $=\frac{2,302585\sqrt{c}}{\sqrt{2ag}}$
	mult par	mult. par	mult. par	mult. par	mult. par
0°	0,000000	0,0000000	0,0000000	0,7408247	0,0000000
	203933	203739	8895	— 144229	277997
5	0,0203933	0,0203739	0,0008895	0,7264018	0,0277997
	199209	197505	26002	— 82616	275814
10	0,0403142	0,0401244	0,0034897	0,7181402	0,0553811
	199299	194575	43136	— 25 702	278019
15	0,0602441	0,0595819	0,0078033	0,7155700	0,0831830
	204125	194677	61381	+ 28920	284687
20	0,0806566	0,0790496	0,0139414	0,7184620	0,1116517
	214049	197755	81913	83320	296214
25	0,1020615	0,0988251	0,0221327	0,7267940	0,1412731
	229898	203922	106155	139390	313328
30	0,1250513	0,1192173	0,0327482	0,7407330	0,1726059
	253104	213465	135993	198950	337196
35	0,1503617	0,1405638	0,0463475	0,7606280	0,2063255
	285969	226875	174086	263895	369608
40	0,1789586	0,1632513	0,0637561	0,7870175	0,2432863
	332130	244872	224384	336125	413278
45	0,2121716	0,1877385	0,0861945	0,8206300	0,2846141
	397389	268470	292985	417430	472492
50	0,2519105	0,2145855	0,1154930	0,8623730	0,3318633
	491194	299018	389688	509230	553474
55	0,3010299	0,2444873	0,1544618	0,9132960	0,3872107
	629347	338148	530786	611670	667116
60	0,3639646	0,2783021	0,2075404	0,9744630	0,4539223
	841010	388335	745985	720310	832818
65	0,4480656	0,3171356	0,2821389	1,0464940	0,5372041
	1178537	451007	1088830	825390	1084230
70	0,5659193	0,3622363	0,3910219	1,1290330	0,6456271
	1754921	527715	1673697	900010	1495880
75	0,7414114	0,4150078	0,5583916	1,2190340	0,7952151
	2851538	617186	2783950	894400	2257818
80	1,0265652	0,4767264	0,8367866	1,3084740	1,0209969
	5513732	719686	5466560	733500	4100500
85	1,5779384	0,5486950	1,3834426	1,3818240	1,4310469

TABLE Subſidiaire.

ang. Φ	p = tang Φ	tag Φ ſec. Φ	/tg(45° + ½Φ)	P
°				
0	0,0000000	0,0000000	0,0000000	0,0000000
1	0,0174551	0,0174577	0,0174541	0,0174559
2	0,0349208	0,0349420	0,0349136	0,0349278
3	0,0524078	0,0524797	0,0523838	0,0524318
4	0,0699268	0,0700976	0,0698698	0,0699837
5	0,0874887	0,0878229	0,0873773	0,0876001
6	0,1051042	0,1056832	0,1049116	0,1052974
7	0,1227846	0,1237068	0,1224783	0,1230926
8	0,1405408	0,1419220	0,1400823	0,1410022
9	0,1583844	0,1603587	0,1577296	0,1590442
10	0,1763270	0,1790471	0,1754259	0,1772365
11	0,1943803	0,1980185	0,1931766	0,1955576
12	0,2125566	0,2173052	0,2109876	0,2141464
13	0,2308682	0,2369410	0,2288650	0,2329030
14	0,2493280	0,2569609	0,2468144	0,2518877
15	0,2679492	0,2774014	0,1648421	0,2711218
16	0,2867454	0,2983010	0,2829544	0,2906277
17	0,3057307	0,3197000	0,3011576	0,3104288
18	0,3249197	0,3416408	0,3194582	0,3305495
19	0,3443276	0,3641680	0,3378626	0,3510153
20	0,3639702	0,3873290	0,3563784	0,3718537
21	0,3838640	0,4111741	0,3750122	0,3930932
22	0,4040262	0,4357564	0,3937709	0,4147637
23	0,4244748	0,4611325	0,4126623	0,4368974
24	0,4452287	0,4873633	0,4316947	0,4595290
25	0,4663077	0,5145136	0,4508752	0,4826944
26	0,4877326	0,5426522	0,4702126	0,5064324
27	0,5095254	0,5718538	0,4897151	0,5307845
28	0,5417094	0,6021983	0,5093921	0,5557952
29	0,5543091	0,6337714	0,5292525	0,5815120
30	0,5773503	0,6666666	0,5493059	0,6079863

TABLE Subſidiaire.

ang. Φ	p = tang Φ	tag Φ ſec. Φ	tg(45° + ½Φ)	P
30°	0, 5773503	0, 6666666	0, 5493059	0, 6079863
31	0, 6008606	0, 7009840	0, 5695625	0, 6352732
32	0, 6248694	0, 7368323	0, 5900326	0, 6634325
33	0, 6494076	0, 7743300	0, 6107273	0, 6925287
34	0, 6745085	0, 8136044	0, 6316578	0, 7226311
35	0, 7002075	0, 8547918	0, 6528363	0, 7538161
36	0, 7265425	0, 8980560	0, 6742752	0, 7861656
37	0, 7535541	0, 9435520	0, 6959879	0, 8197699
38	0, 7812856	0, 9914657	0, 7179875	0, 8547266
39	0, 8097840	1, 0419980	0, 7402898	0, 8911439
40	0, 8390996	1, 0953666	0, 7629093	0, 9291380
41	0, 8692867	1, 1518160	0, 7858627	0, 9688398
42	0, 9004040	1, 2116130	0, 8091670	1, 0103900
43	0, 9325151	1, 2750535	0, 8328403	1, 0539469
44	0, 9656888	1, 3424655	0, 8569016	1, 0996840
45	1, 0000000	1, 4142136	0, 8813732	1, 1477934
46	1, 0355303	1, 4907040	0, 9062752	1, 1984896
47	1, 0723687	1, 5722920	0, 9316313	1, 2520116
48	1, 1106125	1, 6597842	0, 9574664	1, 3086253
49	1, 1503684	1, 7534530	0, 9838076	1, 3686303
50	1, 1917536	1, 8540400	1, 0106827	1, 4323614
51	1, 2348972	1, 9622710	1, 0381231	1, 5001970
52	1, 2799416	2, 0789700	1, 0661613	1, 5725657
53	1, 3270448	2, 2050705	1, 0948332	1, 6499519
54	1, 3763819	2, 3416410	1, 1241768	1, 7329189
55	1, 4281480	2, 4899000	1, 1542341	1, 8220670
56	1, 4825610	2, 6512520	1, 1850503	1, 9181512
57	1, 5398650	2, 8273130	1, 2166746	2, 0219938
58	1, 6003345	3, 0199590	1, 2491603	2, 1345596
59	1, 6642795	3, 2313720	1, 2825662	2, 2569691
60	1, 7320508	3, 4641020	1, 3165572	2, 3903296

TABLE Subſidiaire.

Ang. Φ	$p = \text{tang } \Phi$	tang Φ ſec. Φ	$l\text{tg}(45° + \frac{1}{2}\Phi)$	P
60°	1,7320508	3,464102	1,3165572	2,390330
61	1,8040478	3,721147	1,3524042	2,536776
62	1,8807265	4,006050	1,3889854	2,697518
63	1,9626105	4,323721	1,4267876	2,874904
64	2,0503038	4,677095	1,4659075	3,071501
65	2,1445069	5,074337	1,5064535	3,290396
66	2,2460368	5,522093	1,5485467	3,535320
67	2,3558524	6,029344	1,5923233	3,810834
68	2,4750869	6,607160	1,6379381	4,122549
69	2,6050891	7,269313	1,6855678	4,477441
70	2,7474774	8,033085	1,7354146	4,884250
71	2,9042109	8,920438	1,7877114	5,354075
72	3,0776835	9,959592	1,8427293	5,901161
73	3,2708526	11,187310	1,9007861	6,544048
74	3,4874144	12,652184	1,9622566	7,307220
75	3,7320508	14,419540	2,0275887	8,223570
76	4,0107809	16,578823	2,0973231	9,338073
77	4,3314759	19,255193	2,1721209	10,713657
78	4,7046301	22,628020	2,2528019	12,440411
79	5,1445540	26,961800	2,3403999	14,651100
80	5,6712818	32,65962	2,4362452	17,54793
81	6,3137515	40,36036	2,5420894	21,45123
82	7,1153697	51,12605	2,6603052	26,89318
83	8,1443464	66,82850	2,7942178	34,81136
84	9,5143645	91,02174	2,9486992	46,93522
85	11,4300520	131,11452	3,1313001	67,12291
86	14,300666	205,0084	3,3546723	104,1815
87	19,081137	364,5898	3,6425320	184,1162
88	28,636253	820,5348	4,0481241	412,2915
89	57,289962	3282,639	4,7413471	1643,690
89° 30′	114,58865	13131,06	5,4345129	6568,250
89° 44′	214,85762	45164,31	6,0631256	23085,19
89° 52′	429,71757	184657,7	6,7162739	92332,30
89° 56′	859,4,630	738631,4	7,4494211	369319,4
89° 58′	1718,8732	2954126,	8,1426680	1477267,

Tab. I.

Fig. 1.

Fig. 2.

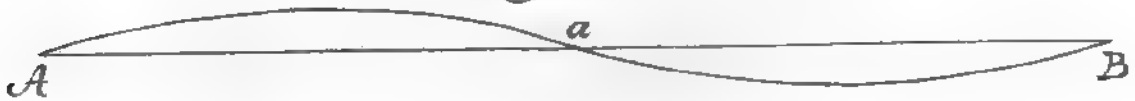


Fig. 3.

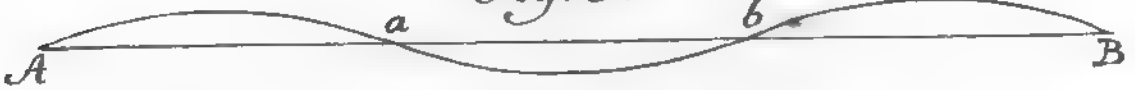


Fig. 4.

Fig. 5.

Fig. 6.

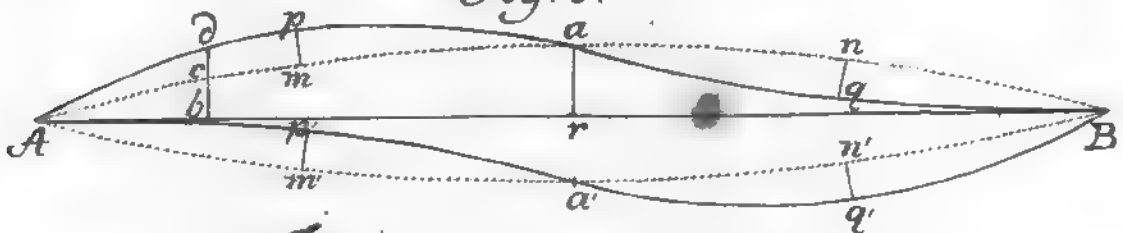


Fig. 7.

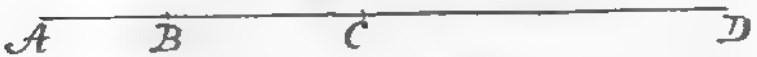


Fig. 8.

Mem. de l'Acad. Tom. IX pag. 352

F. H. Frisch sc. Berl

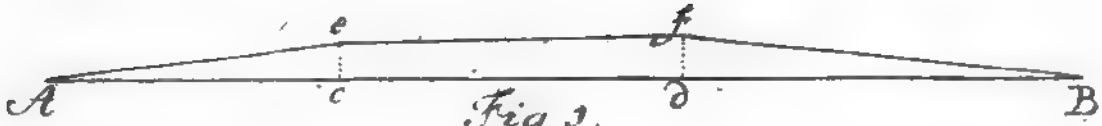


Fig 1.

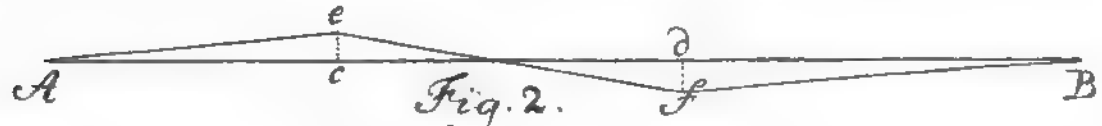


Fig. 2.

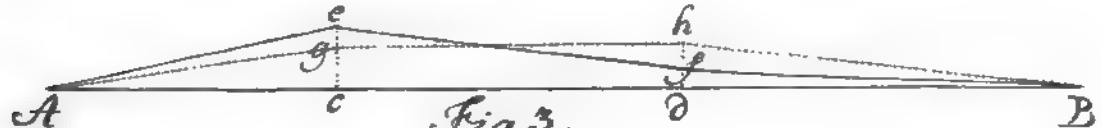


Fig. 3.

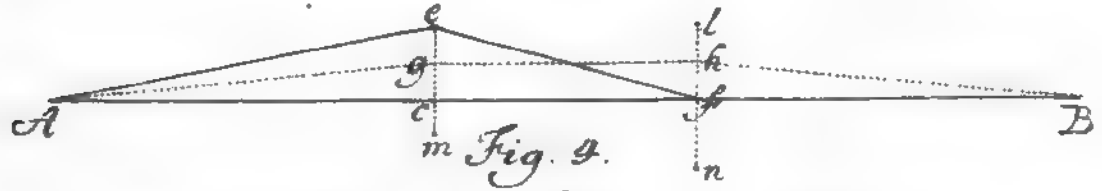


Fig. 4.

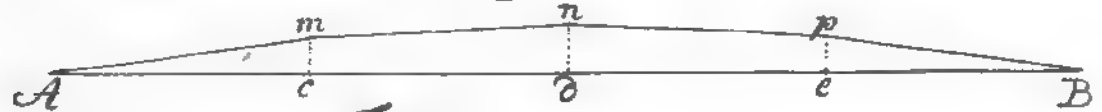


Fig. 5.

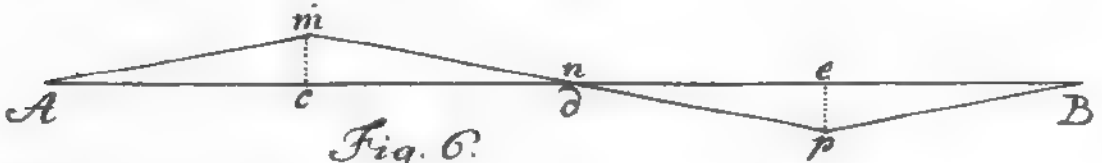


Fig. 6.

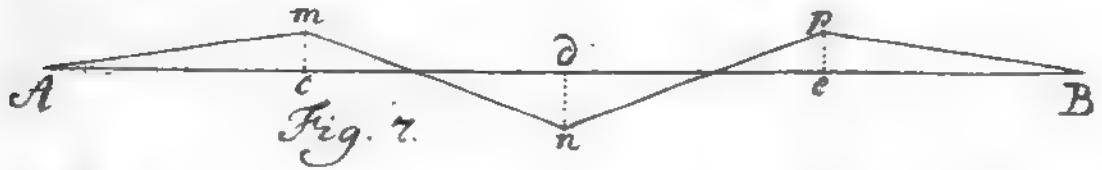
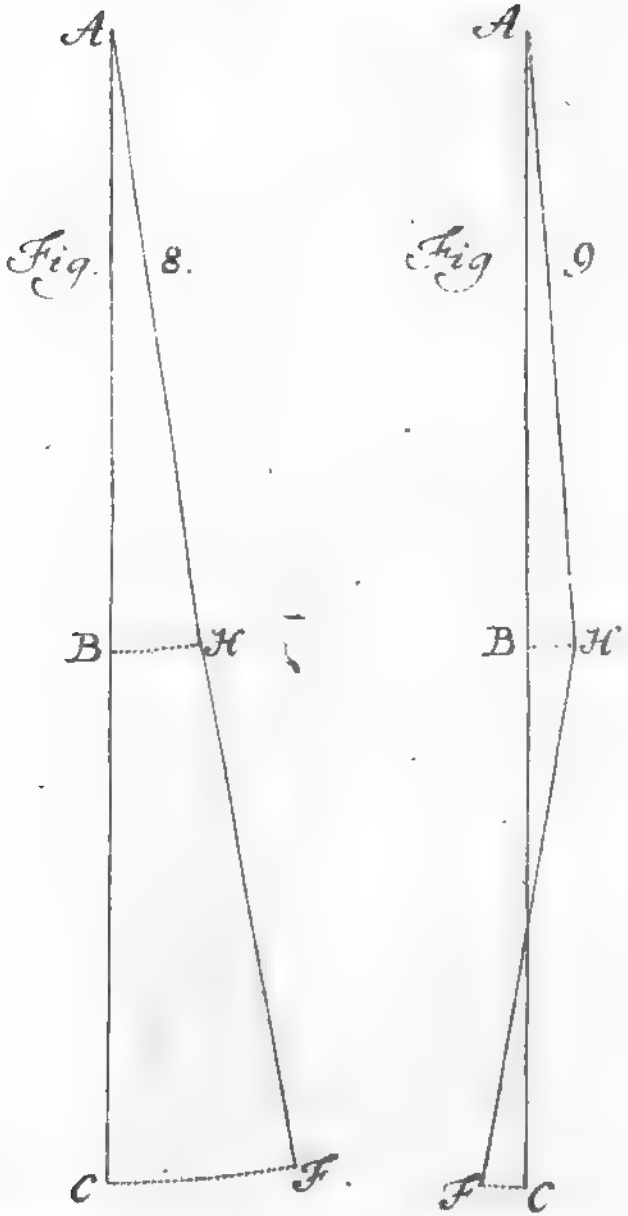


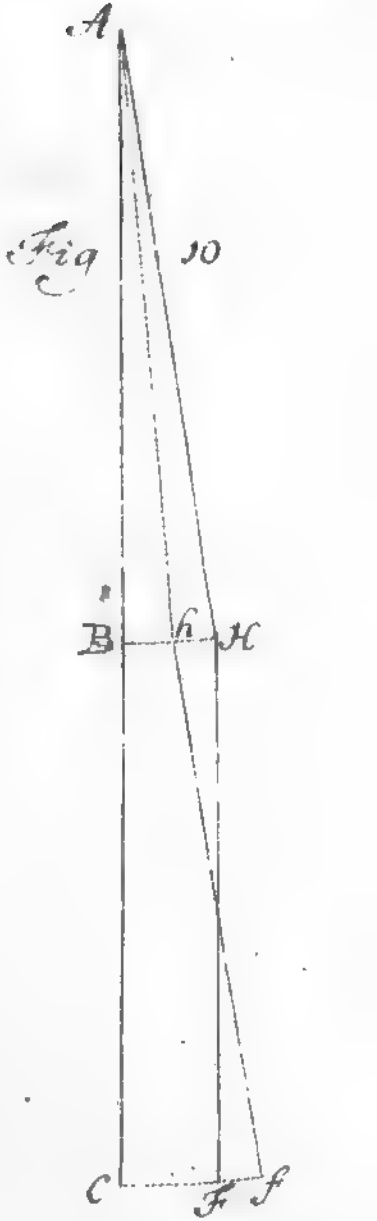
Fig. 7.

Mem. de l'Acad. Tom. IX pag. 352. F. H. Frisch sc. Berl.

Tab. III.

ad pag. 190





Mem. de l'Acad. Tom IX pag. 352.

F.H. Frisch Sc. Berl.

Tab. IV.

Fig. 1.

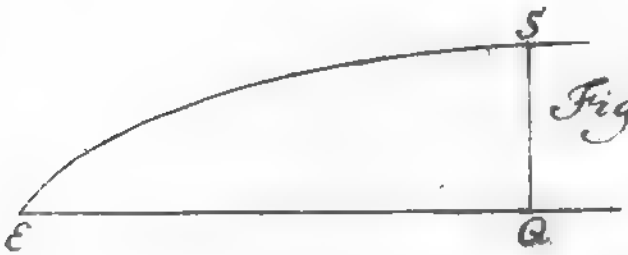


Fig. 2.

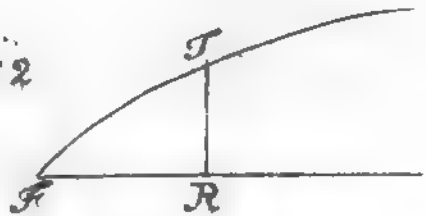
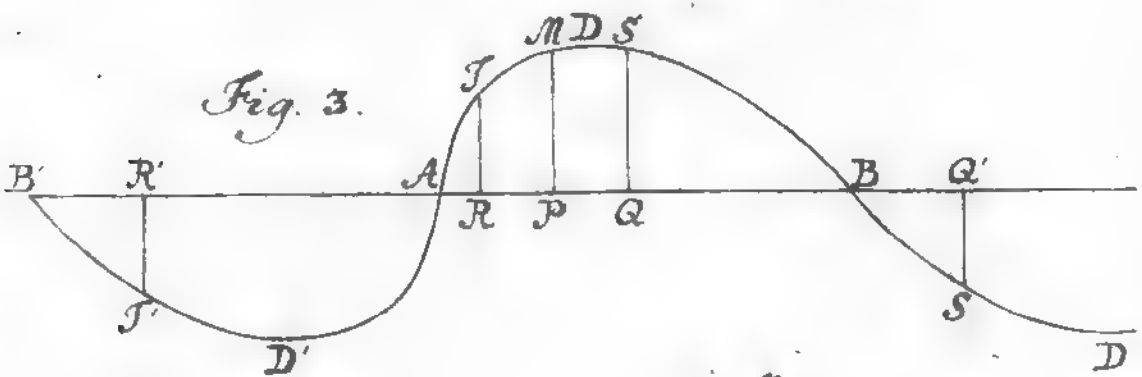


Fig. 3.



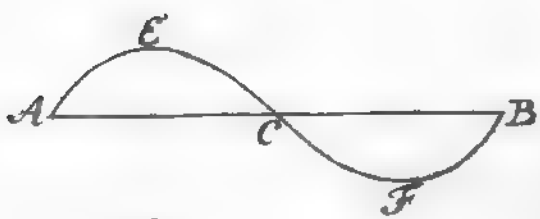


Fig. 5.

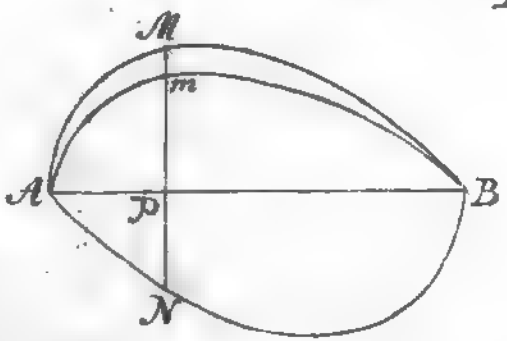


Fig. 4.

Mem. de l'Acad Tom. IX pag. 352.

FH Frisch. sc Bex.

ad pag. 226.

Tab. V.

Fig. 1.

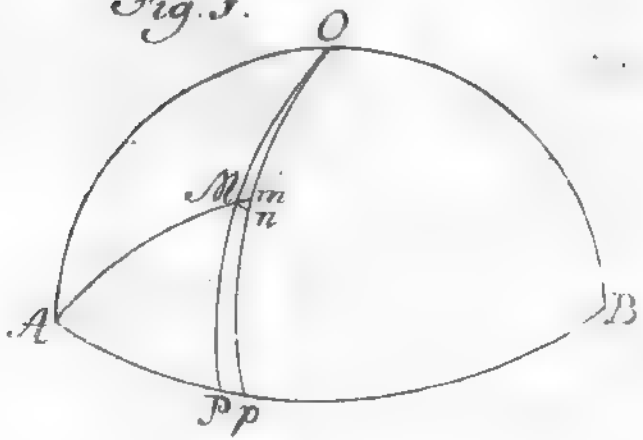


Fig 2.

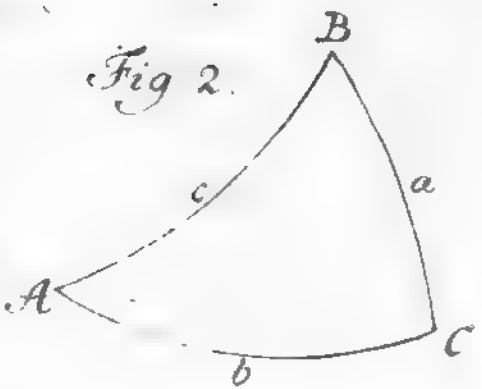


Fig. 3.

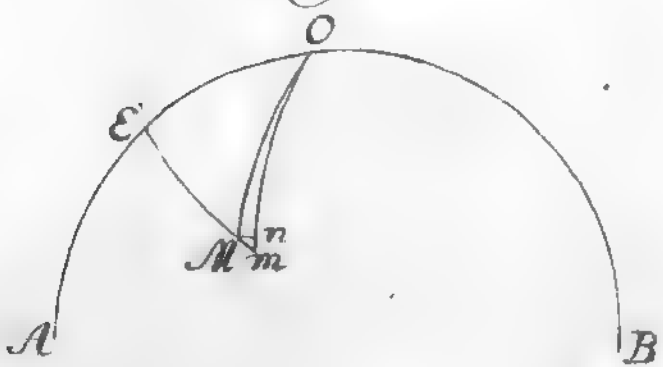
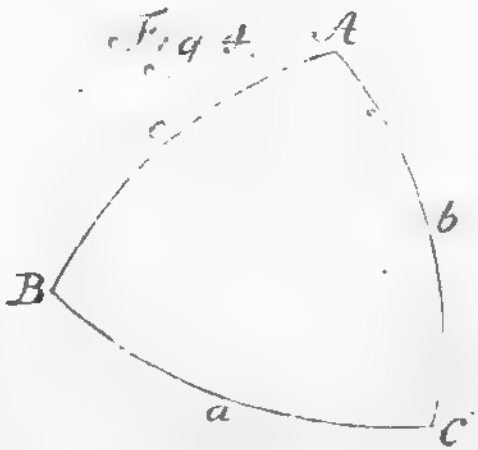


Fig 4.



Mem. de l'Acad. Tom. IX. pag. 352.

F.H. Frisch, fc. B.

Tab. VI.

ad pag. 259.

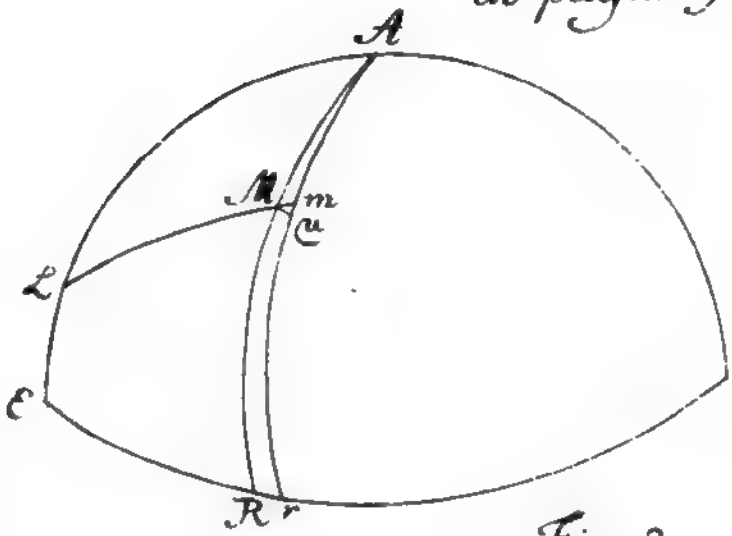


Fig. 2

Fig. 1

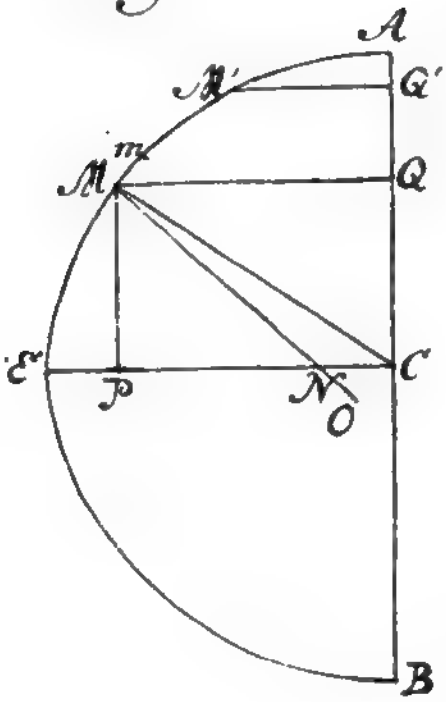
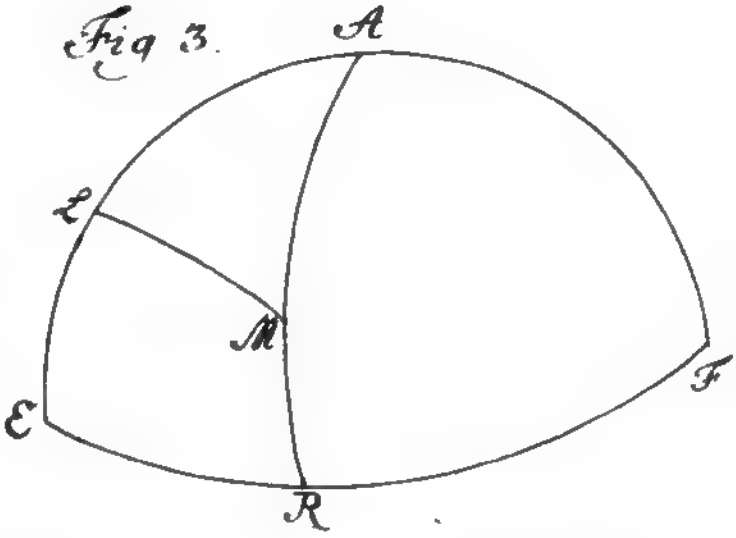


Fig 3.



Mem. de l'Acad. Tom IX. pag. 352.

F. H. Frisch sc.

MÉMOIRES
DE
L'ACADÉMIE ROYALE
DES
SCIENCES
ET
BELLES-LETTRES.

CLASSE DE PHILOSOPHIE SPÉCULATIVE.

* * *

DES ECRITS ET DE LA DOCTRINE D'ANAXAGORE,

PAR M. HEINIUS.

Traduit du Latin.

I.

APrès avoir examiné en détail les circonſtances de la Vie du célébre Philoſophe *Anaxagore* (*a*), nous allons apporter le même ſoin à rendre compte de ſes Ouvrages & de ſes opinions. L'importance & la variété des matieres que nous ſerons appellés à diſcuter, nous paroiſſent propres à rendre ce Mémoire digne de l'attention de ceux, qui ſe plaiſent à l'étude de l'Hiſtoire ancienne de la Philoſophie.

II. Nous commencerons par un paſſage de *Diogene Laërce*, ſur le véritable ſens duquel les Savans ne ſont pas d'accord. Cet Auteur dit

(*a*) Voyez le Mémoire inſéré dans le Tome précédent, p. 313 & ſuiv.

dit, qu'Anaxagore *fut le premier qui mit au jour un Ouvrage de ſa façon* (b). Que veut-il dire par là ? Avant *Anaxagore*, on avoit déjà les Ecrits de divers Poëtes ; on avoit ceux de *Pherecyde*, d'*Anaximandre*, & de quelques autres, pour ne rien dire des Pythagoriciens. *Caſaubon* avoit conjecturé d'après *Plutarque*, qu'il y avoit un mot omis dans le paſſage de *Diogene*, ſçavoir *de la Lune*, & que cet Ecrivain avance ſimplement qu'*Anaxagore* eſt le premier qui ait écrit ſur cet Aſtre. En effet *Plutarque* dit, que ce Philoſophe eſt le premier qui ait expoſé par écrit les raiſons des Phaſes & des Eclipſes de la Lune. Mais ce Critique, après avoir péſé un paſſage de *Clement* d'Alexandrie, aima mieux retenir l'ancienne leçon. Comme on voit dans ce paſſage quelle ſorte de Livre avoit écrit *Anaxagore*, nous l'allons mettre ici tout entier. „Un certain *Alcmeon*, fils de *Perithe*, Crotoniate, écri-„ vit le premier un Ouvrage ſur la Phyſique, ou ſur la Nature (d). „ Mais d'autres prétendent qu'*Anaxagore*, fils d'*Hegeſibule*, Clazo-„ menien, eſt le premier qui ait mis un Ouvrage au jour (e).„ Mais ſur quoi ? Sur la Phyſique ſans doute, comme l'exigent expreſſément les paroles qui précédent. On ne doit pas former une Objection de ce qui eſt dit dans la Vie d'*Anaximandre* par *Diogene*, que ce Philoſophe fit une expoſition abrégée (f) de ſes dogmes, ou ſi l'on aime mieux traduire ainſi, qu'il digéra ſes opinions philoſophiques en courts Chapitres, en Aphorismes. Un ſemblable Abrégé ne doit point être comparé à un Ouvrage, où l'on traite les matieres de Phyſique avec étenduë, & en rapportant les raiſons des phénomenes. Soit donc : diſons qu'*Anaxagore* eſt le premier qui ait compoſé une Phyſique ; & *Diogene*

(b) Πρῶτος Ἀναξαγόρας βιβλίον ἐξέδωκε συγγραφῆς.

(c) Πρῶτος περὶ Σελήνης καταυγασμῶν καὶ σκιᾶς λόγον εἰς γραφὴν κατέθετο.

(d) Πρῶτος Φυσικὸν λόγον συνέταξεν.

(e) διὰ γραφῆς ἐκδοῦναι ἱστοροῦσι.

(f) κεφαλαιώδη ἔκθεσιν.

Diogene donne d'extrêmes louänges à cet Ouvrage, diſant que les graces & le ſublime s'y trouvoient réünis (g). *Athenée* le cite *, en l'appellant *Phyſica* au pluriel, ou *Phyſice* au ſingulier. Euſebe lui donne le titre de *Diſſertation ſur les principes.* „On prétend (h), dit-il, „ qu'*Anaxagore*, le plus diſtingué des Philoſophes Grecs, dans ſa „ *Diſſertation ſur les Principes*, a établi l'Eſprit pour cauſe univer- „ ſelle.„ Nous tirerons de ce Livre dans la ſuite quelques fragmens de la Philoſophie d'*Anaxagore*. *Platon*, ou *Socrate*, l'avoit lû, comme nous l'apprenons par le *Phedon* †. La Phyſique d'*Ariſtote* * fait voir de même qu'il étoit parvenu à ſa connoiſſance.

* L. II. p. 57

† §. 61.

* L. I. c. 5.

III. *Anaxagore* doit auſſi être rangé parmi les Mathématiciens diſtingués, comme nous l'enſeigne *Proclus* ſur *Euclides*. „ Après „ *Pythagore*, dit-il, *Anaxagore* de Clazomene traita pluſieurs ſujets „ de Geométrie (i), & *Oenopidas* de Chio - - & *Theodore* de Cy- „ rene, peu après *Anaxagore*. *Platon*, dans ſes *Rivaux*, parle de „ tous ces Philoſophes, comme de gens qui ſe ſont acquis beaucoup „ de réputation dans les Mathematiques. „ J'ai fait ailleurs l'Hiſtoire d'*Oenopidas* de Chio. (k) *Theodore* de Cyrene enrichit conſidérablement la Géométrie. De là vient que *Socrate*, dans *Xenophon*, † demande à *Euthydeme*; s'il veut devenir auſſi bon Géométre que *Theodore*. *Platon* l'avoit auſſi entendu; car *Apulée* dit, qu'il s'étoit rendu à Cyrene auprès de *Theodore*, pour apprendre la Géométrie. Conſultez auſſi *Diogene Laërce*. * *Plutarque* fait mention des travaux * Philo-

† *Memorab.* L. IV. c. 10.

* L. III. §. 6.

(g) σύγγραμμα ἡδέως καὶ μεγαλοφρόνως ἡρμηνευμένον.

(h) Μόνος ὁ ἓν πρῶτος Ἀναξαγόρας Ἑλλήνων μνημονεύεται, ἐν τοῖς περὶ ἀρχῶν λόγοις, Νοῦν πάντων αἴτιον ἀποφήνασθαι. *Præpar. Evang.* p. 750.

(i) Μετὰ δὲ τοῦτον (Πυθαγόραν) Ἀναξαγόρας ὁ Κλαζομένιος πολλῶν ἐφήψατο κατὰ Γεωμετρίαν, &c. L. II. p. 19.

(k) Voyez Tome III. de ces *Mémoires*, p. 401 & ſuiv.

Geométriques d'*Anaxagore*, dâns ſon livre de l'Exil, où il dit, que ce Philoſophe, étant en priſon, écrivit ſur la Quadrature du Cercle, (*l*) queſtion ſi agitée parmi les Mathématiciens. *Gaſſendi*, dans ſa Morale, en parlant du courage que le Sage conſerve dans les adverſités, parle avec admiration d'*Anaxagore*, qui écrivit dans ſa priſon ſur un ſujet tel que la Quadrature du Cercle, qui demande les méditations les plus profondes & l'eſprit le plus libre. (*m*) On ne ſçait au reſte ce que contenoit cet Ecrit. Mr. *Fabricius* † en tire ſeulement à bon droit la conſéquence, que *Diogene Laërce* ſe trompe, lorſqu'il met *Anaxagore* au nombre des Auteurs qui n'ont fait qu'un ſeul Ouvrage. *

† *Bibliath. Græc.* Tom. I. p. 814.

* *Prolem.* §. 16.

IV. Mais cet homme ſi verſé dans la Littérature a-t-il été lui-même exemt d'erreur, lorſqu'il ajoute au même endroit, que c'eſt à cet Ouvrage de la Quadrature du Cercle, que *Vitruve* fait alluſion en loüant *Anaxagore* dans la Préface de ſon VII. Livre. En liſant attentivement le paſſage de *Vitruve*, tel que nous le rapportons au bas de la page, (*n*) on n'y trouve rien qui ſe rapporte à la Quadrature; mais il ne faut pas beaucoup de pénétration, pour voir que *Vitruve* y parle de cette partie de l'Optique, à laquelle on donne communément le nom de *Perſpective*. Quelques Auteurs à la vérité, & ſurtout Mr. *Perrault*

(*l*) Ἀναξαγόρας μὲν ἐν τῷ δεσμωτηρίῳ τὸν τῆ κύκλῳ τετραγωνισμὸν ἔγραψε. p. 607.

(*m*) *Annon celebre eſt, Anaxagoram carcere detentum egregium conſcripſiſſe Librum de Quadratura Circuli; quæ quidem ſpeculatio, ut ſubtiliſſima eſt, ita profecto animum expeditiſſimum poſcit?*

(*n*) *Namque primum Agatharchus, Æſchylo docente, Tragœdiam ſcenam facit, & de ea Commentarium reliquit. Ex eo moniti Democritus & Anaxagoras de eadem reſcripſerunt, quemadmodum oporteat ad aciem oculorum*, radiorumque extenſionem, certo loco centro conſtituto, ad lineas ratione naturali reſpondere; *uti de incertæ re certæ imagines ædificiorum in ſcenarum picturis redderent ſpeciem*; & quæ in directis planisque frontibus ſunt figuratæ, alia abſcedentia, alia prominentia eſſe videantur.

Perrault, ont prétendu que les Anciens n'avoient aucune connoiſſance de la Perſpective; mais le contraire a été ſolidement prouvé par Mr. l'Abbé *Sallier*; (o) & la ſeule inſpection du paſſage de *Vitruve* ſuffit pour lever tous les doutes à cet égard.

V. Paſſons à un autre endroit de *Diogene Laërce*, où ce qu'il dit d'*Anaxagore* mérite un moment d'examen: voici ſes propres termes. „ Il paroit qu'*Anaxagore*, (ſuivant le témoignage de *Phavorin* „ dans ſon Hiſtoire univerſelle,) eſt le premier qui ait dit, que le Poëme d'*Homere* a pour objet la Vérité & la Juſtice; & *Metrodore* de „ Lampſaque, ſon Ami, a beaucoup contribué à établir cette opinion. „ Il eſt auſſi conſtant que celui-ci s'appliquoit à l'étude des Poëſies d'*Homere*, rélativement aux traits d'Hiſtoire Naturelle qu'elles contiennent. (p) *Phavorin*, qui ſe rendit célébre ſous *Adrien*, avoit fait pluſieurs Ouvrages Philoſophiques & Hiſtoriques, & entr'autres un Recueil d'Hiſtoire Univerſelle, ſur lequel on peut recourir à *Voſſius*, dans ſon Traité des Hiſtoriens Grecs, & à Mr. de *Tillemont*, dans la Vie de l'Empereur *Adrien*. *Metrodore*, ami d'*Anaxagore*, ne doit pas être confondu avec *Metrodore* l'Epicurien, quoique celui-ci fut pareillement ſurnommé de *Lampſaque*, comme *Strabon* nous l'apprend. † Ainſi, *Anaxagore*, ſi l'on en croit *Phavorin*, rapportoit la Mythologie d'Homère à la *Vérité* & à la *Juſtice*, c'eſt à dire, à la Morale; & il ſuivoit en cela principalement les directions de ſon Ami *Metrodore*. *Tatien*, dont le nom eſt illuſtre parmi les Pères de l'Egliſe, répandra du jour là-deſſus. „ Aſſurément, dit-il, * ce *Metrodore* de Lampſaque, eſt tout à fait ridicule dans ſon Livre ſur „ *Homere*, où il convertit tout en allégories. Il ne veut point que „ Junon, Minerve, ou Jupiter, ſoient ce que s'imaginent ordinairement ceux qui leur ont aſſigné des lieux, & bâti des Temples; mais „ il prétend que ce ſont certaines choſes dans la Nature, certaines combinai-

† *Geog.* p. 584.

* *Orat. ad Græcos*, cap. 37.

(o) Dans les *Mémoires de l'Acad. Royale des Inſcriptions*, Tom. XI. p. 152.

(p) *περὶ τὴν Φυσικὴν πραγματείαν.*

„ binaiſons des élémens. Il va plus loin encore, & porte le même „ jugement d'Hector, d'Achille, d'Agamemnon, d'Helene, de Paris, „ & de tous les perſonnages, tant Grecs que Barbares, qui ſe trou- „ vent dans ce Poëme. „ Mais Anaxagore & ſon Ami n'étoient pas les ſeuls de ce ſentiment ; car *Empedocle*, & *Heraclide* de Pont, que Mr. *Gesner* a traduit en Latin, rapportoient tout le Poëme d'*Homere* à des notions de phyſique ; & le Commentaire de *Proclus*, dont le même Savant nous a donné une Traduction, explique les Fables de ce Poëte par des Allégories Phyſiques, Theologiques, ou Morales. *Gesner* a auſſi donné un petit Livre d'un Auteur incertain, traduit du Grec, où les Voyages d'Ulyſſe ſont conſidérés comme une ſource de préceptes de Morale deſtinés à former l'homme. On peut trouver de plus grands détails là-deſſus dans la ſavante *Apotheoſe* d'*Homere*, par Mr. *Cuper*.

VI. L'Antiquité a donné à *Anaxagore* un ſurmon qui rend ſa Mémoire illuſtre : c'eſt celui de Νοῦς, ou d'*Eſprit*. *Diogene* (q) & *Strabon* (r) en ſont garans. Il avoit écrit l'Ouvrage dont nous avons parlé §. II. & il le commençoit par ces mots : *Tout étoit confondu ; enſuite vint l'ESPRIT, qui mit les choſes en ordre.* (s) Comme ce mot ſe trouvoit répété fort ſouvent dans ſa Philoſophie, le ſurnom lui en demeura. *Plutarque* rapporte la choſe encore plus au long dans ſa vie de *Pericles*. „ *Anaxagore* de Clazomene, dit-il, le Maître de „ *Pericles*, fut ſurnommé par ſes contemporains *l'Eſprit*, (t) ſoit à „ cauſe de la haute idée qu'ils ſe faiſoient de ſa pénétration admirable „ dans l'étude de la Nature, ſoit parce qu'il fut le premier qui ne fit „ pas dépendre l'Univers de la Fortune, ou du Hazard, comme d'un „ Prin-

(q) Νοῦς ἐπεκλήθη. *Schmidii* Anaxag. §. XIII.

(r) Νοῦς ἐπεκαλεῖτο.

(s) Πάντα χρήματα ἦν ὁμοῦ, εἶτα ΝΟΥΣ ἐλθὼν αὐτὰ διεκόσμησε.

(t) ὑπὸ τότ' ἀνθρώποι ΝΟΥΝ προσηγόρευον.

„ Principe qui eut réglé tout ce qui s'y paſſe, (*) mais qu'il établit un „ *ESPRIT* pur, répandu partout, & mêlé à tous les êtres, qui ſépa- „ roit & digéroit les reſſemblances des parties, ou *homoeomeries*. „ C'eſt ici qu'il faut rapporter les *Silles* de *Timon*, que *Diogene* nous a conſervés. Ce *Timon*, célébre entre les Philoſophes Pyrrhoniens, & cher à *Ptolemée Philadelphe*, eſt cité par *Aulu-Gelle*, comme un Ecrivain plein de fiel, qui avoit écrit un Livre des plus mordans, ſous le titre de *Silles*, où il traitoit fort mal les Philoſophes. Les *Silles* ſont un genre de vers piquans, dans le goût de ce que les Romais ont nommé *Satire*. On peut conſulter l'Ouvrage, que *Caſaubon* a écrit ſur la Satire Romaine. Voici les *Silles* que *Timon* avoit faits contre *Anaxagore*:

Καί που Ἀναξαγόρην φασ' ἔμμεναι ἄλκιμον ἥρω,
Νοῦν, ὅτι δὴ νόος αὐτῷ, ὃς ἐξαπίνης ἐπαγείρας
Πάντα συνεσφήκωσεν ὁμῦ τεταραγμένα πρόσθεν.

Les vers Latins qu'on donne ordinairement pour la traduction de ceux-ci, en rendent mal le ſens, que *Perizonius* a mieux ſaiſi, de la maniere ſuivante: „ Et où diſent-ils qu'eſt *Anaxagore*, cet illuſtre Héros, „ ſurnommé l'*ESPRIT*, parce qu'un Eſprit exiſtoit dans celui qui „ raſſemblant toutes les choſes qui étoient auparavant dans un état de „ deſordre & de confuſion, les a réünies & réduites en ſyſtème. „ (*)

VII. Nous avons dit tout ce qui eſt connu des Ouvrages d'*Anaxagore*; il faut paſſer préſentement à ſes dogmes. Et, avant que d'entrer dans leur diſcuſſion, il y a quelques remarques préliminaires à faire. D'abord, on ne doit pas s'attendre que nous puiſſions donner un

(*u*) ἀρχὴν διανοσμήσεος.

(*x*) *Et ubi Anaxagoram eſſe ajunt, ſtrenuum Heroem, MENTEM dictum, quia Mens ipſi fuit, ille qui repente conjungens omnia compegit in certa rerum Syſtemata, cum antea fuiſſent confuſa, Chaos quoddam indigeſtaque moles.* Perizonius ad Ælianum V. H. Lib. VIII. c. 19.

un Syſtème de la Philoſophie *Anaxagoréenne*. Ses Ouvrages étant perdus, il ne nous reſte que des fragmens découſus, & de ſimples débris, qui ne ſuffiſent pas pour conſtruire un édifice complet & régulier. Il s'y trouve néceſſairement des vuides & des choſes incohérentes, que le tems nous met hors d'état de remplir & de lier. Mais c'eſt un ſort commun à presque tous les autres Philoſophes de l'Antiquité; leurs opinions ſont comme envelopées dans la plus grande obſcurité. Enſuite, ſachant bien que de très habiles gens ont déjà travaillé ſur la doctrine d'*Anaxagore*, nous ne voulons entrer avec eux dans des Controverſes, qui nous meneroient fort au delà des bornes d'un Mémoire Académique. Nous aurions à diſputer avec *Platon* & *Ariſtote*, avec *Aquilien*, *Gaſſendi*, & *Bayle*; & nous rencontrerions encore une foule d'Anciens & de Modernes, qui ont critiqué, ou entierement condamné les opinions d'*Anaxagore*. Nous ne voulons pas de notre côté les adopter & les défendre toutes, par prévention & avec partialité. La tâche que nous nous propoſons, c'eſt de tirer des anciens Monumens tout ce qui reſte des Dogmes de ce Philoſophe, & d'en mettre le véritable ſens dans un auſſi grand jour, qu'il nous ſera poſſible. Au reſte, comme après les Mathématiques c'étoit ſurtout la ſcience de la Nature qu'on enſeignoit dans l'Ecole Jonique, *Anaxagore* a auſſi été très verſé dans cette étude, & en a reçu par excellence le ſurnom de *Phyſicien*, exprimé même, ſuivant *Sextus Empiricus*, au ſuperlatif. (*y*) C'eſt donc à cette Science qu'il faut rapporter les opinions qui vont faire le ſujet du reſte de ce Mémoire, auſſi bien que les connoiſſances Aſtronomiques du même Philoſophe, que nous pourrons conſidérer ſéparément dans une autre occaſion.

VIII. Nous avons déjà rapporté les termes par lesquels *Anaxagore* commençoit ſon Traité de Phyſique, cité par *Diogene*. *Tout étoit confondu*, diſoit-il, *enſuite vint l'ESPRIT, qui mit les choſes en ordre*. C'eſt ici plutôt une Théologie Phyſique, qu'une ſimple Phyſique;

(*y*) Φυσικώτατος. *Adv. Mathem.* L. VII. §. 90. Not. L.

ſique; & *Anaxagore* a la prérogative d'être le premier Philoſophe Payen, qui ait fait intervenir en termes exprés un *Eſprit*, ou une *Divinité*, pour la production du Monde. *Il eſt le premier*, dit *Diogene*, *qui ait ajouté l'Eſprit à la Matiere.* (z) *Ciceron* exprime la même choſe en ces termes. „ *Anaxagore*, éleve d'*Anaximene*, fut „ l'auteur de cette opinion, que le ſyſtême & l'arrangement de l'Uni- „ vers ſe doivent à la puiſſance & à la ſageſſe d'un Eſprit infini. „ (a) *Plutarque* y joint ſon témoignage. „ *Anaxagore*, dit-il, † donna à „ la matiere du monde le nom d'*Homoeomerie*; & il crut qu'un Eſprit „ eſt la cauſe efficiente qui a tout diſpoſé. Car il commence ainſi; „ *Tout étoit confondu; mais l'Eſprit débrouilla* (b) *& arrangea tout.* „ Et plus bas; „ *Anaxagore* mérite d'être approuvé (c) pour avoir „ joint à la Matiere un Ouvrier. (d) „ Dans le même endroit *Plutarque* en prend occaſion de rejetter la doctrine d'*Anaximene*, Maître d'*Anaxagore*, qui n'admettoit qu'un Principe. „ *Anaximene* eſt dans „ l'erreur, dit-il; . . . car il eſt impoſſible de regarder la Matiere „ comme l'unique principe des choſes, d'où tout procede, mais il faut „ ſuppoſer auſſi une cauſe efficiente. Tout comme pour faire une „ Coupe, l'argent ne ſuffit pas, s'il n'exiſte auſſi une cauſe efficiente, „ c'eſt à dire, l'*Orfévre*; il en eſt de même de l'airain, du bois, & de „ toute autre matiere. „ L'Auteur des *Philoſophumena* tient le même langage: „ *Anaxagore*, dit-il, poſa pour Principes de l'Univers „ l'*Eſprit* & la *Matiere*; l'Eſprit comme agent, & la Matiere comme „ ſujet paſſif. (e) „ Au reſte l'*Eſprit* qu'enſeignoit *Anaxagore*, ne

† *De plac. Philoſ.* L. I. c. 3.

 diffe-

(z) Πρῶτος τῇ ὕλῃ Νοῦν ἐπέςησεν.

(a) *De Nat. Deor.* I. II. de la Traduction de M. l'Abbé d'*Olivet*. Voici le Texte. *Anaxagoras qui accepit ab Anaximene diſciplinam primus omnium rerum deſcriptionem & modum Mentis infinitæ vi ac ratione deſignari & confici voluit.* Voyez auſſi *Schmid. Anax. Phyſiol.* §. IV.

(b) διῆρε. (c) ἀποδεκτέον. (d) τεχνίτην.

(e) τὸν μὲν Νοῦν ποιοῦντα, τὴν δὲ ὕλην γινομένην. *Philoſ.* c. VIII.

differoit point de la Divinité. Auſſi liſons nous dans *Plutarque* : „ *Anaxagore* dit qu'au commencement les corps étoient ſans mouve- „ ment, mais que l'*Eſprit de Dieu* les mit en ordre. „ *Themiſtius* a rendu la même idée en ces termes : „ Il employa le premier l'Eſprit „ & la Divinité dans la fabrique du monde; (*f*) & il ne dériva pas „ tout de la Nature des Corps. „ Cela s'accorde avec ce que dit * *Sextus Empiricus* : * „ *Anaxagore* fait un principe actif de l'Eſprit, „ qui ſuivant ſa penſée eſt *DIEU*. „ *Hermias*, Auteur aſſez connu par l'Ouvrage où il tourne en ridicule les Gentils, expoſe avec netteté le ſentiment d'*Anaxagore* dans le paſſage qu'on va lire. „ *Anaxagore* „ m'enſeigne, que l'Eſprit eſt le principe de toutes choſes, la cauſe & „ le maître de tout, qui fait régner l'ordre où ſe trouvoit la confuſion, „ qui donne le mouvement aux choſes inanimées, & qui embellit cel- „ les qui étoient ſans ornement. (*g*) J'aime *Anaxagore* lorſqu'il „ parle ainſi, & j'entre tout à fait dans ſes idées. „ (*h*) Si nous voulons ſavoir ce qu'il faut entendre par l'*Eſprit*, *Ariſtote* nous l'appren- † *Metaph.* L. I. c. 7. dra dans les paroles ſuivantes. † „ *Anaxagore* dit que tout eſt d'une „ nature mixte, excepté l'Eſprit, (*i*) qui ſeul eſt exempt de mêlange „ & pur. (*k*) C'eſt ce qui fait, ajoute *Ariſtote*, qu'il appelle Princi- „ pes, & cette Unité, ſimple & ſans mêlange, & cet autre Etre, (la „ Matiere,) que nous conſidérons comme indéterminé, avant qu'il „ ait reçu les déterminations qui le rapportent à quelque eſpece. „ *Ariſtote* entre enſuite dans une Controverſe avec *Anaxagore*, à laquelle nous ne nous arrêterons pas, parce qu'elle eſt étrangere à notre but. Il vaut mieux écouter l'excellente deſcription que *Simplicius* fait de cet *Eſprit*. „ Il n'y a, dit-il, abſolument aucun mêlange dans cet

* L. IX. §. 6.

(*f*) τῇ κοσμοποιΐᾳ. *Them. Orat.* XV.

(*g*) κόσμον τοῖς ἀκόσμοις.

(*h*) *Hermias*, dans ſon Livre *de irriſione Gentilium*, §. VI. Joignez-y *Euſebe Prep. Evang.* p. 504.

(*i*) πλὴν τοῦ Νοῦ. (*k*) ἀμιγῆ καὶ καθαρόν.

„ cet *Eſprit*: il exiſte ſeul, par ſoi-même, & ſéparément. Car ſi „ l'Eſprit n'étoit pas diſtinct par lui-même de la Matiere, mais qu'il „ fut aſſujetti à quelque compoſition, il participeroit à toutes choſes, „ parce que dans chaque individu il entre quelque choſe de tous les „ êtres: Or, ſi ces choſes étoient ajoutées à l'Eſprit, elles lui feroient „ en obſtacle, & l'empêcheroient de rien obtenir, ou acquérir par lui-„ même. *L'Eſprit eſt de toutes les choſes la plus ſubtile & la plus „ pure; il a la Science univerſelle, jointe au pouvoir ſuprême.* (*l*)

IX. Après avoir poſé un Dieu, Auteur & Directeur de toutes choſes, il faut ſe ſervir de cette notion pour expliquer, comment les choſes ſont, & pourquoi elles ſont ainſi, plutôt qu'autrement. Il ne ſuffit pas de recourir ici à une volonté arbitraire de Dieu. Cet Etre ſuprême poſſédant la Raiſon au plus haut degré, on doit reconnoître qu'il ne veut jamais rien ſans y être déterminé par la raiſon du *meilleur*. C'eſt ce meilleur qui eſt la Raiſon univerſelle de toutes les choſes qui ſont, ou qui arrivent; ce qui eſt, eſt toujours meilleur que ce qui n'eſt pas, & ce qui arrive vaut mieux que ce qui n'arrive pas. La ſeule raiſon du meilleur peut être prépondérante dans l'Entendement de Dieu; & par conſéquent c'eſt elle qui a déterminé ſa Volonté à produire le Monde, & à le produire tel qu'il eſt, & non autrement. La pénétration de *Socrate* ne lui avoit pas permis de méconnoître cette Vérité. C'eſt pourquoi lorſque l'Ouvrage d'Anaxagore parut, & que *Socrate*, après y avoir jetté les yeux, ſe fut apperçu qu'il n'avoit point eu égard à la raiſon du meilleur, il commença à faire moins de cas de ſa Philoſophie. Le paſſage mérite d'être rapporté; il ſe trouve dans le *Phedon* de *Platon*. (*m*) *Socrate* y parle en ces termes. „ A-

„ yant

(*l*) Εχὶ γὰρ λεπτότατόντε πάντων χρημάτων καὶ καθαρώτατον, καὶ γνωμην γε περὶ παντὸς πᾶσαν ἰσχει, καὶ ἰσχύει μέγιστον. *Simplic.* in *Ariſt. Phyſ.* Lib. I. apud *Cudworth.* p. 459.

(*m*) Ch. 63. Ajoutez-y *Euſebe*, *Prepar. Evang.* p. 750. & ſuiv.

„ yant un jour entendu quelcun qui liſoit dans le Livre d'*Anaxagore*, le
„ paſſage où il affirme, que *c'eſt l'Eſprit qui a tout arrangé, & qui*
„ *eſt la cauſe de toutes choſes*, (*n*) cette idée me plût infiniment, & il
„ me paroiſſoit que tout alloit bien, en admettant l'Eſprit, ou la Rai-
„ ſon pour cauſe des choſes; cela menoit ſelon moi à conclurre, que
„ ſi l'Eſprit arrangeoit le tout, il dirigeoit de même chaque choſe en
„ particulier, de façon qu'il n'y en eut aucune qui ne fut *le mieux*
„ qu'il étoit poſſible. Ainſi, pour découvrir la cauſe qui fait que les
„ choſes naiſſent, périſſent, ou en général exiſtent, je ne voyois pas
„ qu'il falut trouver autre choſe, ſinon quelle eſt la meilleure raiſon
„ de leur exiſtence, ou des actions & paſſions quelconques dont elles
„ ſont ſuſceptibles. D'où réſultoit encore que l'homme n'a d'autre
„ objet à conſidérer, tant par rapport à ſoi-même qu'à l'égard des
„ autres, ſinon ce qui eſt *le plus excellent*, ou *le meilleur*; & que ce-
„ lui qui eſt parvenu à cette connoiſſance, ne ſçauroit non
„ plus ignorer ce qui eſt le pire; puiſque ces deux Sciences revien-
„ nent à la même. En faiſant toutes ces réfléxions, je me réjouïſſois,
„ croyant avoir trouvé un Maître qui m'expliqueroit les raiſons des
„ choſes d'une maniere conforme à mes deſirs. Je m'attendois, par
„ exemple, qu'*Anaxagore* examineroit d'abord, ſi la terre eſt plat-
„ te ou ronde; qu'enſuite il donneroit la raiſon de ſa figure, &
„ en prouveroit la néceſſite, par la raiſon du meilleur, & en
„ faiſant voir qu'il convenoit mieux qu'elle fut telle qu'elle eſt; &,
„ ſi elle eſt placée au centre de l'Univers, qu'il feroit voir pourquoi
„ il convenoit mieux qu'elle occupât cette place. Après avoir été in-
„ ſtruit de ces choſes, je me préparois à n'admettre plus que des cau-
„ ſes de la même eſpece. Je l'aurois interrogé ſur le Soleil, la Lune,
„ & les autres Aſtres, ſur leur cours, leurs révolutions, & leurs au-
„ tres affections, & je comptois d'en recevoir des réponſes toujours
„ propres à couvaincre, que chacune de ces choſes, tant dans ſes
„ actions que dans ſes paſſions, eſt le mieux qu'elle peut être. Car
„ je

(*n*) ὡς ἄρα Νοῦς ἐστιν ὁ διακοσμῶν καὶ πάντων αἴτιος.

„ je ne me ſerois jamais imaginé, qu'après avoir poſé pour principe, „ que l'ordre & l'arrangement des choſes vient de l'Eſprit, il auroit „ aſſigné d'autre cauſe de tout ce qui eſt, ſinon qu'il eſt meilleur que „ chaque choſe ſoit, & ſoit ainſi, que ſi elle n'étoit pas, ou étoit „ autrement . . . . Je n'aurois pas donné mes eſpérances pour „ beaucoup, & n'ayant point eu de repos que je ne me fuſſe procuré „ cet Ouvrage, je me mis à le lire avec tout l'empreſſement imaginable, „ brûlant d'impatience de ſçavoir en quoi conſiſtoit le meilleur, & „ ce qui faiſoit le pire. Mais je fus bientôt fruſtré de cette merveil- „ leuſe attente. Car en continuant ma lecture, je trouvai un homme „ qui ne faiſoit pas le moindre uſage de ſon Principe de l'Eſprit, & „ qui n'alléguoit aucune cauſe propre à expliquer l'état des choſes, „ mais qui recouroit à des natures aëriennes, éthériennes, à des „ eaux, & à d'autres cauſes ſemblables, & tout auſſi extraordinaires. „ On peut lire le reſte dans *Platon* même; la ſuite fournit encore quelques idées qui répandent du jour ſur la matiere, mais qui ne regardent pas de ſi près notre ſujet. Nous découvrons par là pourquoi *Ariſtote* a auſſi repris *Anaxagore*, en diſant *qu'il s'étoit ſervi de l'Eſprit, comme d'une Machine, pour la production du Monde;* (o) car, ajoute-t-il, tout l'uſage qu'il en fait, c'eſt de l'appeller à ſon ſecours, de le *tirer à ſoi*, (p) lorſqu'il eſt en ſuſpens ſur la cauſe pour laquelle quelque choſe arrive néceſſairement. Dans tout le reſte, il met l'*Eſprit* entierement à l'écart, &. employe plutôt toute autre cauſe que celle-là. *Cudworth*, qui étoit d'ailleurs un Savant profond, ne porte pas un jugement aſſez équitable d'*Anaxagore*, & de quelques Philoſophes modernes, dans l'endroit de ſon excellent *Syſtême intellectuel*, * où il rapporte le paſſage du *Phedon* qu'on vient de lire. Car, après avoir dit qu'*Anaxagore* étoit continuellement occupé à courir après les cauſes phyſiques, & qu'il lui arrivoit très rarement d'employer la ſageſſe & la volonté de Dieu dans l'explication des phénomenes de la Nature, le

* *Edit. Moshem.* p. 461.

(o) μηχανῇ χρῆται τῷ Νῷ πρὸς κοσμοποίαν.

(p) τότε ἕλκει αὐτὸν.

le ſavant Anglois ajoute; „ Je me ſuis plus étendu dans l'expoſition de „ la doctrine & des principes de ce Philoſophe, que dans celle des „ autres opinions, principalement parce que de tous les Anciens, c'eſt „ celui dont le génie reſſemble le plus à celui de quelques Philoſophes „ de notre Siecle. Car nous en avons auſſi aujourd'hui, qui font ſemblant de conſerver la Divinité, mais qui n'ont rien plus à coeur que „ de bannir toute idée de raiſon, de deſſein, & de plan, de la fabrique de l'Univers, en rapportant l'origine de toutes choſes aux Loix „ éternelles de la néceſſité & du mouvement, & en ſubſtituant à la „ ſageſſe divine, des tourbillons, des globules, des particules ſtriées, „ & d'autres choſes ſemblables. Quoique ces Philoſophes ſe diſent „ diſciples de Jeſus Chriſt, je ne fais pas difficulté de les mettre au „ deſſous d'*Anaxagore*, qu'*Ariſtote* & *Platon* ont transmis à la poſtérité noté d'infamie. „ C'eſt aux Cartéſiens que *Cudworth* en veut, comme Mr. *Mosheim* l'a déjà remarqué, ou plutôt comme on le voit dans ſes propres paroles. Nous ne prendrons point ici la défenſe du Cartéſianisme. Mais il faut rendre à la mémoire de *Cudworth* cette juſtice, qu'il joignoit à ſes hautes lumieres une véritable piété. L'enthouſiasme de ſon ſyſtème l'à jetté dans quelques écarts. Mais d'ailleurs, bien loin que l'examen de la Nature, de ſes Loix, & de ſes forces, ſoit préjudiciable à la ſageſſe Divine, rien n'eſt au contraire plus propre à en développer l'immenſité & la profondeur. Un Etre ne peut paroitre ſage qu'aux yeux d'un autre Etre doüé de quelque ſageſſe; de même l'Art merveilleux que Dieu déploye dans les Ouvrages de la Nature, ne peut être apperçu que par ceux qui ont quelques notions de l'art & du méchaniſme en général. Mais, ſans pouſſer plus loin ces réflexions, ce que nous avons rapporté juſqu'ici, fait aſſez connoître qu'*Anaxagore* reconnoiſſoit Dieu pour l'Auteur du Monde, (q) & le Monde à ſon tour pour un véritable Ouvrage de Dieu; (r) ce qui ſuffit

(q) Voyez les *Mémoires de l'Académie Royale des Inſcriptions*, Tom. XIV. p. 21.

(r) ποίημα τῦ Θεῦ.

ſuffit pour le tirer de la Claſſe des Athées. D'autres Savans diſtingués ont déjà pris ſoin de le laver de cette imputation; & nous n'avons rien à ajouter à ce qu'ils ont dit. Nous renvoyons ceux qui en ſouhaitent davantage à l'*Hiſtoire de l'Atheïsme* par Mr. *Reimman.* †

† Cap. XIX. pag. 146

X. Attachons-nous préſentement à conſidérer cette fameuſe *Homeomerie* d'*Anaxagore*, dont on a tant parlé, & que la plûpart des Savans ont mis au rang des abſurdités. En mettant à l'écart tout ce qui eſt étranger à nos vuës, nous expliquerons d'abord, ce qu'*Anaxagore* a entendu par l'*Homëomerie*; & nous rechercherons enſuite ſur quels fondemens ſa doctrine pouvoit être appuyée. Le mot d'*Homéomerie* eſt Grec, Ομοιομέρεια, & ſignifie la diviſion de la *matiere en parties ſimilaires*. *Lucrece*, cet ardent & ingénieux défenſeur d'*Epicure*, dont le Poëme eſt antérieur aux Ecrits de *Ciceron*, eſt le premier qui nous donnera une idée de l'*Homéomerie*, qu'il chante dans les Vers ſuivans: *

* Lib. I. v. 830.

Nunc & Anaxagoræ ſcrutemur Homoeomerian,
Quam Græci memorant, nec noſtra dicere lingua
Concedit nobis patrii ſermonis egeſtas.
Sed tamen ipſam rem facile eſt exponere verbis,
Principium rerum, quam dixit Homoeomerian.
Oſſa videlicet e pauxillis atque minutis
Oſſibus; ſic & de pauxillis atque minutis
Viſceribus viſcus gigni, ſanguenque creari,
Sanguinis inter ſe multis coeuntibus guttis,
Ex auricque putat micis conſiſtere poſſe
Aurum, & de terris terram concreſcere parvis,
Ignibus ex ignem, humorem ex humoribus eſſe.
Cætera conſimili fingit ratione, putatque.
Nec tamen eſſe ulla parte idem in rebus inane,
Concedit, neque corporibus finem eſſe ſecandis.

Ecoutons à préſent l'Ami de *Lucrece*, *Ciceron*, qui s'exprime en ces termes. „*Anaxagore* diſoit, que la matiere d'où toutes les choſes tirent „ leur origine eſt infinie, ajoutant que ſes plus petites parties ſont „ ſemblables entr'elles, qu'elles étoient d'abord dans un état de con- „ fuſion, mais qu'en ſuite elles furent miſes en ordre par l'*Eſprit* „ *Divin.* (*s*) „ N'oublions pas ce paſſage de *Plutarque*.* „ *Ana-* „ *xagore* poſa pour principes des choſes les *Homéomeries*. ou parties „ ſemblables. En effet il ne lui paroiſſoit pas qu'on pût expliquer, „ comment quelque choſe peut ſe faire de ce qui n'eſt pas, ou ſe dé- „ truire en ce qui n'eſt pas. Nous prenons, par exemple, conti- „ nuoit-il, une nourriture ſimple & uniforme, nous mangeons du „ pain de froment, nous bûvons de l'eau; & ces alimens ſervent à „ nourrir également les cheveux, les veines, les artères, les nerfs, „ les os, & les autres parties du corps; ce qui ne ſçauroit arriver, ſi „ l'on n'avouë que toutes ces choſes ſe trouvent dans celles dont nous „ nous nourriſſons, & que c'eſt de là que procéde l'accroiſſement des „ parties de notre corps. Les alimens que nous avons indiqué, ren- „ ferment par conſéquent les parties procréatrices du ſang, (*t*) des „ nerfs, des os, & des autres choſes dont notre corps eſt compoſé, „ leſquelles ſont connuës de l'Eſprit ſeul, (*u*) ou ne peuvent être „ découvertes que par le Raiſonnement. En effet on ne doit pas tout „ rapporter au jugement des ſens, & s'imaginer que ce ſoient le pain „ & l'eau qui forment ces choſes; mais il faut plutôt convenir qu'il „ y dans ces alimens des parties que l'Eſprit ſeul peut appercevoir & „ prendre. De cette idée donc, qu'il y a dans les alimens des parties „ ſemblables à celles qui s'engendrent dans le corps, il tira le nom „ d'*Homo-*

* *Placit.* I. c. 3.

(*s*) *Anaxagoras materiam infinitam dixit eſſe, ex qua omnia gignerentur: ſed ea particulas ſimiles inter ſe minutas; eas primum confuſas, poſtea in ordinem adductas* Mente divina. L. IV. Acad. c. 37.

(*t*) μόρια ἄιματος γεννητικὰ.

(*u*) ἃ ἦν λόγῳ θεώρητα μόρια.

„ d'*Homoeomeries*, qu'il donna aux principes des choſes. Il fit de ces „ *Homoeomeries*, la Matiere, & de l'Eſprit qui a tout arrangé, la „ *Cauſe efficiente.* (x) „ Recourons auſſi au témoignage de *Diogene*. „ Il (*Anaxagore*) dit, que les principes des choſes étoient des *choſes* „ *ſemblables* Et que, comme l'or étoit compoſé de très petites par- „ celles d'or, de même ce Tout réſultoit de l'aſſemblage de petits „ corps dont les parties étoient ſemblables; & que l'Eſprit étoit le „ principe du mouvement. „ (y) Les paſſages que nous venons d'alléguer font aſſez voir en quoi conſiſtoit l'*Homoeomerie* d'*Anaxagore*, & nous diſpenſent d'en rapporter d'avantage. Cette doctrine a non ſeulement été autrefois vivement attaquée par *Ariſtote* & par *Lucrece*; mais dans ces derniers tems elle l'a été, après pluſieurs autres, par *Bayle*, qui a employé la force peu commune de ſon eſprit, & tout l'art de faire des objections dans lequel il excelloit, pour détruire le fondement de l'*Homoeomerie*. Nous ſommes ſurpris que *Lucrece* ne ſe ſoit pas accommodé de cette doctrine, puisque ſon Maître *Epicure* admettoit une vraye *Homoeomerie* dans ſes Atomes, & n'avoit point d'autre caractère pour les diſtinguer, comme *Plutarque* le déclare expreſſément. * *Epicure*, dit-il, poſe quatre Natures in- „ corruptibles, les Atomes, le vuide, l'infini, & *les reſſemblances*, „ qu'il apelle auſſi *Homoeomeries*, & élémens. „ (z) Si nous en croyons le même Auteur, † *Empedocle* n'a pas eu le même éloignement pour ce dogme. A l'égard d'*Ariſtote*, & de *Bayle*, nous nous écarterions trop de notre but, ſi nous voulions diſcuter leurs Objections contre l'*Homoeomerie*, & les ſoumettre à un examen détaillé. Nous aimons mieux tourner cet examen ſur l'*Homeomerie* même, & tâcher de nous en former une juſte idée, pour voir en quoi elle conſiſ-

* *Placit.* I. 7.

† *Ibid.* I. 13.

(x) ὕλην . . . . Νῦν, τὸ ποιοῦν αἴτιον.

(y) καὶ Νῦν ἀρχὴν κινήσεως. Voyez auſſi *Sextus Empiricus*, *Hypot. Pyrrh.* L. III. c. 3. Not. U. & *adv. Math.* L. X. c. 7.

(z) αὗται δὲ λέγονται ὁμοιομέρεια καὶ στοιχεῖα.

toit proprement, & ſi l'on peut y trouver quelque réalité, qui engage à l'admettre dans l'Univers. C'eſt ce que nous allons faire fort ſuccintement.

XI. Que l'exiſtence de l'*Homëomerie* ſoit poſſible, c'eſt ce qu'il eſt facile de prouver. Soit donnée une ligne infinie, ou d'une grandeur quelconque, qu'on la coupe dans des points innombrables, ou en parties inégales, ou de façon que pluſieurs parties ſoient égales les unes aux autres. Si elles different toutes en longueur, il n'y aura point d'*Homoeomerie*; & de lignes inégales on ne pourra jamais conſtruire des figures égales. Mais, ſi pluſieurs de ces lignes ſe trouvent être de la même grandeur, il eſt manifeſte qu'il peut en réſulter des figures égales & inégales, ou ſemblables & diſſemblables, des triangles équilatéraux, iſoſceles, ſcalenes, des quarrés, des rhomboïdes, des trapezes, &c. qui forment autant de claſſes différentes rélativement à leur reſſemblance. La même choſe arrivera ſi vous ſuppoſez un plan infini, ou une matiere d'une étenduë immenſe; car, en la diviſant en parties égales & ſemblables, il en naîtra des corps auſſi ſemblables. Or qui eſt-ce à préſent qui pourroit nier, que le Monde ſoit compoſé par voye d'*Homoeomerie*, puisque toutes les choſes que nous y obſervons, les plus grandes, les moindres, & les plus petites, ſe diviſent en differentes claſſes d'individus, qui forment les eſpeces & les genres. C'eſt ainſi que les Aſtres, les Planetes, les grands Corps du Ciel, ſont rangés ſous des notions communes. Et ce Globe de terre & d'eau que nous habitons, fournit des exemples d'*Homoeomeries* innombrables. On ne ſçauroit en effet appeller autrement toutes ces eſpeces d'animaux, de chevaux, de chiens, de lions, d'oiſeaux, de poiſſons, d'inſectes; il en eſt de même des arbres & des plantes: cela s'étend aux métaux & aux minéraux; & l'on ne ſçauroit s'empêcher d'y joindre les particules d'air, d'eau, de feu, des rayons de lumiere, d'éther, de matiere magnetique, dans leſquelles, ſi vous refuſez d'admettre l'*Homoeomerie*, vous ne viendrez jamais à bout d'expliquer, pourquoi une

une goutte d'eau eſt ſi ſemblable à une autre, un cheveu à un cheveu, un oeuf à un oeuf. On conviendra peut-être de tout ce que nous venons d'avancer. Mais, ce qu'on reproche ſurtout à *Anaxagore*, c'eſt d'avoir ſoutenu, par exemple, que les os ſe forment de petits os, la chair de parcelles de chair, les cheveux de petits cheveux, un oeuf de petits oeufs, un oeil de petits yeux, & ainſi à l'infini. Nous ne ſçaurions nous perſuader qu'*Anaxagore* ait philoſophé auſſi pitoyablement. L'Expérience s'oppoſe trop fortement à ces aſſertions. Eſt-ce donc qu'un édifice eſt compoſé d'autres petits édifices, ou un lion de petits lions, un homme de petits hommes? Où eſt l'homme de bon ſens qui donneroit dans une pareille chimère? Aſſurément les choſes qui entrent dans un compoſé ne ſont pas de même nature que le compoſé; autrement un troupeau ſeroit compoſé de troupeaux, & une eſſain d'abeilles d'eſſains. Ainſi nous n'attribuons pas à *Anaxagore* d'avoir admis de pareilles ſuppoſitions, ni d'avoir crû que d'une choſe quelconque peut ſe faire toute autre choſe; ce qui entraîne la ruïne du Principe de la raiſon ſuffiſante.

Tum variæ eludent ſpecies, atque ora ferarum.
Fiet enim ſubito ſus horridus, atraque tigris,
Squamoſuſque draco, & fulva cervice leæna,
Aut acrem flamma ſonitum dabit. . . . .

De ſemblables transformations hetérogenes ſont aſſez réfutées par l'Expérience. Y a-t-il quelcun qui ſoit en état de changer la matiere magnetique, ou les rayons de la lumiere, dans une autre eſpece de corps? *Ciceron* ſe trompe certainement, lorſqu'il dit: „Et comme „ il y a quatre ſortes de corps, leurs changemens réciproques font la „ continuité de la Nature. Car l'eau ſe forme de la terre, l'air de „ l'eau, le feu de l'air: & après en rétrogradant du feu ſe forme l'air, „ de l'air l'eau, & de l'eau la terre, qui eſt le plus bas de ces quatre „ élémens, dont tous les êtres ſont compoſés. Ainſi, comme ſans

„ ceſſe ils ſe meuvent, & ſe rejoignent, en haut, en bas, à droite, à „ gauche; par là toutes les parties de l'Univers demeurent liées. „ (*a*) Nous laiſſerons paſſer ces idées à *Ciceron* pour ſon ſiècle; mais on ne conviendra pas dans le notre, que l'ether puiſſe à la fin ſe réduire en terre, puisqu'il n'y a rien de plus éloigné que l'activité de l'ether, & la peſanteur de la matiere terreſtre.

XII. Cependant une choſe qu'on met en queſtion, & qui paroit favoriſer le ſentiment d'*Anaxagore*, c'eſt comment il ſeroit poſſible, ſi tout ne ſe trouvoit pas dans tout, que de l'herbe, du foin, & de l'eau, produiſiſſent du lait, du ſang, des nerfs, des artères, des glandes, des membres, des ongles, de la peau, du poil, &c. Il faut avouër ſans doute que les particules de tous ces corps exiſtent inviſiblement dans l'herbe & dans l'eau. En effet les plus habiles Phyſiciens de nos jours ayant fait voir, que les animaux parviennent enfin à un degré de petiteſſe qui les ſouſtrait entierement à notre vuë, & qui les rélegue dans ce qu'*Hippocrate* appelle la région inviſible, (*b*) d'où, quand ils ont pris un certain accroiſſement ils ſe montrent à la lumiere; à beaucoup plus forte raiſon la même choſe peut-elle arriver dans des corpuſcules non-organiſés, qui ſont réduits à une tenuité, qui les fait à la fin diſparoitre entierement. Quand le bois, par exemple, eſt diſſous en pourriture, ou conſumé par le feu, la ſtructure du bois périt à la vérité; mais les particules qui le conſtituent, ne ſouffrent aucune atteinte. Une Maiſon qu'on raſe juſqu'aux fondemens, perd la forme d'un édifice, mais les differens matériaux dont elle avoit été compoſée, ſubſiſtent,

(*a*) De la Nat. des Dieux, L. II. c. 33. p. 75. du Tome II. de la Traduction de M. l'Abbé d'*Olivet*. Voici le Texte. *Et cum quatuor ſint genera corporum, viciſſitudine eorum Mundi continuata natura eſt. Nam ex terra aqua, ex aqua oritur aer, ex aere æther : deinde retrorſum viciſſim ex æthere aer, ex aere aqua, ex aqua terra infima. Sic Natura bis, ex quibus omnia conſtant, ſurſum, deorſum, ultro citroque commeantibus, Mundi partium conjunctio continetur.*

(*b*) Ἐν ἀόῃ.

tent, & peuvent entrer dans la compoſition d'une autre Maiſon. Si l'on veut quelque preuve particuliere de la conſervation des premiers principes élémentaires dans les corps diſſous, le papier ſeul peut la fournir, qui, après avoir ſubi toutes ſortes de préparations, après avoir été cent fois pilé, bouïlli, lavé, donne encore, quand on le brûle, la même huile que fournit la ſemence de lin. A' l'égard de l'accroiſſement des Plantes, ce n'eſt pas ſeulement l'eau qui y contribuë, mais l'air, le nitre, le ſouffre, & une infinité de particules, qui voltigent de toutes parts, concourent à leur nutrition. *Dickinſon*, célébre Médecin Anglois, penſe comme nous, lorſqu'il réfléchit ſur l'opinion d'*Anaxagore*, en ces termes. * „ Ce Philoſophe, pour ne pas ſe rendre moins intelligible à ſes Diſciples, & ſe diſtinguer, en leur fourniſſant des idées plus dévelopées ſur la Nature des choſes, que celles de ſes Prédéceſſeurs, introduiſit dans ſon Ecole l'*Homoeomerie*, c'eſt à dire, la reſſemblance des parties; par laquelle il enſeignoit non ſeulement que les corpuſcules ſont la matiere de toutes choſes, mais encore qu'ils exiſtent d'une maniere *homoeomerique*, qu'ils ſont ſemblables entr'eux; non qu'il crût que tous les corpuſcules ayent eu une entiere reſſemblance dans leur état de chaos, ou qu'ils ayent déjà renfermé toutes les formes & les qualités des choſes, en ſorte que les choſes chaudes doivent leur origine à des atomes chauds, les choſes vertes à des atomes verts, les os à des atomes oſſeux, la chair à des atomes de chair, l'or à des atomes d'or, (comme *Ariſtote* l'expoſe avec beaucoup d'injuſtice, & pour en prendre occaſion de décrier la doctrine de cet excellent Philoſophe;) mais il étoit dans l'idée, que la premiere combinaiſon par laquelle les atomes même avoient été formés, & qu'il ſuppoſoit antérieure à la formation des élémens, avoit eu pour principes des choſes ſemblables. Car concevant, (comme raiſonnent ordinairement les partiſans des atomes,) qu'il ſe trouvoit dans le Chaos des particules de diverſes grandeurs & de diverſes figures; il lui paroiſſoit tout naturel d'en conclurre, qu'auſſi-tôt que cette énorme maſſe des corpuſcules avoit été miſe

* *Phyſic. Vet. & Nov.* p. 33.

„ en

„ en mouvement par l'Eſprit Divin, & agitée par diverſes ſecouſſes, „ les particules ſemblables s'étoient réünies les unes aux autres, de „ maniere qu'elles avoient formé les unes des parties terreſtres, les „ autres des parties aqueuſes ; celles-ci des parties ignées, celles-là „ des parties aëriennes, desquelles enſuite par la ſéparation générale „ avoient été faits tous les élémens, & toutes les eſpeces des choſes. „ *Dickinſon* lui-même a presque tiré tout ce qu'on vient de lire de l'Au-
* p. 68. teur des *Philoſophumenes*, * dont nous ne rapporterons que ces paroles. „ Toutes choſes ont été miſes en mouvement par l'Eſprit „ Divin, & de ce mouvement commun eſt réſultée l'union des cho- „ ſes ſemblables. L'ordre des choſes celeſtes procéde du mouvement „ circulaire. Tout ce qui étoit groſſier, humide, ténébreux & froid, „ & en général toutes les choſes peſantes ſe ſont raſſemblées au milieu, „ & la Terre s'eſt formée de leur concrétion. Les élémens contrai- „ res, le chaud, le lumineux, le ſec & le leger, ont gagné la région ſu- „ périeure de l'air. „ (c) Voilà d'où *Anaxagore* tiroit ſon explication de l'origine & de la naiſſance du Monde ; (d) & s'il vivoit aujourd'hui, & qu'il entendit les Objections de nos Phyſiciens, ou bien ſi nous avions ſes Ecrits que le tems a détruits, nous ne doutons pas que cela ne fut ſuffiſant pour lever tous les doutes. Aſſurément la formation Carteſienne du Monde ne diffère que peu ou point de l'Anaxagorèenne. Qu'on jette ſeulement les yeux ſur la troiſième Partie des *Principes* de *Deſcartes*. Ajoutons un ſeul mot. *L'Eſprit* d'*Anaxagore*, Νοῦς, ou ſi l'on veut, ſon *Dieu*, poſſédant dans le degré le plus éminent toute ſorte de perfection, ou, pour ainſi dire, de réalité ; cette idée revient à celle du *DIEU* que nous reconnoiſſons, dont l'eſſence infinie embraſſe toutes ces perfections, & qui, en limitant cette force infinie, a produit, par le moyen de ſon Entendement ſouverainement parfait, les idées des choſes finies ; après quoi le même Entendement, ou la Raiſon ſuprême, a diſtribué ces idées innombrables en différentes

(c) εἰς τὸ πρόσω τῆ̃ διάθέρος ὁρμῆσαι.

(d) Conſultez auſſi *Hiſt. Univerſ.* Tom. I. p. 47.

tes Claſſes, enſuite il les a réünies & combinées, d'une maniere qui a donné l'exiſtence à ce Monde magnifique, & le meilleur de tous, que nous voyons. C'eſt dans ce Monde que les individus ſont ramenés à leurs eſpeces, & les eſpeces à leurs genres : & qu'eſt-ce là autre choſe, ſinon l'*Homoeomerie*. Mais paſſons aux autres opinions de notre Philoſophe.

XIII. *Anaxagore*, en expliquant ſes idées ſur la *Nature*, diſoit ; *Que la génération & la corruption des corps n'étoit autre choſe que leur aggrégation & leur diſſolution, & que c'eſt à cela qu'on donnoit le nom de* NATURE. (*e*) Ce dogme étoit oppoſé à celui des Philoſophes, qui prétendoient que les choſes tiroient leur origine du Néant, & y rétournoient en périſſant, & qui donnoient en conſéquence le nom de *Nature* à cette génération par laquelle les choſes qui ſont, viennent de celles qui ne ſont point. (*f*) C'eſt ce que nioit *Anaxagore*, s'appuyant ſur le principe commun & véritable, que *rien ne ſe fait de rien*. Il ne pouvoit raiſonner autrement dans ſon Syſtème, qui établiſſoit une Matière incréée & éternelle ; & la Création de rien étoit une Vérité qu'il ignoroit comme tout le reſte des Gentils. Il avoit d'ailleurs pour lui *Empedocle*, avec la plûpart des Philoſophes. En effet, au rapport de *Plutarque*, * *Empedocle* diſoit que la Nature n'eſt autre choſe que *le mélange & la ſéparation des élémens ;* (*g*) en ſorte que les productions naturelles exiſtoient, lorsque les élémens ſe réüniſſoient de quelque maniere que ce fut, & qu'elles périſſoient, lorsqu'ils venoient à ſe ſéparer.

* *Placit.* I. 30.

XIV. *Diogene* nous fait entrevoir ce qu'*Anaxagore* penſoit du Globe de la Terre. Il enſeignoit que, „l'Eſprit ayant imprimé le mouve-

(*e*) Τὴν φύσιν εἶναι σύγκρισιν, καὶ διάκρισιν, τουτέϛι γένεσιν καὶ φθοράν. *Placit.* I. 30.

(*f*) γένεσιν ἐξ ὧν ὄντων, φύσιν τινὲς καλοῦϛι.

(*g*) μῖξιν τῶν ϛοιχείων καὶ διάϛασιν.

„ mouvement à la matiere, les corps peſans s'étoient portés vers le „ bas, comme la terre ; les corps legers avoient gagné le haut, com- „ me le feu ; & que le milieu avoit éte occupé par les corps humides „ & par l'air.„ Il ajoutoit, „que la Terre étant une ſurface plane, „ la Mer s'y étoit arrêtée ; & que le Soleil convertiſſoit l'humidité „ en vapeurs. (*b*) „ Pour bien entendre ces dernieres paroles, il faut recourir à l'Auteur des *Philoſophumenes*, qui dit ; „que la Terre „ eſt une étenduë applanie, & qu'elle demeure ſuſpenduë, tant à cau- „ ſe de ſa grandeur (*i*) que parce qu'il n'y a aucun vuide, ou que la „ véhémence de l'air emporte & ſoutient ainſi la Terre. „ Ces paſſages font voir, que la figure ſphérique de la Terre n'étoit pas connuë d'*Anaxagore*. Car, quoiqu'il ait penſé que les mouvemens des Aſtres ſont circulaires, cependant les raiſons qu'il employe, pour expliquer l'eſpece de ſuſpenſion de la Terre placée au milieu du monde, ne permettent pas de douter que ce Philoſophe n'ait eu une idée de la figure de notre Globe, tout à fait hetérodoxe, & contraire à celle qui eſt reçuë aujourdhui. Cela paroitra encore plus clairement, ſi nous examinons de plus près la maniere dont ces Philoſophes de l'Ecole Jonique expliquoient le mouvement circulaire des Etoiles. L'Auteur des *Philoſophumenes*, en parlant d'*Anaximene*, lui attribuë d'avoir dit ; „que les Etoiles ne ſe mouvoient pas *ſous la Terre*, comme „ quelques uns l'ont ſuppoſé, mais *autour de la Terre*, (*k*) à peu près „ comme un chapeau fait le tour de notre tête ; & que quand le So- „ leil ſe couchoit, ce n'étoit pas qu'il fut ſous la Terre, mais qu'il „ qu'il étoit alors caché par les parties les plus élevées de la Terre, & „ à cauſe de l'extrême diſtance où il ſe trouvoit alors à notre égard. „

La

(*b*) Οὕτω ἐπὶ τῆς γῆς πλατείας ὔσης τὴν θάλασσαν ὑποζῆναι, διατμισθέντων ὑπὸ τῦ ἡλίυ τῶν ὑγρῶν.

(*i*) Τὴν δὲ γῆν σχήματι πλατείαν εἶναι, καὶ μένειν μετέωρον διὰ τὸ μέγεθος, &c.

(*k*) περὶ γῆν - - - ὑπὸ γῆν.

La même choſe ſe trouve dans *Stobée ;* ſçavoir *que les Etoiles ne font pas leur révolution ſous la Terre, mais autour de la Terre.* (l) L'illuſtre Savant, M. *Edouard Corſini*, qui a donné depuis peu une très belle Edition du Traité de *Plutarque* ſur les Opinions des Philoſophes, a parfaitement bien ſaiſi le ſentiment de l'Ecole Jonique, en diſant ; * „ Que ſelon eux les Etoiles n'étoient point emportées par un mouve- „ ment circulaire autour de la Terre, mais que la Terre elle-même ſe „ trouvant plus élevée dans ſes parties Septentrionales, les Aſtres, „ après s'être enfoncés à l'Occident ſous l'Horizon, tournoient obli- „ quement vers les régions Boréales de la Terre, & continuant à ſe „ mouvoir vers l'Orient, remontoient ſur l'Horiſon, ce qu'on appel- „ loit leur lever. „ Ces remarques ſervent à corriger le paſſage des *Philoſophumenes*, qui parle de la doctrine d'*Anaxagore* ſur ce ſujet. *Burnet* ne s'accommodant pas de l'idée de la Terre applanie, a voulu ſubſtituer βάθειαν à πλατείαν, *profonde* à *étenduë*, afin de ménager une place à la mer & aux eaux. Mais cette correction n'eſt pas néceſſaire. Car une ſurface plane peut avoir des lacunes plus ou moins grandes, des cavités, des profondeurs, des réſervoirs d'eau, qu'on nommeroit fort bien en Grec κοιλώματα. Ceux qui veulent être mieux inſtruits des raiſons de *Burnet* contre la figure plane de la Terre, & du fonds même de ſon hypotheſe, peuvent recourir à ſon *Archæologie*. Pour nous, nous ne nous chargeons pas de défendre toutes les erreurs des anciens Philoſophes ſur la figure de la Terre.

* p. 58.

XV. Voici les fragmens qui nous reſtent de la doctrine d'*Anaxagore* ſur les eaux de la Terre, la mer, & les fleuves. *Plutarque* dit d'abord : † „ L'opinion d'*Anaxagore* eſt que l'humeur croupiſſoit „ au commencement, que le Soleil en faiſant ſon tour la brûla, & que „ ſa partie graſſe s'etant convertie en vapeurs, (m) le reſte demeura „ comme

† *Placit.* III. 16.

(l) οὐχ ὑπὸ τὴν γῆν, ἀλλὰ περὶ αὐτὴν φέρεσθαι τὰς ἀστέρας.

(m) ἐξατμισθέντος.

„ comme un ſédiment ſalé & amer. „ *Origine* ajoute dans les *Philoſophumenes*, „ que l'origine de tout ce qu'il y a d'humeur dans la terre „ doit être tirée de la mer; „ (*n*) ce qui s'accorde exactement avec le récit de Moïſe. Il continuë en diſant, „ que les eaux de la mer ſe chan- „ gent à la vérité en vapeurs, mais que le concours des fleuves qui y „ aboutiſſent, répare cette perte. Qu'à l'égard des fleuves, ils tirent „ leur ſource, en partie des pluyes, en partie des eaux renfermées „ dans le ſein de la Terre. „ On ne comprend pas bien comment cette derniere idée pouvoit ſe concilier avec la figure applanie qu'on attribuoit à la Terre.

XVI. L'origine des Vents trouvoit ſon explication dans le ſyſtème d'*Anaxagore*. Il diſoit, au rapport de *Diogene Laërce*; „ que „ les Vents étoient produits, lorsque le Soleil raréfioit l'air. „ (*o*) Sur quoi *Aldobrandin* fait la remarque ſuivante: „ Le ſentiment d'*Anaxa-* „ *gore* ſur les vents paroit avoir beaucoup d'affinité avec celui d'*Hip-* „ *pocrate*, qui prétendoit que le vent n'étoit autre choſe que l'agita- „ tion de l'air. En effet l'air atténué par le Soleil devient plus propre „ au mouvement, parce qu'il eſt rendu plus ſubtil. „ Nous y ajoutons, que la chaleur du Soleil augmente la force élaſtique de l'air. On peut encore emprunter de l'Auteur des *Philoſophumenes*, quelque choſe qui répand du jour là deſſus. Il dit, „ que les vents naiſſent de l'air „ atténué par le moyen du Soleil, & de ces particules qui, étant com- „ me embraſées, ſe retirent & ſont portées vers les Poles. „ (*p*) Le froid & la glace dominent aux environs des Poles. L'air étant donc mis en feu, & enflammé dans la Zone Torride autour de l'Equateur, les parties aëriennes ſont pouſſées vers les régions polaires, qui ſe trouvent

(*n*) τῶν δὲ ἐπὶ γῆς ὑγρῶν τὴν μὲν θάλασσαν ὑπάρξαι.

(*o*) Ἀνέμους γίνεσθαι λεπτομένου τοῦ ἀέρος ὑπὸ τοῦ ἡλίου.

(*p*) τῶν ἐκπαιομένων πρὸς τὸν πόλον ὑποχωρουμένων καὶ ἀποφερομένων.

vent plus froides. Mais, lorsque cette grande chaleur vient à ceſſer, & que le froid prend le deſſus, l'air s'en retourne, & il en réſulte un vent contraire, de ſorte que ces mouvemens alternatifs régnent continuellement dans l'air.

XVII. Venons aux cauſes du Tonnerre & de la Foudre: *Anaxagore* s'en explique ainſi dans *Diogene*. * „ Le Tonnerre eſt une „ colliſion des nuées, & la Foudre en eſt une friction. „ (q) L'Auteur des *Philoſophumenes* dit la choſe un peu plus obſcurément. „ Le „ Tonnerre & la Foudre exiſtent, lorſque la chaleur tombe dans les nuës. „ (r) Mais *Plutarque* au contraire y répand du jour, en ces termes. † „ *Anaxagore* dit, que quand le chaud tombe dans le froid, „ c'eſt à dire la partie éthérienne qu'il croit être un feu, dans la „ partie aërienne, il s'excite un bruit qui n'eſt autre que le tonnerre. „ *Stobée* appelle au ſecours l'exemple du bruit que fait une pierre ardente, quand on la jette dans l'eau froide. *Plutarque* continuë ainſi; „ La couleur plus brillante, qui ſe manifeſte à cauſe de „ la noirceur du corps nébuleux qui l'environne, ou des nuées, forme „ l'éclair; & la foudre vient de la multitude & de la grandeur de la „ lumiere, ou du feu. „ *Anaxagore* diſoit encore que le *typhon*, ou tourbillon de vent, venoit d'un feu plus ſolide, & le *preſter*, ou tourbillon de feu, d'un feu nébuleux. Les Grecs nommoient *preſter* un vent accompagné de flamme; & *typhon*, que les Latins rendoient par *turbo*, un vent qui fait tournoyer l'air. *Seneque* parle de l'un & de l'autre en ces termes. „ Le vent, tant qu'il ne rencontre point d'obſtacle, ré„ pand librement ſes forces. Mais quand il eſt repouſſé par quelque „ promontoire, ou qu'il eſt raſſemblé par la force de quelques lieux „ qui ſe réüniſſent, il tourne ſouvent ſur lui-même, & forme un „ tourbillon pareil aux gouffres des eaux. Ce vent ainſi tournoyant, „ verti-

* Lib. II. 5.

† *Placit.* III. 5.

(q) Βροντὰς εἶναι σύγκρουσιν νεφῶν; ἀστραπὰς ἔκτριψιν νεφῶν.

(r) Βροντὰς καὶ ἀστραπὰς ἀπὸ τῦ θερμῦ γίνεσθαι ἐμπίπλοντος εἰς τὰ νέφη.

„ vertigineux, & qui environne le même lieu, eſt le *Tourbillon*. Que „ s'il eſt extrêmement fort, & qu'il dure longtems, il s'enflamme, & „ produit ce que les Grecs appellent *Preſter*. C'eſt le Tourbillon de „ feu.„ (*t*) *Ariſtote* décrit ce qu'*Anaxagore* appelloit *le chaud*, (*t*) en diſant: * „ Il eſt dans l'idée que le feu conſiſte en ce qui tombe des „ régions les plus élévées en bas, du plus haut de cet éther, auquel „ il donne auſſi le nom de feu. „ Il ſemble donc que la foudre d'*Anaxagore* s'accordoit avec cette matiere ignée, ou étherienne, qu'on ſçait tirer aujourdhui des corps, en y excitant la vertu qu'on nomme électrique. Au reſte *Anaxagore*, en expliquant la cauſe naturelle de la foudre, avoit délivré ſon diſciple *Pericles* de la crainte ſuperſtitieuſe que ce phénomene cauſoit. C'eſt ce que nous liſons dans *Suidas*: „ *Pericles*, dit-il, ſe trouvant à la tête de l'armée des Atheniens, & „ devant les mener au combat, la foudre tomba du Ciel, ce qui cauſa „ une grande conſternation; mais ayant pris deux pierres, & les „ ayant frappées l'une contra l'autre, pour en faire ſortir du feu, il „ dit: Voilà la foudre.„ On ſçait que *Descartes* a expliqué le tonnerre par le ſeul choc des nuées, qui arrive lorsque l'une vient à tomber ſur l'autre.

* *Meteor.* L. II. c. 9.

† *Placit* III. 5.

XVIII. *Anaxagore* s'étoit fait de fort juſtes idées de la formation de l'Arc-en-Ciel. Citons le témoignage de *Plutarque*. † „ *Anaxagore* diſoit que l'Arc-en Ciel conſiſtoit dans la réfraction (*u*) de la „ lumiere du Soleil, faite dans une nuée épaiſſe, & qui arrive tou„ jours vis à vis de l'Aſtre, dont la nuée réfléchit l'image, comme un

(*t*) *Ventus, quamdiu nihil obſtat, vires ſuas libere effundit. Ubi aliquo promontorio repercutitur, aut ut locorum cocuntium colligitur, ſæpius in ſe volutatur, ſimilemque aquis facit vorticem. Hic ventus circumactus, & eundem ambiens locum, & ſe vertigine concitans,* turbo *eſt. Qui ſi pugnacior eſt, ac diutius volutatur, inflammatur, & efficit, quem* preſtera *Graci vocant. Hic eſt igneus turbo.* Nat. Quæſt. L. V. c. 13.

(*t*) Θερμόν. (*u*) ἀνάκλασιν.

„ un miroir. „ Il expliquoit de la même maniere les phénomenes auxquels on donne le nom de *Parhelies*. Ceux qui voudront connoître plus en détail les idées des Anciens ſur l'Arc-en-Ciel, n'ont qu'à recourir à *Seneque*, dans le premier Livre de ſes *Queſtions naturelles*.

XIX. *Diogene Laërce* rapporte l'explication des tremblemens de terre d'une maniere tout à fait ſuccinte & obſcure, en diſant que c'eſt *un retour de l'air dans la terre*. (x) Voyons ſi *Plutarque* nous dira quelque choſe de plus poſitif ſur ce ſujet. Voici ſes paroles : * „ *Anaxagore* eſt dans la penſée, que la terre tremble, lorſque l'air „ veut en ſortir, parce qu'arrivant à l'épaiſſeur de la ſurface terreſtre, „ il ne trouve point d'iſſuë, & fait alors un effort, qui produit la ſe- „ couſſe dont la terre eſt ébranlée. „ *Seneque* n'eſt guères plus clair. †† Les *Philoſophumenes* rapportent, * „ que les tremblemens de terre ar- „ rivent par la chûte de l'air ſupérieur ſur l'air qui eſt plus bas que la „ terre ; parce qu'alors la terre qui nage dans cet air inférieur, par- „ ticipe à ſon ébranlement. „ Accordons un moment d'attention à *Ariſtote*. „ *Anaxagore*, dit-il, affirme que l'éther, qui eſt très pro- „ pre à ſe porter en haut, meut la terre, lorſqu'il ſe renferme dans „ ſes veines & dans ſes cavernes. Car il prétend que les parties qui „ forment la ſurface de la terre ſont unies entr'elles par le ſecours des „ pluyes, que toute la terre eſt ſpongieuſe, que nous habitons ſa par- „ tie ſupérieure, & qu'il y a vis à vis une partie oppoſée. „ Peut-être qu'on pourroit entendre la choſe ainſi. *Anaxagore* croyoit que la ſurface de la terre étoit plane, & que les hommes habitoient ſur cette eſpece de plaine. L'air, ſelon lui, ne ſe trouvoit pas moins au deſſus qu'au deſſous de la Terre. Lors donc que l'air inférieur, qui de lui-même tendoit toujours vers le haut, faiſoit effort pour rompre la terre, mais qu'il étoit forcé de demeurer renfermé dans ſes cavernes, ou cavités, c'eſt alors que le tremblement de terre ſe faiſoit ſentir. Cela nous apprend ce que veut dire *Diogene* avec ſon *retour de l'air dans*

* *Placit.* III. 15.

†† *Natur. queſt.* VII. 9.

* p. 76.

(x) ὑπονόησιν ἀέρος εἰς γῆν.

dans la terre. Et l'on peut auſſi entendre par là ce paſſage de *Seneque*: „ *Anaxagore* eſtime que les ſecouſſes de l'air & de la terre procedent „ à peu près de la même cauſe ; lorsque le vent dans la terre inférieu- „ re . . . . ſe porte vers ce qu'il rencontre, cherchant une iſſuë, & „ ſépare ce qui lui fait obſtacle, jusqu'à ce qu'en s'inſinuant par des „ routes étroites il trouve un chemin qui le mene au Ciel, ou s'en „ fait un par force. „ *Anaxagore* ſe trompoit, en faiſant la terre applanie. Au reſte presque tous les Phyſiciens reconnoiſſent aujourdhui, que les tremblemens de terre ſont produits par l'air renfermé dans les cavernes, & embraſé par le feu ſouterrain.

XX. Nous voici parvenus à une des idées d'*Anaxagore*, dont on a le plus parlé. Communèment on lui attribuë d'avoir enſeigné, *que la Neige étoit noire.* La plûpart ont ſifflé & tourné en ridicule un ſentiment auſſi paradoxe. Nous ne copierons point tout ce que les Savans en ont dit. Mr. *Brucker* fournit là-deſſus dequoi ſatisfaire la curioſité: & l'on peut y joindre l'Auteur des *Obſervationes Halenſes*, qui a pris la défenſe d'*Anaxagore* *. Eſſayons de découvrir nous-même ce qu'il y a de mieux à dire ſur cette opinion de notre Philoſophe. *Ciceron* en avoit parlé en ces termes: „ Le Sage aura plus de complai- „ ſance pour accorder que la neige eſt blanche, que n'en avoit *Anaxa-* „ *gore ;* qui, non ſeulement nioit qu'elle le fut, mais qui aſſuroit „ qu'elle ne lui paroiſſoit pas même telle, parce qu'il ſçavoit que l'eau „ d'où elle ſe forme, eſt noire. (*y*) „ Ainſi *Anaxagore* avoit déclaré, *que la Neige ne lui paroiſſoit pas même blanche.* *Lactance* va plus loin, & tire cette concluſion, *que la neige lui paroiſſoit comme de l'encre,* † ce que nous ne liſons nulle part qu'il ait dit. Sur quoi il ſe récrie ailleurs à la folie: „ Que peut-on penſer, dit-il, de celui qui a dit que „ la

* *Tom.* II. *Obſerv.* 15.

† Liv. V. 3.

(*y*) *Sapiens facilior erit, ut albam nivem eſſe probet, quam erat Anaxagoras : qui id non modo ita eſſe negabat, ſed ſibi, quia ſciret aquam nigram eſſe, unde illa concreta eſſet, albam ipſam eſſe, ne videri quidem.* Acad. Quæſt. IV. 31. Voyez auſſi, *Sextus Empiricus,* Pyrrhon. L. I. c. 13. n. c.

„ la neige étoit noire ? Ne devoit-il pas en tirer la conſéquence, que „ la poix eſt blanche ? „ C'eſt là le génie ordinaire de cet Auteur Eccléſiaſtique, qui ſe livre trop aiſément aux conjectures. De ce que quelcun refuſe la blancheur à la neige, il ne s'enſuit point qu'il affirme qu'elle eſt noire. *Anaxagore* avoit dit que la neige ne lui paroiſſoit pas blanche, c'eſt à dire, que cette couleur qu'on y obſerve, n'eſt pas une couleur ſtable & conſtante, comme celle de la chaux, de la craye, & des autres corps blancs ou colorés, tels que ſont ceux dont les Peintres ſe ſervent, mais que ce n'eſt qu'une vaine apparence, qui n'a rien de ſolide, & qu'un moment fait évanouïr, ſans qu'il en reſte aucune trace : & qu'ainſi la neige paroit blanche, ſans l'être effectivement ; qu'il ne faut point ſe fier à cette couleur ; qu'elle n'eſt utile à quoi que ce ſoit : & que celui-là ſe tromperoit beaucoup, qui employeroit de la neige à blanchir des habits. Il n'y a rien dans tout cela qui ſoit indigne de notre Philoſophe.

XXI. *Plutarque* rapporte *, comment *Anaxagore* expliquoit les accroiſſemens du Nil. „ Il dérive, dit-il, les débordemens de ce „ fleuve de la neige qui ſe trouve en Ethiopie, laquelle ſe fond à la vé„ rité en Eté, mais ſe conſerve pendant l'Hyver. Les *Philoſophumenes* diſent pareillement †, que le Nil s'accroit par les neiges qui ſe „ fondent en Eté, & dont les eaux s'y jettent. „ Traiter ici la matiere du Nil, ce ſeroit répéter des choſes cent fois dites. Ce fleuve a été un objet d'admiration pour toute l'Antiquité ; ſes ſources, ſes cataractes, ſon cours, ſes eaux, ſon accroiſſement, ſes embouchures, ont été autant de merveilles. Auſſi *Wendelin* a-t-il publié un Ouvrage ſous le titre de *Merveilles du Nil*, où il a tiré & raſſemblé de trois cent dix-huit Auteurs, Grecs & Latins, anciens & modernes, tout ce que le Nil a fourni de ſingularités remarquables. Il s'agit ici de ſon accroiſſement annuel, dont les Egyptiens ſe glorifioient beaucoup. Car, ayant appris que la Grece étoit arroſée par les pluyes, & non par des fleuves, comme leur pays, ils dirent, que quelque

* *Plac.* IV. 1.

† p. 71.

jour ils ſe trouveroient fruſtrés de leurs eſpérances, & que ſi Jupiter leur refuſoit la pluye, ils périroient miſérablement de ſoif. *Herodote* s'eſt moqué de cette ridicule vanterie, & l'a fort bien repouſſée. * Quoiqu'il en ſoit, les Egyptiens eux-mêmes ignoroient la cauſe des inondations du Nil. De là tant de conjectures des Philoſophes, que *Wendelin* a rapportées au nombre de onze, dans l'Ouvrage que nous venons d'indiquer. *Anaxagore* regardoit donc les neiges qui fondoient en Ethiopie, comme le principe de cet effet. *Pomponius Mela* adopte la même raiſon. „Il s'accroit, dit-il en parlant du Nil, parce „ que les neiges que la grande chaleur de l'Eté fait fondre, coulent du „ ſommet des grandes montagnes d'Ethiopie avec une abondance que „ le lit de ce fleuve ne ſçauroit contenir.„ (z) *Herodote* eſt contraire à cette opinion, & demande, comment le Nil, qui vient de l'Afrique, & traverſe le milieu de l'Ethiopie, pour arriver en Egypte, s'accroitroit par les neiges, puiſqu'il paſſe d'une contrée extrêmement chaude à un autre extrêmement froide. *Lucain* s'eſt ſervi du même raiſonnement, † pour rejetter cette idée.

* L. II c. 13. 14.

† L. X.

Vana fides veterum, Nilo, quod creſcat in arva
Æthiopum prodeſſe nives. Non Arctos in illis
Montibus aut Boreas. Teſtis tibi ſole peruſti
Ipſe color populi, calidique vaporibus Auſtri.

C'eſt auſſi de là que *Wendelin* tire quelques Objections contre la doctrine d'*Anaxagore ;* mais il avouë lui-même qu'elles ne ſont pas d'un grand poids. Au reſte, de l'aveu d'*Herodote*, les ſources du Nil étoient un ſecret pour les Anciens ; &, ſi l'on ne s'arrête pas aux récits fabuleux des Portugais, on trouvera qu'elles ne ſont guères mieux connuës aujourdhui, comme l'a fait voir avec beaucoup d'évidence un des Savans les plus diſtingués de nos jours, & qui eſt ſurtout profondément

(z) *Creſcit porro, ſive quod ſoluta magnis æſtibus nives, ex immanibus Æthiopiæ jugis, largius quam accipi queant, defluunt.* Geogr. I. 9.

dément verſé dans les Antiquités Egyptiennes, Mr. *Jablonski.* * Ainſi c'eſt avec peu de fondement qu'on oppoſe les grandes chaleurs de l'Ethiopie à l'exiſtence des neiges dans ce pays ; car les célébres perſonnages, qui ont viſité depuis peu les contrées de l'Amérique, & ſe ſont tranſportés ſur le ſommet des plus hautes Montagnes du Perou, y ont trouvé une quantité incroyable de neige, & un froid presque inſupportable, tout près de l'Equateur, & à la même latitude où l'on place les Montagnes d'Abyſſinie. *Thevenot* a auſſi rencontré des neiges ſur les Montagnes même d'Ethiopie. (*a*) Les *Philoſophumenes* ajoutent un petit mot, qui ne paroit pas devoir être paſſé ſous ſilence : c'eſt que le Nil tire ſon accroiſſement *des neiges Septentrionales.* (*b*) Qu'eſt ce que cela veut dire ? Comment la neige du Septentrion eſt-elle tranſportée en Ethiopie ? *Ammien Marcellin* nous l'expliquera d'après l'opinion de *Democrite* : „ Quelques Phyſiciens, dit-il, affirment, que dans les régions pla„ cées au Septentrion, lorsque la rigueur des hyvers reſſerre tout, il „ ſe géle des amas de neige, que dans une autre ſaiſon la véhémence „ des chaleurs réſout en eaux, & qu'il s'en éleve des vapeurs dont ſe „ chargent les nuages que les vents Eteſiens chaſſent vers le Midi, où „ ſe déchargeant ils fourniſſent, à ce qu'on prétend, avec abondan„ ce dequoi groſſir le Nil. „ Mais à quoi bon tous ces détours ? Le Nil commence à s'enfler lorsque les vents Eteſiens ſoufflent ; ces vents partent du Septentrion, & en Ethiopie ils ne peuvent qu'être accompagnés de la plus grande chaleur, puisqu'ils ont traverſé la Zone torride. Ainſi les neiges fondent à leur approche, & ſe précipitent de maniere que le Nil ne peut plus contenir ſes eaux ainſi accruës.

* *Pantheon*, Tom. II. p. 163.

XXII. La premiere origine des Animaux avoit auſſi fait l'objet des recherches d'*Anaxagore* ; mais ce qui nous reſte là deſſus dans les Anciens ne nous met pas bien au fait de ſa doctrine. *Diogene* dit : † *que les animaux nâquirent premierement de l'humide & du chaud, &*

† L. III. §.

(*a*) Dans ſes *Voyages*, Liv. II. ch. 69. Ajoutez y *Ludolff*, *Comment.* p. 100.

(*b*) ἀπὸ τῶν ἐν τοῖς ἄρκτοις χιόνων.

de la terre (c). Mais *Theophraſte* exprime la choſe beaucoup plus clairement. „*Anaxagore*, dit-il, décide, que l'air contient les ſe-„ mences de toutes choſes, lesquelles étant enſuite emportées par „ par l'eau, & mêlées à la terre, produiſent les plantes „ (d). Pour l'origine des ſemences mêmes, c'eſt une queſtion ſur laquelle régne le plus profond ſilence parmi les Anciens; ou, s'ils en diſent quelque choſe, c'eſt avec toute la confuſion & l'obſcurité poſſible. En effet *Anaximandre*, Auditeur de *Thales*, & enſuite l'un des plus illuſtres Chefs de l'Ecole Jonique, avoit enſeigné que les premiers hommes s'étoient formés dans des poiſſons, qu'ils s'y étoient nourris pendant quelque tems, mais qu'enſuite ayant acquis aſſez de force pour ſe ſoutenir par eux-mêmes, ils en étoient ſortis, & s'étoient emparés de la terre. Ainſi il faiſoit venir les hommes d'animaux d'une autre eſpece. Il ne paroit pas qu'*Anaxagore* ait adopté ce ſentiment; il tiroit plutôt la formation des animaux du concours des élémens dont les parties étoient
† *Placit.* *V.* 19. ſemblables, comme nous l'apprenons dans *Plutarque*. † *Pythagore* avoit encore une autre opinion, c'eſt le changement réciproque des élémens les uns dans les autres. *Ovide* l'a exprimée en très beaux Vers au XV. Livre de ſes *Metamorphoſes*. Mais, à dire le vrai, l'origine des ſemences eſt un des myſtères les plus impénétrables de la Nature, & les plus inacceſſibles à tous les Philoſophes; les efforts redoublés de leur curioſité n'ont pû le pénétrer, & il ſemble que Dieu ſeul puiſſe en révéler la connoiſſance. *Anaxagore* l'a auſſi appellé en quelque ſorte à ſon ſecours, en diſant que, lorſqu'il mit en ordre la matiere du Chaos, il forma en même tems les premiers principes des ſemences. C'eſt pourquoi *Ariſtote* lui donne des éloges à cet égard, & dit qu'il a été plus modeſte que les autres Philoſophes de l'Antiquité, & qu'il a mon-

(c) ζῶα γενέσθαι ἐξ ὑγρᾶ, καὶ θερμᾶ, καὶ γέωδους.

(d) Ἀναξαγόρας μὲν τὸν ἀέρα πάντων φάσκων ἔχειν σπερμάτα· καὶ ταῦτα συγκαταφερόμενα τῷ ὕδατι γεννᾶν τὰ φυτά. *Hiſtor. Plant.* L. III. c. 2.

a montré une véritable ſageſſe, en poſant le premier l'Eſprit pour la cauſe du Monde & de tout l'ordre qui y régne. Si quelcun deſire d'être mieux inſtruit de la maniere dont *Anaxagore* expliquoit la génération, nous le renvoyons à l'Ouvrage que *Scipion Aquilien* a écrit ſur les opinions des Philoſophes, qui ont vêcu avant *Ariſtote*. Il s'y étend beaucoup ſur l'opinion d'*Anaxagore* par rapport à la cauſe de la génération. (*e*) Mais, comme cela n'a pas un rapport direct à notre ſujet, nous ne nous y arrêterons pas. Les ſentimens des Anciens ſur cette matiere en général, & ſur la premiere origine des hommes, ont été ſavamment recueillis par *Cenſorin*, * & éclaircis par *Lindenbrog* dans ſes Notes ſur cet Auteur.

* *De die natali*, Cap. IV.

XXIII. Nous nous bornerons à indiquer ici ce qui peut encore avoir quelque rapport à cette matiere. *Cenſorin* témoigne, qu'*Hippon* de Samos étoit dans l'idée, que l'origine de l'homme & des animaux vient de la moëlle ; mais qu'*Anaxagore* réfutoit cette opinion avec les autres. Le même Auteur ajoute : „ On a auſſi été par- „ tagé ſur la queſtion ; ſi l'enfant vient ſeulement du père, ou auſſi „ de la mère, comme *Anaxagore* le penſoit. „ (*f*) Encore, ſuivant le même *Cenſorin*, † notre Philoſophe eſtimoit que le cerveau, d'où procedent tous les ſens, prenoit ſon accroiſſement avant toutes les autres parties ; & qu'enſuite la chaleur étherienne arrangeoit les membres. Il ajoutoit que l'enfant recevoit ſa nourriture par le nombril ; & que les mâles s'engendroient du côté droit, les femelles du côté gauche. *Diogene Laërce* a dit les mêmes choſes dans les mêmes termes, & *Menage* a fait là-deſſus des obſervations fort étenduës. *Cenſorin* continuë, & rapporte „ qu'*Anaxagore* expliquoit la reſſemblan- „ ce des enfans au père ou à la mère, à ce que l'un des deux avoit

† *Ibid.* cap. VI.

(*e*) L'Ouvrage de *Scipion Aquilien* a été imprimé à Veniſe en 1620. voyez p. 17. & ſ.

(*f*) *Illud quoque ambiguam fecit inter Auctores opinionem, utrumne ex patre tantum modo partus naſcatur, an etiam ex matre, quod Anaxagoræ viſum eſt.* Cenſor. Cap. V.

„ plus contribué à la formation du foetus.. „ (*g*) Ici s'ajuſte un fragment qu'*Athénée* nous a conſervé. „ *Anaxagore*, dit-il, en- „ ſeigne que ce qu'on appelle *le lait de poule*, eſt le blanc de l'oeuf.„ (*h*) Et il faut y ajouter une Hiſtoire, rapportée par *Plutarque* dans la Vie de *Pericles*, qui fait voir jusqu'où notre Philoſophe avoit pouſſé ſes connoiſſances Anatomiques. „ On raconte, dit l'Hiſtorien Grec, „ qu'un jour on apporta de la campagne à *Pericles* une tête de bélier „ avec une ſeule corne, & que le Devin *Lampon*, ayant conſidéré la „ force de cette corne, & comment elle ſortoit du milieu du front, „ dit que c'étoit un préſage, que la puiſſance des deux factions qui „ partageoient alors la Ville, (celle de *Thucydide* & celle de *Peri-* „ *cles*,) ſe réüniroit en une ſeule tête, & que cela regardoit celui „ chez qui ce prodige étoit arrivé. Mais *Anaxagore*, ayant diſſéqué „ l'os de cette tête, montra, que le cerveau n'avoit pas occupé tout „ ſon eſpace ordinaire, mais que ſe terminant en pointe il alloit abou- „ tir à cette ſeule place de tout le crane, d'où la corne ſortoit comme „ de ſa racine. Tous les aſſiſtans furent ravis ſur le champ du ſavoir „ d'*Anaxagore*; mais ils ne le furent pas moins bientôt après de la „ ſagacité de *Lampon*, lorsque, le parti de *Thucydide* étant entiere- „ ment détruit, toute la République tomba entre les mains de *Peri-* „ *cles*. Tous deux pouvoient avoir raiſon, l'un comme Phyſicien, „ l'autre comme Devin, l'un comme obſervant la cauſe, l'autre com- „ me prévoyant l'événement. C'étoit en effet au premier à conſidé- „ rer d'où provenoit cette corne, & comment elle s'étoit formée, tan- „ dis que l'office du ſecond étoit d'annoncer, pourquoi elle avoit été „ formée, & de quoi elle étoit le ſigne. Ceux qui prétendent que, „ dès qu'on a découvert la cauſe d'un ſemblable fait, il ne faut plus „ l'en-

(*g*) *Anaxagoram ejus parentis faciem referre liberos judicaſſe, qui plurimum ad fœtum contuliſſet.*

(*h*) Ἀναξαγόρας ἐν τ ις Φυσικοῖς, τὸ καλούμενον φησὶν ὄρνιθος γάλα τὸ ἐν τοῖς ὠοῖς εἶναι λευκόν.

„ l'enviſager comme un préſage, ne conſidérent pas bien, que par là „ ils détruiſent également l'efficace des ſignes celeſtes & des ſignes ar- „ tificiels.„ Rien n'empêche que nous ne placions encore ici ce qu'*Anaxagore* penſoit de la Fortune, ſuivant le même *Plutarque*. * „ Il „ diſoit, que la Fortune eſt une cauſe cachée à l'Intelligence humai- „ ne.„ Cela eſt parfaitement vrai. Les Stoïciens, & tous les Philoſophes ſenſés, n'ont pas penſé autrement. * *Placit.* I. 29.

XXIV. On ne ſçait pas bien ce qu'*Anaxagore* croyoit au ſujet de l'Ame. Voici ce qu'*Ariſtote* en dit : † „ *Anaxagore* dit que l'Ame „ (ψυχὴν) eſt celle qui meut . . . . . mais il ne s'explique pas aſſez „ clairement là-deſſus. Car il dit ſouvent que l'Eſprit (Νῶς) eſt la „ cauſe de ce qui eſt bon & droit; & ailleurs il dit que l'Eſprit & „ l'Ame ſont la même choſe, (*i*) & qu'ils exiſtent dans tous les Ani- „ maux, tant grands que petits, dans les plus conſidérables & dans les „ plus vils.„ Ces idées ne ſont pas du gôut d'*Ariſtote*, qui ajoute; „ qu'il ne paroit pas que l'Eſprit ſe trouve ainſi partout, c'eſt à dire, „ un Eſprit accompagné de prudence; que les Animaux en ſont deſti- „ tués, & qu'il ne convient pas même à tous les hommes.„ Le paſſage de *Plutarque* ſur le même ſujet eſt encore plus obſcur : le voici. * „ Les diſciples d'*Anaxagore* ont dit, que l'Ame étoit une „ ſubſtance aërienne, & un corps; „ à moins que nous ne voulions reſtreindre cette aſſertion à l'Ame ſeule, (ψυχὴν) & n'y pas comprendre l'Eſprit. En effet il a diſtingué ailleurs l'Ame du Corps. † Comme ce paſſage eſt tout à fait ténébreux, le ſavant *Corſini* l'a fort bien corrigé & ſuppléé d'apres *Galien*, & il le traduit enſuite ainſi: „ *Anaxagore* „ a été dans l'idée que le ſommeil regardoit la faculté corporelle; (*k*) „ que c'étoit une affection du corps, & non de l'ame; mais que la „ mort conſiſtoit dans la ſéparation de l'Ame d'avec le Corps. (*l*)„ † *De anima*, L. I. c. 2. * *Placit.* IV. 3. † *Ibid.* V. 25.

La

(*i*) τὸν Νῶν εἶναι τὸν αὐτὸν τῇ ψυχῇ.

(*k*) σωματικῆς ἐνεργείας.

(*l*) ψυχῆς θάνατον διαχωρισμὸν.

La même choſe ſe trouvant dans *Stanley*, il faut ſupprimer la Note de l'Editeur, qui révoque en doute, ſi cet Auteur a bien rendu le ſens de *Plutarque*, fondé ſur ce qu'on peut auſſi entendre les expreſſions de la ſéparation, ou déſunion, des parties même de l'ame, qui étant aërienne eſt d'une nature corporelle. On ne trouve pas plus de clarté dans cet autre endroit de *Plutarque* ; * „ *Anaxagore* diſoit que tous „ les animaux ont une raiſon active, mais qu'ils n'ont point cet eſprit „ paſſif, qu'on appelle l'Interpréte de l'Eſprit. „ Il régne plus de netteté dans ce que notre Philoſophe diſoit pour expliquer la formation de la voix. † „ Il la faiſoit conſiſter dans un air agité qui frappoit un „ air ſolide & plus denſe ; de ſorte que le retour, ou la repercuſſion „ de ce choc, parvenoit à nos oreilles. „ Et c'eſt de la même maniere qu'il rendoit raiſon du ſon, ou de la voix, qu'on appelle *Echo*.

* *Ibid.* V. 20.

† *Ibid.* IV. 19.

XXV. Faiſons à préſent une eſpece de faiſceau des débris de la doctrine d'*Anaxagore*, que nous avons n'avons pas pû employer commodément en d'autres endroits. Il avoit placé dans les mains la cauſe de la ſageſſe & de l'intelligence humaine. *Plutarque* cenſure cette idée en ces termes. „ La Nature a placé preſque ſous nos yeux des exem- „ ples qui prouvent l'utilité des liaiſons fraternelles ; elle a fait dou- „ bles toutes les parties de notre corps qui ſont néceſſaires, & l'on peut „ regarder comme autant de frères & de jumeaux, les mains, les „ pieds, les yeux, les oreilles, les narines. Son but eſt de marquer „ par là que toutes ces choſes nous ont été données pour notre con- „ ſervation, & pour ſe prêter un ſecours mutuel, & qu'elles ne ſont „ point diviſées en ſigne de diſcordes & de combats. En particulier „ elle a mis tout l'art poſſible dans la ſtructure de la main, dont les „ doits différens & inégaux ſont autant d'inſtrumens ſi convenables ; „ en ſorte que l'ancien Philoſophe *Anaxagore* a crû devoir placer la „ cauſe de la ſageſſe humaine dans les mains. Mais il s'eſt trompé en „ cela ; l'homme n'atteint point à un degré éminent de ſageſſe, parce „ qu'il a des mains, mais parce que la Nature l'ayant doüé de raiſon

&

„ & d'art, lui a auſſi fourni les inſtrumens dont il avoit beſoin. „ *Anaxagore* avoit mis dans le fiel la cauſe des maladies : ſur quoi il eſt repris par *Ariſtote* : * „ C'eſt, dit-il, une erreur d'*Anaxagore*, d'a- „ voir crû que le fiel eſt la cauſe des maladies aiguës ; (*m*) car il aſſure „ que, quand la bile y abonde, elle ſe répand dans le poûmon, „ dans les veines, & dans les côtés. Mais les mêmes accidens ar- „ rivent à peu près aux Animaux qui n'ont point de fiel. „ *Ariſtote* ajoute qu'on le remarque, lorſqu'on en fait la diſſection. Il nous inſtruit auſſi du ſentiment d'*Anaxagore* ſur la reſpiration des poiſſons. „ *Anaxagore*, dit-il †, & *Diogene*, après avoir dit que „ tout reſpiroit, ont ajouté de quelle maniere ſe faiſoit la reſpiration „ des poiſſons & des huîtres. *Anaxagore* dit, que les poiſſons, „ quand ils font ſortir l'eau par les bronchies, attirent l'air qui ſe pro- „ duit dans leur bouche, & le reſpirent, parce *qu'il ne ſçauroit y* „ *avoir de vuide.* „ (*n*) *Diogene Laërce* nous a encore conſervé le trait ſuivant. * „ Comme quelcun lui demandoit ſi les Montagnes de „ Lampſaque ſe trouveroient un jour ſous la Mer, on dit qu'il répon- „ dit : *Oüi, à moins que le tems ne manque.* „ (*o*) Lampſaque étoit entourée de montagnes qui étoient autant de vignobles. La Ville en tiroit de grands avantages, & c'étoit le meilleur revenu de ſes habitans. Peut-être qu'*Anaxagore* avoit dit dans quelque occaſion, qu'il arriveroit un Deluge, une inondation, & que la Mer couvriroit la Terre, comme l'expriment ces deux Vers :

* *De part. anim.* L. IV. c. 2.

† *De Reſpir.* c. 2.

* Lib. II. ſ. 10.

Vidi ego, quod fuerat quondam ſolidiſſima tellus
Eſſe fretum, vidi factas ex æquore terras.

Là

(*m*) αἰτίαν τῶν ὀξέων νοσημάτων.

(*n*) ὃ γὰρ εἶναι κένον ὀδήν.

(*o*) ἐὰν γε ὁ χρόνος μὴ ἐπιλίπῃ.

Là deſſus quelque Citoyen de Lampſaque, inquiet pour ſa vigne, aura fait cette queſtion à *Anaxagore*, dont la réponſe étoit très juſte; *Oui, à moins que le tems ne manque.* Car les fleuves, les tourbillons, détachant tous les jours quelques parties terreſtres des, montagnes, & des rivages, les précipitent au fonds de la Mer, qui doit par conſéquent s'élever ſans ceſſe davantage, tandis que la ſurface du Continent s'abaiſſe; d'où s'enſuivra néceſſairement un jour quelque inondation, à moins que d'autres cauſes n'y mettent obſtacle. On voit encore aujourdhui près des ruïnes de Lampſaque des collines chargées de vignes. Finiſſons par ce trait, qui nous a été conſervé dans l'Ouvrage de *Stobée*: „ *Anaxagore* diſoit, que deux choſes ſont pour „ nous des doctrines de la mort; l'une, le tems qui a précédé notre „ naiſſance, l'autre le ſommeil. „ (p) Celui-ci en eſt en effet une image bien parlante; & chaque jour il vient inviter les hommes à ſe ſouvenir de ce long ſommeil qui les attend.

XXVI. Voilà ce que j'ai pû raſſembler de plus digne d'attention ſur la Vie, les Ouvrages, & les Opinions d'*Anaxagore*. Je ne crois pas devoir m'arrêter à juſtifier au long l'utilité d'un ſemblable travail. Il ſert d'abord à faire connoître le deſir véhément qui pouſſe tous les hommes à acquérir des connoiſſances, & à s'élever jusqu'aux Sciences. Tandis que le vulgaire demeure plongé dans les erreurs les plus groſſieres, & n'a d'autre guide que la ſuperſtition; des Génies d'un ordre plus élevé, s'attachent à découvrir la véritable origine des choſes, à indiquer les cauſes les événemens naturels; ils y travaillent avec application, & nous voyons qu'en pluſieurs choſes ils atteignent au but. Cela nous mène en ſecond lieu à remarquer, que, quelles que ſoient les prérogatives de notre Siècle ſur ceux de l'Antiquité, les Anciens ne laiſſent pas d'avoir apperçu & dit bien des choſes, qu'on ne fait aujourdhui

(p) Ἀναξαγόρας δύο ἔλεγε διδασκαλίας εἶναι θανάτου, τόν τε πρὸ τῆς γενέσθαι χρόνον, καὶ τὸν ὕπνον. Serm. 119. p. 603.

jourdhui que répéter & retourner en mille manieres differentes. C'eſt ce dont on s'appercevra toujours plus, à meſure qu'on cultivera ſoigneuſement l'étude de la Philoſophie ancienne, & qu'en rapprochant, comme pluſieurs Savans s'y appliquent à préſent, les fragmens qui nous en reſtent dans les anciens Monumens, on les comparera enſemble pour y répandre un plus grand jour. Les ſentimens des Anciens ne peuvent être bien connus & compris, qu'après avoir dégagé le Syſtème de leur Philoſophie de toutes ſes obſcurités. Après quoi, en comparant les dogmes des Anciens avec ceux des Modernes, on verra briller auſſi-tôt des rayons de Vérité ; & toute cette région ténébreuſe de l'Antiquité ſera comme illuminée d'une ſplendeur ſubite. On ne ſçauroit nier que les tems où nous vivons ne poſſédent bien des avantages dont on peut ſe glorifier ; mais, ſi l'on y regarde de près, combien n'avons-nous pas emprunté des Anciens, & quel n'eſt pas le nombre des opinions modernes, dont on trouve des traces bien marquées dans leurs Ecrits ? Donnons en quelques exemples. Les Anciens ont dit, que les Etoiles étoient autant de Soleils ; que le Soleil étoit d'une nature ignée ; que les Soleils avoient autour d'eux des Tourbillons ; que des Planetes, ſemblables à notre Terre, & aux autres corps de notre Syſtème Planétaire, étoient emportées par une révolution, dont ces Soleils étoient le centre ; qu'elles avoient outre cela un mouvement de vertige autour de leur axe ; qu'il y avoit dans la Lune des Montagnes & des Vallées ; qu'elle étoit habitée, & qu'il s'y trouvoit pluſieurs Villes ; que les mouvemens des Planetes ſe faiſoient ſuivant une certaine proportion ; qu'il y avoit une force centrifuge, & une force centripete ; qu'on pouvoit prédire avec certitude les Eclipſes de Lune & de Soleil ; que la Voye lactée étoit compoſée d'un nombre innombrable d'Etoiles ; que les Cometes étoient des Etoiles fort éloignées de nous, & que nous les appercevions lorsqu'elles deſcendoient vers notre Globe ; que les Metéores naiſſent des exhalaiſons enflammées ; que le flux & le reflux de la Mer s'accorde avec les mouvemens de la Lune ; que les qualités ſenſibles ne ſont pas inhéren-

tes aux corps mêmes, mais qu'elles conſiſtent dans la figure, la grandeur, & le mouvement des parties ; enfin que les animaux & les plantes ne tirent point leur origine de la terre, de l'eau, ou de la pourriture, mais que toutes ces productions viennent de ſemences. Telles ſont les opinions, auxquelles on pourroit en joindre quantité d'autres, qui ont déjà été propoſées par les Anciens ; & ce ſont préciſément les mêmes que nos Modernes les plus diſtingués confirment tous les jours par de nouveaux raiſonnemens, & par de nouvelles Expériences. Rien ne ſçauroit donc mieux contribuër à donner une idée exacte du véritable accroiſſement des Sciences, que des recherches bien-faites & ſoigneuſement approfondies ſur la vie & la doctrine des anciens Philoſophes.

EXAMEN

EXAMEN PHILOSOPHIQUE
DE LA LIAISON RE'ELLE QU'IL Y A ENTRE LES SCIENCES ET LES MOEURS,

PAR M. FORMEY.

On a déjà formé de gros Recueils des differens Ecrits qui ont paru ſur le ſujet que je viens d'indiquer. Il y a dans quelques uns de ces Ecrits beaucoup d'eſprit, & dans d'autres une aſſez vaſte érudition; mais généralement parlant, qu'il me ſoit permis de le dire, j'y aurois deſiré un peu plus de Philoſophie. Je n'ai point trouvé qu'on y ait poſé ſuffiſamment l'état de la Queſtion; & le ſophisme, *Poſt hoc: Ergo propter hoc*, a été presque toujours ſubſtitué à des raiſonnemens beaucoup plus ſolides, qu'on auroit pû tirer du fonds même des choſes. Attentifs à parcourir les Annales du Monde, les Auteurs des Pieces dont je parle, ont crû qu'il ſuffiſoit de mettre en parallèle les Sciences & les Moeurs, telles qu'elles ont cõexiſté dans les différens Siecles, ou chez les différentes Nations, pour en tirer une concluſion démontrée de l'influence que les Sciences ont ſur les Moeurs. Rien de plus défectueux que cette induction; on y entaſſe une foule d'objets & de circonſtances, dont on fait, pour ainſi dire, une maſſe homogène, quoiqu'il y ait parmi ces objets & ces circonſtances des choſes, dont les unes ne prouvent rien, & les autres ſont mêmes contraires aux conſéquences qu'on prétend en dériver. Pour juſtifier pleinement ce que j'avance, il faudroit ſoumettre à une analyſe exacte celles d'entre les Pieces rélatives à cette Queſtion devenuë célébre, qui en méritent la peine. Ce n'eſt cependant pas mon deſſein; ce travail me paroitroit étranger aux vuës de nos Mémoires Académiques. Mais, ſi je ne me

trompe, je parviendrai, & plus ſeurement, & plus promtement, au but que je me propoſe, en remontant aux principes mêmes ſur leſquels roulent toutes ces diſcuſſions, & en examinant philoſophiquement, ſi les Sciences, & en général toutes les connoiſſances humaines, ont ſur les Moeurs cette influence qu'on leur a accordée, ſelon moi, trop legérement, & qui ſe réduit à bien moins qu'on ne ſe l'eſt imaginé. Il réſultera de là qu'on s'eſt débattu avec chaleur, & qu'on a déployé tous les efforts de l'eſprit, & tous les tréſors de l'erudition, pour maintenir l'aſſociation de deux idées, qui n'ont que peu ou point de rapport entr'elles. On a crû qu'il n'y avoit point de milieu entre ces deux Propoſitions; Les Sciences ont perfectionné les moeurs; ou, Les Sciences ont corrompu les Moeurs. Et moi je dis; Les Sciences n'ont fait, ni bien, ni mal, aux Moeurs; ou du moins leur efficace à cet égard ſe réduit à ſi peu de choſe que cela ne valoit pas la peine d'y tant inſiſter. C'eſt ce que je vais établir par deux Conſidérations générales auxquelles je rapporterai toutes les réfléxions particulieres, qui peuvent y être ſubordonnées.

I. Il n'y a que trois états poſſibles, dans leſquels on puiſſe ſe repréſenter les differentes Nations répanduës ſur le Globe de la Terre, depuis ces tems les plus reculés que nous appellons l'origine du Monde, juſqu'à ceux où nous vivons. Le premier de ces états, c'eſt l'ignorance primitive & naturelle, dont les Peuples Sauvages qui ont été découverts dans ces derniers Siecles, renouvellent le tableau. Le ſecond eſt celui des Nations qui ſe ſont tirées de cet état, & qui ont acquis ſucceſſivement les diverſes connoiſſances qui forment aujourdhui l'Encyclopédie des Sciences & des Arts. Le troiſième état enfin eſt celui des contrées où la lumiere s'eſt éteinte, & a fait place à de nouvelles ténébres; c'eſt le ſort préſent de l'Egypte, de la Grece, & de preſque tout l'Orient; c'eſt ce qui eſt arrivé en Europe pendant ces ſiecles d'ignorance, de fer & de plomb, qui ont précedé la renaiſſance des Lettres. Il s'agit de juger ſans prévention de ce qui a rendu les hommes meil-

meilleurs, ou plus mauvais, dans ces differentes Epoques rélatives aux Sciences, & de décider ſi leurs moeurs ont eu un rapport ſi immédiat & ſi conſtant à ces Epoques, qu'on ne puiſſe s'empêcher de les en faire dépendre.

1. D'abord dans le premier de ces états, dans celui de l'ignorance naturelle, je ne vois qu'une table raſe, une pierre d'attente, je n'y apperçois, à proprement parler, ni vertu, ni vice. Les hommes y ont les penchans que la Nature leur a donnés, & les ſuivent d'une maniere qui laiſſe fort peu de difference entre eux & les animaux. Cette remarque eſt beaucoup plus importante qu'elle ne le paroit d'abord; & je me perſuade d'en convaincre ceux qui feront attention à ce que j'ajoute pour la développer. On ſçait ſur la foi de Rélations autentiques, que les Nations ſauvages différent conſidérablement entr'elles à l'egard du caractère. Il y en a de féroces & d'intraitables, qui n'ont point voulu s'apprivoiſer avec les Européens, qui ſe ſont réfugiées dans des lieux inacceſſibles, ou qui, lorsqu'on les a comme domptées & enchaînées, ont donné des marques de perfidie & de cruauté, qui ont obligé, ou de les détruire entierement, ou de renoncer à tout commerce avec elles. D'autres au contraire ont témoigné une diſpoſition beaucoup moins farouche, elles ont répondu aux avances de commerce qu'on leur a faites, elles ont montré une eſpece d'équité, de candeur, de modération, dont on a fait de grands éloges, tandisqu'on a qualifié les premieres de monſtres, & que les noms d'Antropophages & de Cannibales réveillent une véritable horreur. Il s'agit de réduire tout cela à ſa juſte valeur; & nous le ferons en diſant que ces Peuples ont entr'eux la même difference que vous trouvez entre les animaux, & que ce qui arrive en paſſant des uns chez les autres eſt équivalent à ce qui arriveroit en paſſant d'une campagne remplie de Chiens, ou de Lièvres, à une autre remplie de Loups, ou de Tigres. Ce n'eſt point dégrader l'humanité que de faire une ſemblable comparaiſon; ce Sauvage, Loup ou Chien dans ſon état actuel, demeure toujours

jours un homme, entant qu'il n'y auroit qu'à lui donner de l'éducation, & lui inſpirer des principes, pour le tirer de cet état ; mais, ſi vous y prenez garde, le fonds du caractére demeureroit toujours. Les Anglois, les Italiens, les François, les Nations Septentrionales ſont des Tigres, des Renards, des Singes, des Ours, qui ont reçu les leçons humaniſantes, ſi je puis ainſi dire ; mais le fonds, le naturel, eſt-il effacé ? C'eſt le vrai cas de la Maxime : *Naturam expellas furcâ ; tamen usque recurret.* Le premier état dont je viens de parler, n'a donc aucun rapport à la Queſtion débattuë. Il eſt inutile de dire d'une part ; Voyez les vices qui régnent parmi ces peuples, parce que les Sciences y manquent ; ou de l'autre : Voyez les Vertus qui y ſubſiſtent, parce que les Sciences ne les en ont point bannies ; car on ſoutient ces deux Theſes oppoſées. Je les rejette l'une & l'autre, & je dis : Ne voyez rien, où il n'y a rien ; ces Peuples n'ont ni vertus, ni vices ; les idées leur manquent auſſi bien que les noms ; & vous tombez ici dans la même incongruïté, que quand vous parlez de la chaſteté des Tourterelles, ou de l'hypocriſie des Chats.

2. L'Aurore ſe leve ; le Soleil paroit ; le flambeau des Sciences brille & répand ſon éclat. C'eſt le ſecond état du genre humain. Mais cela ſe fait-il avec la même rapidité qu'on le raconte ? Ne faut-il pas des ſiècles entiers pour défricher les eſprits, qui réſiſtent bien plus longtems à la culture que les terres ? On en peut juger par la maniere dont les Sciences ſe ſont propagées, & ſe propagent encore tous les jours vers le Nord ? Et encore cette voye d'en juger n'eſt pas ſuffiſante. Car aujourdhui l'amas eſt tout fait, les Sciences ſont formées, les Nations peuvent, pour ainſi dire, ſe les livrer de la main à la main ; il ne s'agit dans les contrées où l'ignorance & la barbarie avoient juſqu'alors régné que de dégroſſir les eſprits : & c'eſt l'ouvrage d'une ou deux générations, comme on a eu un exemple des plus remarquables dans cet Empire qu'un ſeul homme a créé en l'éclairant. Mais ce n'eſt point ainſi que les Sciences ſont nées, & ſe ſont accruës. Pierre

le

le Grand en peu d'années de voyages a recueilli tout ce que les autres Siecles & les autres Nations avoient produit de plus précieux: il a enlevé, ſi je puis m'exprimer ainſi, tout un braſier de ce feu ſacré, dont les étincelles étoient autrefois diſperſées, & cachées ſous la cendre. Qu'on ſe rappelle les voyages des anciens Philoſophes, & les vérités qu'ils en rapportoient. Qu'on ſuive l'Hiſtoire des découvertes depuis Thales juſqu'à Descartes, & qu'on voye où en étoit l'édifice des Sciences, commencé par le premier, lorſque le ſecond ne vit de jour à bâtir qu'en détruiſant tout, & en partant du doute univerſel, ou tout au plus du ſentiment de ſa penſée, d'où il inféroit ſon exiſtence. Je réſerve pour ma ſeconde Conſideration générale l'examen intrinſéque des Sciences, deſtiné à faire voir juſqu'où elles peuvent influër ſur les moeurs; & pour le préſent je m'en tiens à demander ſi ce petit levain de connoiſſances vagues, imparfaites, & ce qu'il faut bien remarquer, reſtreintes ſurtout dans ces anciens tems à un petit nombre d'adeptes, avoit une liaiſon ſenſible avec les actions morales des hommes.

Je ſens néanmoins, qu'en combattant des ſentimens que je fais enviſager comme des extrémités, je dois éviter de tomber moi-même dans une autre. Les Sciences, & ſurtout les Arts qui marchent à leur ſuite, changent inconteſtablement la face d'un Etat, d'une Ville; & la changent même quelquefois au point de la rendre méconnoiſſable. Mais ce n'eſt pas tant en créant de nouvelles moeurs qu'en dévelopant, pour ainſi dire, celles qui étoient en germe, & qui n'attendoient que l'occaſion de ſe manifeſter. Ulyſſe donna-t-il de nouvelles moeurs à Achille en étalant à ſes yeux une armure complette & brillante? Point du tout. Ce jeune Guerrier s'enflamme à cette vuë, parce qu'il avoit un principe de valeur militaire, qui comme un feu ſecret vivoit & réſidoit dans ſon coeur, mais qui n'avoit pû encore paroître, faute d'objet, ni s'accroître, faute d'aliment. Tous les hommes ſont dans le même cas. Chacun a ſon penchant, ſon tempérament, ſon caractère inné; mais, ſi vous ſuppoſez qu'il ne ſoit jamais à portée de l'objet au-

quel ce penchant, ce tempérament, ce caractère, ſe rapportent, on ne s'en appercevra point; & la plus longue vie s'écoulera, ſans que ce principe occulte ſe dévelope. La Maxime commune eſt fauſſe, ou du moins mal exprimée : *Les honneurs changent les moeurs.* Ils ne les changent point; ils les manifeſtent. Un Parvenu, qui a joüé les rôles les plus humilians & les plus rampans dans ſon état de baſſeſſe, n'eſt fier & inſolent depuis ſon élevation que parce qu'il a toujours été tel. Voilà préciſément, ſi je ne me trompe, l'effet des Sciences & des Arts. Leur clarté nous découvre des objets, que nous ne connoiſſions point du tout, ou que nous ne connoiſſions pas ſous certaines faces. Auſſi-tôt nous ſortons de cet état d'indifférence où l'on eſt néceſſairement à l'égard des objets inconnus, pour nous porter vers ce qui nous plaît, & qui favoriſe des penchans, que nous croyons excités & produits, lorsqu'ils ne ſont que dévelopés & déclarés. Je n'ai garde de conteſter aux connoiſſances humaines, ou du moins à quelques unes d'entr'elles, cet acte d'illumination, qui leur eſt propre. Mais ce n'eſt que très improprement qu'on peut appeller cet acte la cauſe des effets qui viennent à ſe manifeſter enſuite. Un homme en cherchoit un autre à tâtons dans l'obſcurité pour le tuer; on apporte de la lumiere, il le tuë. Eſt-ce la lumiere qui eſt la cauſe efficiente de ce meurtre? De même nôtre coeur cherche à tâtons les objets qui lui conviennent; mais, s'il ne les découvre pas, ſes efforts ſont à pure perte, ou plutôt il ne ſçait poſitivement à quoi ils tendent; il ſent qu'il lui manque quelque choſe, ſans pouvoir l'indiquer. Les grands Génies & les grandes paſſions ſont également étouffés dans les ſiecles d'ignorance, & dans les païs de barbarie. Il y a des Ceſars & des Alexandres, des Newtons & des Leibnitz, des Catilinas & des Cromvels, chez les Hurons & chez les Iroquois; mais ils y ſont en brut, & jamais il n'y aura dans les circonſtances externes de raiſon ſuffiſante de leur dévelopement. Ce ne ſeroit, comme nous le verrons dans la ſuite, qu'autant que les Sciences fourniſſent des régles de conduite, & des motifs à l'obſervation de ces régles, qu'elles influeroient ſur les

moeurs

moeurs par une action immédiate; mais jusqu'ici nous n'appercevons en elles qu'une fonction purement indifférente. Le total des objets qu'elles nous font appercevoir eſt pareillement indifférent; on peut en faire un bon & un mauvais uſage. Dieu n'a point créé d'êtres dont la connoiſſance nous porte invinciblement, ou même plus fortement, au mal qu'au bien. L'homme éclairé connoit mille objets, ou mille uſages des objets, au lieu que l'homme ignorant n'en connoit que dix ou vint. Il y a toujours parité. C'eſt du coeur, de ce fonds naturel dont j'ai parlé, que dépend le reſte. C'eſt ce coeur qui fera tourner en bien ou en mal ce ſurcroît de connoiſſances, qui d'elles-mêmes n'ont rien qui le détermine à l'un plutôt qu'à l'autre, en ſuppoſant que ces connoiſſances ne ſont pas ſubordonnées aux Maximes d'une Morale ſaine, ou corrompuë. Et c'eſt ce qu'il faudra vérifier tout à l'heure.

Je paſſe auparavant au troiſième état dont les hommes réunis en Etats & en Peuples ſont ſuſceptibles; c'eſt l'ignorance & la barbarie qui ſuccédent aux Sciences. On pourroit tracer une eſpece de Carte de la route des Sciences ſur nôtre Globe, qui ſeroit auſſi bizarre & auſſi variée que celle des voyages du Prince d'Ithaque. Au lieu que la poſition de la Terre à l'egard du Soleil demeure toujours la même, ou du moins n'a changé depuis 40 ſiecles que d'une maniere presque imperceptible, on a vû l'Eſprit, le Goût, la Philoſophie, paſſer ſucceſſivement d'un point de la ſurface terreſtre à l'autre; & après avoir commencé dans le voiſinage de notre Tropique, s'avancer inſenſiblement au point de venir presque ſe confondre avec les Aurores Boréales. De bonne foi l'Hiſtoire des moeurs eſt-elle liée avec ces révolutions, & n'eſt-ce pas par machine, par artifice, qu'on y crée des rapports qui ſont presque tous d'imagination? Rien n'eſt plus propre à en convaincre que le ſuccès presque égal de ceux qui ont ſoutenu l'affirmative & la négative. Ils ont trouvé dans les Faſtes dequoi décrier les Sciences, auſſi bien que dequoi les accréditer. Et pourquoi!

C'eſt ce que les faits qu'ils alléguent en preuve ne ſont, ni pour, ni contre les Sciences. C'eſt qu'à leur arrivée elles ont trouvé les hommes avec leurs paſſions naturelles, qu'elles ne ſçauroient ni créer, ni anéantir ; & qu'à leur départ elles les ont laiſſé tels qu'elles les avoient trouvé. Voilà la véritable clé de cette Enigme, qu'on a plus embrouillée jusqu'ici qu'expliquée.

Je ferai cependant deux Obſervations particulieres ſur ce troiſième état dont je parle à préſent, ſur celui où les hommes ſe trouvent, lorsque par des cauſes quelconques ils perdent les lumieres qu'ils avoient acquiſes, & rentrent dans l'ignorance. Premièrement, on confond ſouvent ici les moeurs étrangeres qu'ont apportées avec ceux ces déluges de Barbares qui ont inondé l'Occident & l'Orient, Huns, Vandales, Gots, Alains, Sarraſins, Turcs, Tartares, avec les moeurs des Peuples dont ils envahi le territoire. Et alors on ſuppoſe un changement où il n'y en a point. Ce ne ſont point les moeurs des Romains changées & altérées que nous trouvons dans l'Hiſtoire depuis la décadence de l'Empire Romain ; ce ſont celles des Peuples, qui comme autant d'eſſains de ſauterelles, ont brouté & dévoré cet Empire. Cette remarque, très aiſée à juſtifier par des autorités & des citations, dont je ne veux pas groſſir ce Diſcours, cette remarque, dis-je, eſt très eſſentielle dans la Controverſe que je traite, & met fin à bien des raiſonnemens inutiles. J'y en joins une ſeconde ; c'eſt que l'état d'un Peuple qui a poſſédé les Sciences, eſt toujours plus fâcheux & plus corrompu, lorsqu'il rentre dans la barbarie, que s'il n'étoit jamais ſorti de l'ignorance naturelle. La raiſon en eſt, que ce dévelopement d'idées, cauſé par la lumiere des Sciences dont j'ai parlé, ayant favoriſé la naiſſance des Vices auſſi bien que celle des Vertus, ceux-ci ſe déſapprennent beaucoup plus difficilement que celles-là, parce que le coeur a un foible pour eux & les chérit ; de ſorte qu'un Vice une fois né eſt presque indeſtructible, & ſe transmet héréditairement, & indépendamment des cauſes externes. Les Vertus au contraire, les vrayes,

Vertus,

Vertus, les habitudes de l'Ame, qui la portent au bien, ceſſent bientôt, pour peu que les motifs qui les avoient fait naître, s'affoibliſſent. Mais, comme on le voit, les Sciences n'ont qu'un rapport accidentel à ces diverſes révolutions morales ; & c'eſt ce que je voulois prouver dans ma première Conſidération, par l'eſpece de revuë du genre humain qui vient de nous occuper. Je vais à préſent fournir des preuves plus directes encore, tirées de l'idée & de la nature même des Sciences.

II. Le terme de Sciences eſt du nombre de ces expreſſions vagues, qui ſont répanduës, communes, & continuellement répétées, ſans que ceux qui en font uſage ſoyent en état d'en fixer le ſens, ni croyent même qu'il ſoit néceſſaire d'y travailler. A' en juger d'après l'uſage, on entend en gros par les Sciences cet amas de connoiſſances ſur toutes ſortes de ſujets, que les hommes ont formé à l'aide de l'expérience & du raiſonnement, mais qui eſt plus compoſé d'opinions que de vérités, qui dépend des cauſes externes, du goût dominant, de la mode, & qui en conſéquence de cela varie de ſiecle en ſiecle, & de climat en climat, & n'a jamais un état de véritable conſiſtance. De cet amas chacun ſuivant ſon goût particulier tâche de s'approprier une portion dont il fait ſon objet, & à la faveur de laquelle, lorſqu'il y a fait certains progrés, ou qu'il vient à bout de perſuader aux autres qu'il les a faits, il paſſe pour Savant. Ainſi l'Empire des Sciences eſt un domaine partagé entre pluſieurs Citoyens, qui prétendent être égaux, & jouïr de tous les privileges de cette égalité naturelle ; la ſupériorité de talens reconnuë dans quelques uns d'entr'eux ne faiſant qu'augmenter l'etenduë de leur territoire, ſans leur donner aucun droit ſur celui des autres. Mais, quoique cette idée d'Empire des Sciences, de République des Lettres, ne ſoit pas entierement deſtituée de réalité ; quand après cela il s'agit de procéder à une vérification exacte, on ſe trouve aſſez embarraſſé de dire, où commencent les Sciences réélles, ſolides, dignes de ce nom, & jusqu'où elles peuvent être pouſſées ſans donner dans la chimère ; on l'eſt encore plus

peut-être à diſtinguer une foule d'Avanturiers, qui ſe faux-filent parmi les Naturels du païs, qui ſe donnent de grands airs dans un ſéjour où en bonne police ils ne devroient pas être admis, qui prétendent les premières places, & dans certains tems qui favoriſent leur audace, les uſurpent, & y exercent une tyrannie inſupportable. Il n'y a aſſurément point d'Etat plus mal réglé que celui dont nous donnons ici la deſcription ; tous les ſiecles ont vû le faux ſavoir éclipſer le véritable, l'orgueil qui eſt le ſupplément de l'ignorance, opprimer la modeſtie inſéparable des vrais talens : & ſi quelquefois un mérite rare, éminent, inconteſtable, ſe fait jour, & ſurmonte ces obſtacles, ce phénomene eſt rare & de courte durée. Je demande donc à ceux qui ont entrepris d'établir que les Sciences étoient utiles aux Moeurs, ou qu'elles leur ſont nuiſibles, s'ils ont bien fait attention à ce qu'ils appelloient Sciences, & s'ils ont travaillé avant toutes choſes à débrouiller le chaos auquel on eſt accoutumé de donner ce nom. Il ne me paroit pas qu'ils ayent pris des précautions ſuffiſantes à cet égard ; & alors leurs raiſonnemens ne ſauroient ſortir d'une généralité, qui les prive de toute leur force.

Les Sciences, ſi elles ſont quelque choſe, & s'il eſt poſſible de demêler ici l'ombre d'avec le corps, ſont les théories qui contiennent des principes, dévelopés jusqu'à un certain point, desquels on tire une ſuite non interrompuë de conſéquences, qui conduiſent à un dernier but, ou terme, qui n'eſt pas le *non plus ultra* de la théorie, mais qui eſt le dernier effort auquel eſt actuellement parvenu l'eſprit humain à ſon égard. De là vient l'accroiſſement poſſible, & effectif, des Sciences, ou théories. Un Savant prend la Science qu'il cultive, telle que l'ont laiſſée ſes prédéceſſeurs ; mais il fait valoir cet héritage, il l'améliore, il défriche des terres incultes, il aggrandit des bâtimens commencés, & laiſſe en finiſſant ſa carrière à ceux qui viendront après lui l'avantage de profiter de ſes travaux, & la tâche de les continuer. Si les Sciences avoient été traitées & cultivées de ſiecle en ſiecle de la façon

façon que j'indique, il y a longtems qu'elles auroient atteint le degré de perfection, où nous les voyons de nos jours; & nous aurions probablement déjà anticipé ſur pluſieurs découvertes réſervées à une poſtérité encore éloignée. Mais en vertu de l'anarchie & des déſordres dont je parlois tout à l'heure, on a perdu un tems infini en plans chimériques, en châteaux en l'air: toute l'ancienne Philoſophie des Grecs n'a été qu'un vain babil, un étalage de Principes arbitraires, d'où l'on vouloit dériver l'explication des choſes qui y avoient le moins de rapport; tout le Régne de la Scolaſtique a été l'eſclavage & l'opprobre de l'eſprit humain; & depuis qu'on ſe pique tant de raiſon, d'évidence, de démonſtration, on a peut-être pouſſé les choſes jusqu'à déraiſonner, c'eſt à dire, à vouloir tirer des forces de l'Entendement humain ce qu'elles ne ſont pas capables de produire. Montrez-nous la véritable Science en la dégageant de deſſous les Aromes, les Attractions, les qualités occultes tant anciennes que modernes, les hypotheſes qui ſe ſuccédent ſans ceſſe les unes aux autres; épurez, affinez au creuſet, donnez-nous l'or pur, & exempt de tout alliage. Cette opération n'a point encore eté faite, & il y a lieu de douter qu'elle ſe faſſe jamais. Les hommes parlent beaucoup de la Vérité; ils diſent qu'ils l'aiment, & qu'ils n'aſpirent qu'à la voir toute nuë; & cependant ils ne font guères autre choſe que la farder, la déguiſer, l'accoûtrer, les uns, il eſt vrai, avec plus d'art que les autres: mais cet Art eſt toujours un voile qui couvre la Nature. A préſent mettez les moeurs des hommes vis à vis de tout cela, & voyez s'il y a beaucoup de rapport entr'elles, & cette prodigieuſe diverſité de dogmes de toute eſpece, qui compoſent l'hiſtoire des Sciences. Si vous conſerviez quelque doute à cet égard, je vais entrer dans des détails propres, ſi je ne me trompe, à les diſſiper.

Et d'abord quelle eſt la proportion entre le nombre de ceux qui portent le nom de Savans, (ici je mets libéralement dans cette Claſſe tous ceux qui veulent y entrer,) & le nombre de ceux qui reſtent

tent dans l'ignorance. Elle varie, cette proportion, je l'avouë, rélativement aux tems & aux lieux. Autrefois, par exemple, à Lacedemone, à Thebes, il n'y avoit peut-être qu'une demi-douzaine de perſonnes qui euſſent quelque teinture de ce qu'on appelloit alors Sciences, tandis qu'à Athenes tout le monde raiſonnoit, jugeoit, décidoit, & que les Citoyens de cette Ville prétendoient former un Aréopage auſſi reſpectable en ce genre, que l'étoit celui de leurs Magiſtrats en fait de juſtice. Rome n'a-t-elle pas été enſuite pendant bien longtems la ſeule Ville où les Muſes euſſent des Temples & des Autels; & quoique je ne diſe pas cela dans un ſens abſolument excluſif, je puis le dire au moins dans un ſens de prééminence très conſidérable. Aujourd'hui comparez l'Eſpagne, la Pologne, la Ruſſie même, avec la France, l'Angleterre, & quelques Païs de l'Allemagne; combien y a-t-il de têtes ſcientifiquement penſantes dans ces premiers Royaumes, en comparaiſon de celles qui ſe trouvent dans les ſeconds? Je n'oſerois fixer aucun tarif d'évaluation, mais perſonne ne me niera que la diſproportion ne ſoit des plus conſidérables. Cela étant, je poſe en fait qu'à l'égard des lieux où les Amateurs des Sciences ſont ſi clairſemés, & ſi bornés eux-mêmes dans leurs connoiſſances, (car tel Docte du premier ordre dans un endroit, feroit à peine un Ecolier diſtingué dans un autre,) je poſe en fait, dis-je, que ce petit nombre de Gens qui ont quelque ſupériorité ſur le vulgaire, n'influënt en quoi que ce ſoit ſur lui, & que le cercle étroit de lumiere qu'ils ont tracé autour d'eux, eſt contigu aux ténébres les plus épaiſſes. J'en appelle à la preuve de fait, & je la crois aſſez connuë pour ne devoir pas y inſiſter.

Mais, dira-t-on, il n'en ſera pas au moins de même dans les régions où tout a l'air penſant, où l'on trouve, dans les grandes Villes au moins, un vintiéme, un quinziéme, un dixiéme peut-être de perſonnes qui ont l'eſprit cultivé, de la lecture, quelque genre d'étude, où chaque Science a un certain nombre de partiſans, qui s'y appliquent, les uns par goût & par un principe d'émulation, les autres parce qu'ils

ſont

ſont appellés à l'enſeigner, à la profeſſer, qu'ils appartiennent à des Corps, qui en ſont comme dépoſitaires, tels que les Univerſités, & les diverſes ſortes d'Académies. Ces gens-là aſſurément doivent donner le ton, on penſe d'après eux, on ſe fait une gloire de leur reſſembler en quelque choſe ; & en voilà aſſez pour caractériſer les moeurs d'une Nation. Ceci eſt ſpécieux ; mais il ne laiſſe pas d'y avoir extrêmement à rabattre.

Ne demeurons plus dans la dénomination vague des Sciences; décompoſons la maſſe, prenons chaque Science en particulier, indiquons ſon objet & ſes occupations, & voyons ce qui peut en réſulter pour les moeurs. Il n'importe par laquelle je commence, Le Phyſicien, le Géometre, le Chymiſte, le Botaniſte, l'Aſtronome, l'Erudit, le Poëte même & l'Orateur, marchent ici d'un pas égal ; & j'ai la même choſe à en dire. Le Phyſicien s'attache à l'étude de la Nature, il en examine les différentes parties, il s'étudie à en découvrir les reſſorts, les cauſes cachées, les opérations ſecretes; il raſſemble ſes découvertes, & les employe à groſſir le Tréſor de celles qui ont déjà été faites. Renfermé dans l'exercice de cette fonction, (car ſi vous l'en faites ſortir, pour le transformer en un Prédicateur, ou en un Miſſionnaire, cela change le point de vuë & la queſtion,) renfermé, dis-je, dans ſa ſphère, quel principe de réformation ou de détérioration en réſultera-t-il pour ceux qui vivent à portée de le connoître, d'être témoin de ſes occupations, & même d'en acquérir certaines notions ? Je ne vois pas la moindre influence de l'une de ces choſes ſur l'autre. Cela ſera encore plus vrai de Sciences plus abſtraites, & dont les recherches ſont moins à la portée de tout le monde. Que le plus grand Géometre prenne le vol plus élevé, qu'il atteigne à ce que ſon art a de plus ſublime ; qu'un Chymiſte infatigable opère dans ſon Laboratoire les prodiges les plus ſurprenans; qu'un Botaniſte groſſiſſe le Catalogue des Plantes par centaines, & découvre dans leur ſtructure ce que perſonne n'y avoit encore vû ; que l'Aſtronome voyage dans les

Cieux, & y faſſe, pour ainſi dire, des conquêtes ; que l'Erudit débrouïlle les plus anciennes origines des Peuples, explique les uſages les moins connus, porte le flambeau de la Critique dans les recoins les plus obſcurs : je ſuis fort trompé ſi le Soldat, l'Artiſan, l'homme non-lettré, de quelque condition qu'il ſoit, en apporteront le changement le plus leger à leur façon de vivre, & aux actions qu'ils ſont appellés à commettre dans la vie ordinaire.

De toutes les preuves la plus forte & la plus abrégée que je puis en donner, je la tire des Savans eux-mêmes. Quel effet produiſent ſur eux les connoiſſances qu'ils ont acquiſes? Naturellement ils doivent en reſſentir des effets immédiats & bien marqués. Ne craignez point que je veuïlle m'ouvrir ici un champ à la Satyre. Elle ſeroit très déplacée ; &, quand je ſerois fondé à m'y livrer, je la déteſte comme un fléau très pernicieux, qui ne corrige jamais, mais qui aigrit & envénime tout ce à quoi elle touche. Je demeure fidèle au principe qui doit être regardé comme fondamental dans ce Mémoire, c'eſt que les Sciences laiſſent les hommes tels qu'elles les trouvent ; & il me paroit exactement vérifié par l'expériance. Qu'un homme naturellement vain, violent, malin, perfide, qu'un de ces Tigres, ou de ces Serpens, dont je parlois plus haut, étudie les Sciences, & qu'aidé de cette force d'imagination, de génie, de raiſonnement, qui ſont des qualités naturelles & indifférentes, il devienne un vrai Coryphée dans la Science qu'il profeſſe, ſes moeurs, ſon caractère moral & perſonel, ſeront ce qu'ils auroient été, indépendamment de ces connoiſſances ; & s'ils paroiſſent avoir empiré, comme cela arrive ordinairement, c'eſt qu'il a plus d'armes, plus d'inſtrumens, plus de moyens, plus de ſecours pour ourdir ſes trahiſons, & faire éclater tous ſes vices, qu'il n'en auroit eu, s'il fut demeuré dans l'ignorance & dans l'obſcurité. D'un autre côté qu'un homme doux, intégre, généreux, humble, plein de droiture & de candeur, ait les mêmes avantages naturels, & faſſe les mêmes progrés dans les Sciences, ce ſera un grand homme à tous égards,

égards, & en qui les grands talens brilleront avec d'autant plus d'éclat qu'ils ſeront rehauſſés par de grandes Vertus. Il en eſt de même des Savans ſubalternes ; chacun d'eux n'amende, ni n'empire en étudiant: mais chacun d'eux trouve pareillement ſuivant l'etenduë de ſon ſavoir & le rang qu'il tient dans la Société, des occaſions de ſe diſtinguer en bien & en mal, qui lui auroient manqué s'il avoit vêcu dans un état abject, dans une profeſſion méchanique. Or ici, par une erreur perpétuelle, on attribuë à la Science ce qui vient de l'homme ; & l'on exagégere avec auſſi peu de fondement les Vertus qu'on en croit les fruits, que les Vices qui l'accompagnent. La choſe n'eſt point telle qu'on ſe la repréſente : ces Vertus & ces Vices ſont en ſemence dans le coeur comme dans un terroir ; les Sciences ſont le Soleil, la pluye, & les autres cauſes externes de la végétation, qui ne ſauroient aſſurément changer l'eſpece de la ſemence ; elle croit, elle ſort de terre, elle arrive à maturité ; & ſi ſes fruits ſont ſalutaires, ou venimeux, ce n'eſt encore une fois nullement par une action efficiente & formante de cauſes, qui ne ſont qu'excitantes & dévelopantes. Auſſi voit-on parmi les Savans préciſément la même différence morale qu'entre les autres Claſſes d'hommes, modifiée ſeulement par le genre de vie qu'ils menent, & les récompenſes auxquels ils prétendent. C'eſt à dire, que comme parmi les gens de guerre il y en a de bons & de mauvais, mais que généralement parlant leur profeſſion les porte à un certain genre d'excès, ou d'actions irrégulieres; comme parmi les Negocians, il y a d'honnêtes gens, & des fripons, mais que généralement parlant l'eſprit du négoce les rend intéreſſés, & les porte à certaines obliquités; & ainſi du reſte : de même parmi les Savans il y en a qui ſont dignes du plus grand reſpect, & d'autres du plus juſte mépris, mais qu'auſſi généralement parlant la vie de Cabinet, en les rendant ſédentaires, & quelquefois atrabilaires, leur donne de l'humeur, de la hauteur, des caprices, & le genre de récompenſes auquel ils aſpirent, ce laurier, cette fumée, dont ils ſont ſi avides, tourne leur eſprit à la jalouſie, à la malignité, aux manoeuvres par leſquelles ils cherchent à ſe déprimer les uns les autres,

en un mot à ces vices qui ſemblent les caractériſer d'une façon particuliere, mais qui ſont du même genre que les vices inhérens aux autres Profeſſions. Je ne ſai ſi je me fais illuſion, mais il me ſemble que voilà une idée bien préciſe de ce que produit la Science ſur le Savant même qui la poſſede: & ſi cela ne va point à changer le fonds même des moeurs, ai-je beſoin de m'arrêter encore à prouver, qu'à beaucoup plus forte raiſon ne doit-on lui attribuër aucun effet moral ſur ceux à qui elle eſt étrangère & inconnuë?

Mais quoi! N'y a-t-il donc rien dans toute l'etenduë des Sciences qui ſoit appliquable aux Moeurs, & dont elles puiſſent recevoir quelque avantage ou quelque détriment? Je n'ai garde de finir ce Mémoire, ſans avoir répondu à une Queſtion auſſi judicieuſe; & la réponſe que j'ai à y faire, fournira même des ouvertures finales & déciſives pour terminer pleinement la Controverſe générale qui nous occupe. Je dis donc premièrement, que toutes les Sciences, ou peu s'en faut, ont en effet un côté moral, des uſages de pratique, qui pourroient être preſſés, inculqués, & employés au profit commun de la Société. Dans tous les ſujets dont l'eſprit humain cherche à pénétrer les profondeurs, il rencontre, tantôt des merveilles jusqu'alors cachées qui le conduiſent droit au Souverain Etre, ſeul Auteur de toutes choſes, tantôt des profondeurs encore inacceſſibles, qui en le convainquant de ſes propres bornes, doivent produire le même effet. Tout eſt ſubordonné aux fins de la Nature, aux vuës de la Providence; tout eſt propre à nous mettre devant les yeux les perfections de Dieu: & dès qu'on eſt parvenu jusque là, rien de plus aiſé que d'en déduire les motifs qui doivent nous engager à régler nos actions d'une maniere conforme à l'idée que nous avons du premier Etre. Voilà peut-être, ou plutôt ſans contredit, les plus magnifique avantage des Sciences; c'eſt de conduire à Dieu & à la Vertu: mais eſt-il ordinaire de les enviſager de ce côté-là? Il y a, je l'avouë, quelques Ouvrages qui ſe rendent recommendables par cet endroit; mais ils ſont

en

en trop petit nombre, pour qu'on puiſſe dire des Sciences en général qu'elles ſe lient avec les Moeurs, par l'application qu'on y en fait. Ainſi je répons d'abord à la Queſtion que je m'étois propoſée, qu'il y a réellement dans presque toutes les Sciences dequoi rendre les hommes meilleurs, s'il le vouloient; mais que c'eſt à quoi l'on penſe le moins, ſoit en ſe déterminant à les cultiver, ſoit lorsqu'on y a fait les progrés même les plus conſidérables. Ceux qui en tirant ces ſalutaires uſages, ne le font, ſuivant mon principe fondamental, que par ce qu'ils ſont naturellement bons & vertueux. (*) C'eſt les cas des alimens, qui dans un corps bien conſtitué ſe transforment en liqueurs propres à la conſervation, tandis que dans un corps cacochyme il s'en forme un mauvais chyle, & un ſang chargé d'impuretés.

Ce n'eſt pas là pourtant encore tout ce que j'avois à dire à cet égard: au contraire l'eſſentiel me reſte. Outre le côté moral des Sciences, j'en apperçois une diſtincte de toutes les autres, qui s'appelle MORALE, parce qu'elle a les moeurs pour objet, & qui par conſéquent eſt faite pour les régler, en ſorte que ſuivant la nature de ſes directions, les moeurs ſeront bonnes ou mauvaiſes. Si donc la culture des Sciences ramene celle de la Morale, & que réciproquement la ruïne des Sciences entraîne celle de la Morale, il en réſultera que les Sciences influënt ſur les Moeurs, ſinon par elles-mêmes & toutes enſemble, au moins parce qu'elles renferment dans leur cohorte, ſi je puis m'exprimer ainſi, la Science des Moeurs. Ce raiſonnement ſeroit de la derniere juſteſſe, s'il étoit auſſi vrai qu'on le ſuppoſe, que dès que l'on ſe met à cultiver les Sciences, la Morale eſt du nombre, &

 rient

(*) Je trouve dans *Philippe de Comines* un mot qui prouve que ce judicieux Ecrivain avoit ſaiſi l'idée qui régne dans tout ce Mémoire: *Un Prince*, dit-il, (Liv. V. vers le commencement du Chap. 18.) *un Prince, ou homme de quelque eſtat qu'il ſoit, ayant force & authorité là où il demure, & par deſſus les autres, s'il eſt bien lettré, & qu'il ait veu ou leu, cela l'amendera ou l'empirera*: car les mauvais empirent de beaucoup ſçavoir, & les bons amendent.

tient parmi les autres le rang qu'elle mérite. Mais ſi je conſulte l'Hiſtoire & l'Expérience, je trouve premièrement que les Sciences ne ſont pas plus liées avec la Morale qu'avec les Moeurs, & que de tout ce qui peut être réduit en Théorie & en Corps de doctrine, il n'y a rien à quoi on ait moins penſé qu'à la Morale; & ſecondement, que lorſqu'on s'eſt aviſé de toucher à cette belle Science, la ſeule qui intéreſſe au fonds véritablement l'homme, on l'a fait d'une maniere ſi imparfaite, on a poſé des principes ſi vagues, ſi peu propres à faire naître des motifs à la détermination des actions humaines, que les hommes ſont demeurés, comme nous ne ceſſons de le dire, tels qu'ils étoient, vivant ſuivant leurs goûts & leurs penchants, & ne ſe mettant guères en peine de les ſubordonner à d'autres Loix qu'à ces Loix poſitives qui ſont armées contre le crime. Ici que l'on ſe rappelle d'un coup d'oëil l'Hiſtoire de la Morale. Je ne parle point de ce Peuple privilégié à qui Dieu donna lui-même ſa Loi; il fait un très grand objet aux yeux de la Foi, mais il a fait une trés petite figure dans l'Univers, & n'entre presque pour rien dans le Tableau qui repréſente les révolutions du genre humain, ſans compter qu'il n'a gueres bien profité lui-même des ſecours extraordinaires qui lui ont été diſpenſés. Mais je prens les hommes de tous les tems & de tous les lieux, tels que les Annales du Monde nous les font connoître, & je ne vois qu'une ſeule Nation qui ait fait ſon capital de la Morale, qui l'ait enviſagée comme une Science immédiatement & continuellement appliquable à la vie & aux actions des Citoyens, & qui en ait ouvert des Ecoles, non de ſimple théorie, mais de pratique, où l'on eſt formé à la vertu, comme on l'eſt ailleurs aux exercices du Corps, aux Arts & aux Sciences. Vous reconnoiſſez aiſément à ces traits le fameux Empire de la Chine, le plus ancien, le plus floriſſant, & à cet égard le plus reſpectable qui ait jamais exiſté. La Morale connuë, & traittée comme elle l'a été dans cet Empire, influë ſans contredit ſur les moeurs; & il ſeroit même puérile de mettre la choſe en queſtion. Mais trouverez-vous dans tous les autres Empires anciens & modernes quelque choſe de ſemblable? Jusqu'à

Socrate

Socrate a-t-on parlé de Morale? Martyr de ſe doctrine, ſon exemple a-t il été fort encourageant pour les autres? Ceux qui ont recueilli cette doctrine ont presque uniquement tourné leur vuës du côté de ces ſpéculations creuſes & métaphyſiques, qui régnent dans Platon. Epicure a-t-il eu une Morale? Ariſtote & tous les Peripateticiens, jusqu'à l'extinction du nom & de la Secte, ont-ils été au delà de ces diviſions & de ces diſtinctions qui exercent la ſubtilité de l'eſprit, ſans faire le moindre effet ſur les inclinations du coeur? Les Stoïciens ſemblent faire une exception; ils ont éte tout occupés de la Morale, ils ont même exalté jusqu'aux nuës les prérogatives de celle qu'ils enſeignoient. Mais quels fondements ont-ils poſé? Quels paradoxes n'ont ils pas débité? Et leur Sage n'a-t-il pas plutôt l'air d'un Citoyen des petites Maiſons que d'un Membre utile à la Société? Je n'ai garde de nier qu'il ne ſe trouve de belles Maximes, d'admirables préceptes dans Epictete, dans Marc Aurele; mais cela ne fait point une Morale: & quand on a bien vanté ces Maximes & ces préceptes, on eſt tout ſurpris de ne découvrir pour encouragemens à leur pratique, que l'orgueil ou le deſeſpoir: car j'appelle deſeſpoir toutes ces Conſolations Philoſophiques priſes de la deſtinée, & de la néceſſité immuable des événemens. Voilà pourtant tout ce que l'Antiquité nous fournit de mieux; & quand cela vaudroit beaucoup d'avantage, je demande ſi l'on s'en mettoit fort en peine hors des Ecoles, & ſi ces dogmes n'étoient pas d'une ſtérilité parfaite. La raiſon en eſt que la Morale, toute Morale qu'elle eſt, n'enfluera jamais ſur les moeurs, qu'autant qu'elle fera partie d'une Religion; & voilà pourquoi le Chriſtianisme a changé à cet égard la face de la Terre, quoique la corruption humaine ait conſidérablement altéré le renouvellement qu'il auroit dû produire. Depuis l'établiſſement de cette Religion, il ne faut pas confondre les lumieres qu'elle a données avec ce que nous avons appellé jusqu'ici les Sciences. Mais encore malgré ces lumieres, où en eſt la Morale aujourdhui même, conſidérée comme une Théorie, une Science claire, ſolide, continuellement applicable

à la

à la pratique ? Où ſont les Manuels à la portée de tout le Monde, dont on ait vû des effets frappans, ou dont on puiſſe s'en promettre pour la ſuite ? Il ſe trouve donc, pour mettre le comble à la démonſtration que j'ai entrepriſe, que la Science des Moeurs elle-même a été & demeure parfaitement inutile aux moeurs, qu'elle rentre à cet égard dans la catégorie des autres, & que toutes enſemble n'ont juſqu'à préſent contribué en rien à produire ſur le Théatre du Monde ces changemens favorables ou ſiniſtres qu'on ne ceſſe de leur attribuër. Les Arts ſur leſquels j'ai moins inſiſté, ſont compris également dans mon aſſertion ; & je n'aurois pas plus de peine, ſi on l'exigeoit, à démêler leurs effets naturels & propres, de ceux qu'il faut attribuer au caractère inné & eſſentiel des Nations où ils ont fleuri. Partout je me fais fort de retrouver non ſeulement l'homme, mais encore l'homme d'une telle eſpece, c'eſt à dire, doüé d'un tel caractère naturel, rélatif au climat & à d'autres cauſes phyſiques, & que les cauſes externes qu'on a coutume d'appeller morales, ne font tout au plus que modifier, & encore d'une maniere qui à des yeux clairvoyans & philoſophiques, laiſſe toujours voir le fonds & le baſe de ces modifications. En un mot les Sciences & les Arts, quelque rang qu'elle tiennent chez une Nation, ne ſont à ſon egard que comme les couleurs à l'égard du corps ; elles ne changent que la ſurface, le corps reſte ce qu'il étoit, bois, pierre, métal, ou telle autre matiere, dont toutes les couleurs ſucceſſives n'altéreront jamais la ſubſtance.

EXAMEN

EXAMEN
D'UNE QUESTION
CONCERNANT
LA LIBERTE.

PAR M. MERIAN.

S'il y a un Fatalisme groſſier, qu'on reconnoit au premier abord, parce qu'il ne prend pas la peine de ſe déguiſer ; il y a auſſi un Fatalisme ſubtil, qui ſe cache ſous les dehors les plus ſpécieux, qui ſe pare des dépouïlles de la Liberté, qui en uſurpe le nom & les prérogatives : vrai Protée, qu'on ne découvre ſous ſa forme naturelle qu'après en avoir étudié, avec ſoin, les diverſes transformations. C'eſt ce que j'ai eſſayé de faire dans deux Mémoires, (*) où je tâche de fixer la notion d'un Principe vraiment actif, qui pourroit nous rendre reſponſables de notre conduite.

Mais ce Principe, ainſi que je le détermine, ne ſeroit-il pas une ſimple limitation, ou le réſultat d'une limitation; & par conſéquent une imperfection eſſentielle à notre être, comme les limites le ſont à une figure? La fatalité ne lui ſeroit-elle pas, & préférable de ſa nature, & infiniment plus avantageuſe à l'homme ? Enfin un être illimité & tout-parfait ne ſeroit-il pas exclus, par là-même, de la claſſe des agens libres? C'eſt là une queſtion ſur laquelle on me permettra de dire mon ſentiment.

Le libre arbitre réſulte de la limitation ; cela eſt bientôt dit : mais I.
je demande à ceux qui le diſent qu'ils me faſſent voir, par une analyſe exacte,

(*) Hiſtoire de l'Académie pour l'année 1750. p. 419 & 486.

exacte, comment ces deux notions tiennent enſemble : qu'ils me développent diſtinctement cette origine de la faculté ſoi-mouvante, en la faiſant ſortir, comme à vûe d'oeil, des bornes dont les êtres finis ſont environnés.

Déjà, ſi l'on prend le terme de limitation dans toute l'étendue du ſens qu'il peut recevoir, la propoſition eſt inſoutenable ; ou du moins tire-t-elle à des conſéquences fort étranges. Non ſeulement il s'enſuivroit que tous les êtres limités ſont des agens libres ; ils ſeroient d'autant plus libres qu'ils ſeroient plus limités : les pierres & les métaux deviendroient de tous les êtres connus ceux qui jouïroient du plus haut degré de liberté.

Il importe donc de connoitre, de plus près, cette eſpece particuliere de limitation qui nous ſouſtrait à l'empire de la néceſſité : peut-être n'eſt-il queſtion que de la limitation des Intelligences : la choſe mérite d'être examinée.

Mais icy ſe préſente d'abord une obſervation fâcheuſe ; c'eſt que le manque de liberté eſt tout auſſi compatible avec l'intelligence finie que ne l'eſt la jouïſſance de cette faculté. Quand nous accorderions que tous les eſprits finis fuſſent libres, il faudroit pourtant convenir qu'ils ne le ſont ni toujours, ni en toutes leurs modifications. Ainſi tout n'eſt pas libre en eux, quoique tout y ſoit fini : leur liberté ne ſauroit donc être une conſéquence néceſſaire de leur limitation.

On peut concevoir, en quelque façon, la production d'un eſprit fini par la poſition des limites. Qu'on ſuppoſe une intelligence illimitée, qui, dans notre cas, ne ſera point libre : qu'on ôte de l'idée de ſes attributs l'idée de l'infini : on ſe formera ainſi, par une eſpece de création mentale, des intelligences bornées de diverſes claſſes, ſelon qu'on en élargira ou reſſerrera les bornes. Mais comment conçoit-on que de cette opération puiſſe réſulter un eſprit fini, doué du *principe ſoi-déterminant*, rien de pareil n'étant ſuppoſé dans la ſubſtance infinie

finie, dont on l'aura, pour ainſi dire, retranché ? Je propoſe ce problême à des Philoſophes profonds, qui le réſoudront à coup ſûr, s'il y en a une ſolution à eſpérer.

Ce qui m'empêche, en particulier, d'être de leur avis, c'eſt qu'après tout les limites ne ſont que des négations, pendant que le libre arbitre eſt un principe poſitif, qui ſe manifeſte par des effets réels. Sort-ce donner une bonne raiſon de la production de ces effets que de les attribuer à un défaut dans leur cauſe ? Ce qui n'eſt pas, peut-il être l'origine de ce qui eſt ?

Cependant c'eſt là ce qu'ils ſont obligés de ſoutenir : leur doctrine les engage à démontrer un raiſonnement à peu près comme celuy-ci : Les propriétés des êtres finis ſont toutes bornées ; donc ils en ont une que l'être infini n'a point : l'homme n'eſt pas Dieu : donc l'homme eſt libre : Mais où ſont les idées moyennes qui lient ces deux propoſitions ?

Je ne penſe pas qu'ils confondent les limites de la liberté avec la liberté elle même ; la mépriſe ſeroit trop palpable. La ſphère de notre activité eſt fort étroite ſans doute : nous ne ſommes libres que juſqu'à un certain point ; mais de ce qu'un pouvoir eſt limité s'enſuit-il qu'il n'exiſte qu'en vertu de ſes limites, ou qu'il ne ſoit lui-même qu'une limitation ? Ils ſavent trop bien qu'il s'enſuit tout le contraire, & que pour pouvoir être limité il faut être quelque choſe.

Enviſageons la queſtion ſous un autre point de vûe, & demandons ſi un être dont toutes les actions ſeroient déterminées par la néceſſité ſurpaſſeroit, en perfection, un être, ou eſſentiellement libre, ou qui auroit reçû la liberté en préſent, préſent funeſte, dit-on, vraye boëte de Pandore, ſource de tous nos crimes & de tous nos malheurs. II.

Un contraſte remarquable régne icy entre les ſentimens des Philoſophes. Tandis que les uns refuſent la liberté à l'homme, de peur de

le trop élever, & d'en faire comme un petit Dieu ; les autres croyent le dégrader beaucoup en la lui accordant. Tenons, s'il eſt poſſible, un juſte milieu, & tâchons de nous repréſenter notre condition telle qu'elle eſt, c'eſt à dire, ni trop brillante, ni trop abjecte.

A' ne comparer, comme on devroit le faire, que la nature d'agent libre à celle d'automate, je ne crois pas qu'on pût trouver cette diſcuſſion fort embarraſſante. Les cauſes agiſſantes par elles-mêmes, entant que cauſes, ſont d'un ordre ſi viſiblement ſupérieur aux agens néceſſaires & aux cauſes mécaniques, (je n'excepte point le mécanisme ſpirituel le plus raffiné,) que cette ſeule conſidération ſuffiroit pour décider. Ces dernieres cauſes produiſent toujours leurs effets déterminés, & n'en ſauroient produire d'autres, parce qu'elles obéiſſent à un principe externe ; au lieu qu'il eſt eſſentiel aux premières de pouvoir prendre un parti de leur chef & d'être maitreſſes de leurs actions. Or, entre les idées d'indépendance & de dépendance, entre agir & pâtir, entre mouvoir & être mû, la différence eſt trop marquée pour pouvoir être méconnue.

C'eſt donc ne pas ſaiſir le vrai point de la controverſe que de demander, par exemple, ſi une montre qui va bien, n'eſt point préférable à un homme qui ſe conduit mal : aſſurément qu'elle eſt plus parfaite dans ſon genre ; mais ce n'eſt pas à dire que le genre des machines, ou des automates, ſoit préférable à celui des agens libres.

Il ne faut que quelques réfléxions très ſimples pour faire ſentir l'incongruité du principe dont on ſe ſert icy pour apprécier la perfection.

Si la liberté étoit un défaut, parce qu'on peut ſe déterminer au mal ; elle ſeroit un avantage, parce qu'on peut ſe déterminer au bien ; elle ſeroit donc perfection & imperfection tout à la fois.

Si tout ce qui peut contribuer au déſordre phyſique ou moral, étoit imperfection ; toutes les facultés de notre corps, toutes celles de notre

notre ame devroient être rangées dans cette claſſe, tout auſſi bien que la liberté ; vû qu'il n'y en a aucune qui ne puiſſe devenir l'inſtrument du crime ou de la douleur : ces facultés tant célébrées qui nous diſtinguent de la brute ſeroient celles préciſément qui rendroient notre nature le plus défectueuſe : & les êtres inanimés ſeroient le chef-d'oeuvre du Créateur.

Mais la vérité eſt que la ſubſtance libre ne peut faire le mal que parce que ſans cela elle ne pourroit pas faire le bien, & qu'à proprement parler elle ne pourroit rien faire. C'eſt donc donner une définition bien étrange de la liberté que de la nommer *le pouvoir de faire le mal ;* c'eſt comme ſi on définiſſoit la vûe la faculté de loucher, ou la parole la faculté de mentir.

Mais ſuppoſons encore que des choſes auſſi hétérogenes puiſſent être comparées ; comment s'y prend-on, pour l'ordinaire, en peſant les avantages de la fatalité contre ceux du libre arbitre ? On ſe forge, à plaiſir, une machine penſante, comblée de perfection & de bonheur ; & puis on oppoſe à cet être romanesque un agent libre, rempli de vices & de déréglemens : c'eſt ſur une ſuppoſition auſſi précaire que celle-ci qu'on décerne les honneurs du triomphe à la fatalité.

Rendons au moins la fiction égale des deux côtés ; & faiſons paroitre la liberté & la néceſſité, chacune dans ſon plus grand éclat. Je me figure un homme déterminé fatalement à une ſuite non-interrompue de bonnes actions : je m'en figure un autre qui tient librement la même conduite : auquel des deux ajugera-t-on la palme ? ou plutôt peut-on douter un inſtant qui des deux la mérite ? Les actions du premier ſont ſuſceptibles, tout au plus, d'une beauté phyſique : ce ſera, ſi vous voulez, une piece curieuſe, mais où il n'y a pas plus de vraye vertu que dans une pendule de Graham ; au lieu que les actions du ſecond, outre ce parfait phyſique, auquel la liberté ne déroge en rien, brillent d'une perfection morale, perfection au deſſus de laquel-

le il n'y en a point à imaginer. Un univers rempli de merveilles ne vaut pas un être qui ſe détermine librement au bien.

Si nous réflechiſſons en ſuite ſur le fruit de nos oeuvres ; ſans doute que le plaiſir le plus doux, le plus pur, & le plus noble qu'on puiſſe recueillir d'une conduite irréprochable, c'eſt cette ſatisfaction interne qui nait d'une bonne conſcience, c'eſt à dire, d'une conſcience qui atteſte que nous nous ſommes acquittés librement de nos devoirs. Or c'eſt là un ſentiment que l'honnête-homme machinal ne ſauroit éprouver ; à moins que le même deſtin propice dont il eſt le bienheureux inſtrument, ne lui perſuade fatalement qu'il a agi par lui même : Et le beſoin de cette illuſion emporte déjà la balance en faveur de la liberté.

On peut obſerver, à cette occaſion, que ſi en effet nous ne ſommes pas libres, & ſi le franc-arbitre n'eſt qu'une belle chimère, c'en eſt au moins une dont nous nous berçons très volontiers autant de fois que nous y trouvons notre compte ; & qu'à cet égard nous ſommes ſervis, à ſouhait, par la deſtinée. Tant que nous croyons bien faire, & que le vent de la proſpérité enfle nos voiles ; nous ne nous aviſons guères de faire honneur de notre conduite à la fatalité : nous nous enorgueilliſſons du ſuccès de nos entrepriſes, comme ſi la gloire nous en appartenoit en propre : entrainés par le courant du deſtin nous tenons fierement le gouvernail, & nous nous applaudiſſons de nos belles manoeuvres. Ce n'eſt que lorsque nous aurions mal manoeuvré, & que la barque va périr, ce n'eſt qu'alors, dis je, que nous nous ſouvenons de la fatalité pour la charger de notre infortune & de nos malédictions. Dès lors ce n'eſt pas le héros *qui a fait la faute ; c'eſt Jupiter, c'eſt la Parque, c'eſt la Furie qui marche dans les ténebres.* (*)

Dès-

(*) - - - - ἐγὼ δ'ὀυκ ἄιτιός ἐιμι,
Ἀλλὰ Ζεὺς, καὶ Μοῖρα, καὶ ἠερόφοῖτις Ἐριννύς.
Homerus, Iliados Lb. XIX.

Dès que la Liberté eſt reconnue pour une faculté réelle & pour une perfection, il n'eſt plus permis de la refuſer à Dieu; elle lui appartiendra, au contraire, dans le degré le plus indépendant & le plus ſublime de tous; ſoit qu'on l'enviſage ſimplement comme l'être tout-parfait, l'être par excellence; ſoit qu'on révere en lui la cauſe premiere de notre exiſtence & de nos réalités, le créateur & le modérateur de l'univers. III.

L'idée de la Divinité eſt trop grande, ſi j'oſe ainſi m'exprimer, pour la petiteſſe de notre entendement. Le ſeul moyen de nous en tracer un foible crayon, c'eſt de concevoir d'abord un eſprit fini le plus parfait poſſible, & d'écarter en ſuite la notion des limites. De cette façon nous voyons, d'un côté, toutes les propriétés de cet eſprit fini s'exalter & s'élever a leur plus grande perfection, & de l'autre nous voyons diſparoitre tous les défauts qui provenoient de ſa limitation. Si donc le principe actif étoit de ce dernier nombre; notre opération devroit le laiſſer en arriere & l'anéantir avec les limites; mais il n'y a aucune raiſon de l'affirmer: il eſt viſible, au contraire, que ce principe doit prendre une réalité infinie, & devenir toute puiſſance de puiſſance bornée qu'il étoit. Son élévation ne peut pas non plus lui faire changer de nature; & perſonne n'oſeroit ſoutenir qu'une liberté infinie, la plus grande de toutes, fût la même choſe qu'une néceſſité abſolue, la plus grande des néceſſités.

Cette liberté divine ſe manifeſte encore avec plus d'évidence, lorſqu'on conſidére l'être ſuprême comme auteur de toutes choſes. Dès lors on ne peut la révoquer en doute ſans violer les loix les plus ſimples du raiſonnement, ſans poſer des effets plus grands que leur cauſe, ſans tomber dans l'inconvénient d'admettre une liberté finie qui fût la production fatale d'une infinie néceſſité.

Nous avons vû les prérogatives de l'exercice libre de la vertu en nous en tenant à l'homme; mais toutes les réfléxions que nous avons faites

faites à ce ſujet peuvent également être appliquées à la Divinité. Le manque de liberté la priveroit également de la perfection & de la félicité morale, tandis que les intelligences finies pourroient jouïr d'une perfection & d'une félicité auſſi tranſcendantes ; ce qui certainement ne formeroit pas un Syſtème des plus liés.

Je pourrois inſiſter ſur d'autres inconſéquences de la même nature, comme par exemple ſur le contraſte que produiroit une infinie néceſſité en ſe réglant fatalement ſur les déterminations variables de notre libre arbitre. Un Dieu de cette eſpece, ſoit dit ſans bleſſer le reſpect que ce nom inſpire, ne reſſembleroit il pas à une machine immenſe, que nous remuerions à notre gré, & dont notre fantaiſie détermineroit & varieroit à chaque inſtant les mouvemens ? En un mot, quelle vénération mériteroit un être qui ne nous auroit produits que parcequ'il ne pouvoit pas ſe paſſer de notre exiſtence ? & qui ne diſpoſeroit de nous, ſoit en bien ſoit en mal, que parcequ'il n'en peut pas diſpoſer autrement ?

Cecy me conduit à juſtifier une theſe que j'ai avancée d'après un des plus grands eſprits de l'Angleterre : j'ai dit que nous ne devrions pas à un tel Dieu plus de remercimens pour ſa bonté que nous ne lui en devrions pour ſon éternité, parce qu'il ſeroit auſſi néceſſairement bon que néceſſairement éternel, & que la reconnoiſſance ne peut avoir pour objet qu'un bienfait librement accordé. Dans le Syſtème que je combats cela ſeroit d'autant plus vrai que le moindre retour de la créature libre ſeroit d'un prix infiniment ſupérieur aux bienfaits d'une fatale création & d'une fatale providence.

On me dit icy que remercier Dieu n'eſt autre choſe que l'aimer, & que nous devons de l'amour à quiconque nous fait du bien ; puiſqu'à cet égard il eſt impoſſible de demeurer dans l'indifférence. Je prendrai la liberté de faire voir que ce n'eſt pas s'exprimer avec trop de juſteſſe que de s'exprimer ainſi, & qu'on n'a pas bien compris le ſens des paroles du Docteur Clarke.

D'abord

D'abord, n'eſt il pas viſible qu'on confond l'amour en général avec la reconnoiſſance ? On peut aimer une perſonne à qui l'on n'a aucune obligation, il ne faut que des qualités aimables pour exciter de l'amour ; mais le ſentiment de la reconnoiſſance ne peut être produit que par une généroſité librement exercée : il n'eſt donc que cette eſpece particuliere d'amour, & tout autre ſentiment n'eſt pas de la reconnoiſſance. En effet, que puis-je reconnoitre dans une ſubſtance qui ne me fait du bien que parce que la néceſſité de ſa nature l'y porte inévitablement ? Me lui ſentirai-je plus redevable qu'au feu qui m'échauffe ou à l'air qui me rafraichit ? Il eſt naturel de ſe plaire à toutes les ſenſations agréables ; mais tant qu'elles ne ſont point diſpenſées librement, elles ne peuvent devenir la ſource d'aucune obligation morale.

Et c'eſt icy qu'on tombe dans une ſeconde mépriſe en confondant un ſentiment avec un devoir. Ce n'eſt pas aſſurément par devoir que nous aimons ; & il ne dépend point de notre libre arbitre d'aimer ou de n'aimer pas. Or, dans le paſſage de M. *Clarke*, il s'agit d'un hommage libre, que l'on doit au ſuprême bienfaiteur ; & cet hommage c'eſt la reconnoiſſance, non plus conſidérée comme ſentiment, mais la reconnoiſſance active, que nous nommons remerciment, de quelque façon qu'il s'exprime.

Remercier Dieu n'eſt donc pas ſimplement l'aimer ; peut-être eut on mieux parlé en diſant que c'eſt l'imiter, que c'eſt ſe conformer aux regles éternelles du juſte : c'eſt là, en effet, à quoi la reconnoiſſance nous oblige, à quoi elle nous engage comme un puiſſant motif ; mais à quoi elle ne nous contraint pas. Et c'eſt à cet exercice libre de notre devoir envers Dieu que j'ai dit que nous ne ſommes obligés qu'autant qu'il nous accorde des graces qu'il pouvoit nous refuſer, ou qu'autant qu'il nous en accorde librement. J'aurois pû ajouter

que c'eſt là l'unique fondement ſur lequel on puiſſe établir une religion & un culte raiſonable de la divinité.

Il faut rendre juſtice aux intentions de ceux qui ſe plaiſent à croire un Dieu qui n'eſt pas libre : ils ſe figurent un ſort plus gracieux, un état plus fixe ſous l'empire du deſtin qu'ils ne penſeroient ſe le pouvoir promettre en plaçant la liberté ſur le trône de l'univers. A bien examiner la choſe, cela ne vient-il pas de ce qu'ils ſuppoſent d'avance que c'eſt une fatalité heureuſe, qui amenera toutes choſes à bien, & nous rendra tous, tant que nous ſommes, fortunés & contens ?

Mais pourquoi, s'il ne s'agit que de ſuppoſer, ne ſuppoſerions-nous pas les mêmes deſſeins à une providence libre ? Et s'il s'agit d'eſpérer avec vraiſemblance ; cette eſpérance flatteuſe me paroit infiniment plus fondée ſous le gouvernement d'un eſprit tout-puiſſant & parfaitement ſage, inſpecteur & juge éclairé de nos actions, dont il eſt ſeul capable d'apprécier la moralité, qui en fait la vraie valeur. Il me ſemblequ'un honnête homme ſe trouveroit plus à ſon aiſe ſous cette domination que ſous le deſpotisme d'une ſouveraine fatalité, qui régleroit toutes choſes ſans pouvoir ſe régler elle-même. (*)

Si l'on veut regarder comme incertain le ſort qu'un Dieu libre nous prépare dans l'avenir ; ſait-on mieux quelle ſera l'iſſue du labyrinthe où la fatalité nous promene ? Quelle certitude de plus y a-t-il qu'elle veuille fatalement notre bonheur, & que nos noms ſoient écrits en lettres d'or dans le livre des deſtinées ? Si nous voulions tirer cette agréable conſéquence des biens répandus ſur le globe terreſtre ; il ſeroit à craindre que d'autres ne trouvaſſent une preuve du contraire dans les maux qui y ſont peut-être en plus grand nombre.

Vous

(*) - - - - *Qui mundum regere quicquid*
Cogitur ipſe, poteſt.
Luc. Ph. L. VI.

Vous me dites, à la vérité, que ce ſont des maux de paſſage, qui ſe redreſſeront : & au milieu de vos miſeres vous vous écriez, comme autrefois la Corneille du Capitole, que *tout ſera bien* (*). Je le ſouhaite de tout mon coeur ; mais qu'en ſavez-vous ? Si vous êtes malheureux aujourdhui ; quelle contradiction y a-t-il que vous le ſoyez dans mille ans d'icy ? Et ſi vous êtes ſatisfait de votre état préſent ; cet état ne durera pas toujours ; & l'expérience vous apprend qu'il peut empirer auſſi bien que devenir meilleur. Et ſi c'étoit le rebours de ce que vous dites ? Si les plaiſirs frivoles dont nous jouiſſons n'étoient qu'une libéralité cruelle de notre inexorable deſtinée pour nous accabler d'autant plus par leur privation imprévûe que nous y aurions attaché nos coeurs ! Si ſous ce parterre fleuri où nous nous amuſons comme de vrais enfans ; ſi ſous les pas de ce grand génie qui démontre, avec beaucoup d'importance, le Syſtême du bonheur, ſe creuſoit déjà l'abyme qui doit nous engloutir à jamais, nous, le docteur & la doctrine !

On peut déclamer éternellement ſur ce ſujet & avec un avantage à peu près égal des deux côtés ; mais ce qu'il y a de ſûr c'eſt qu'un Dieu libre conſerve au moins le pouvoir de nous rendre heureux ; au lieu que la fatalité peut nous perdre ſans retour, & ſans nous laiſſer même la triſte conſolation de former de juſtes plaintes.

Je prévois qu'on m'arrêtera icy pour me dire qu'après tout un Dieu parfaitement libre peut faire le contraire de ce qu'il fait être le meilleur ; & que par conſéquent rien ne nous garantit que ſon choix ſoit toujours conforme à la raiſon.

(*) *Nuper Tarpeja quæ ſedit culmine cornix,*
Eſt bene, *non potuit dicere, dixit :* erit.
Sueton. in Domit. c. 23.

Il eſt très ſûr que ſi Dieu eſt libre il a le pouvoir phyſique de choiſir le pire ; & il n'y a point de démonſtration à la rigueur qu'il ne le faſſe jamais ; parce que démontrer une choſe à la rigueur c'eſt prouver l'impoſſibilité abſolue de ſon contraire. Cependant tous les bons eſprits conviennent qu'il y a des certitudes morales, équivalentes à de pareilles démonſtrations par rapport à l'effet qu'elles produiſent ſur l'eſprit humain, & ſur leſquelles nous nous réglons, tous les jours, ſans la moindre défiance. Or la plus forte certitude qu'il ſoit poſſible d'imaginer dans ce genre, eſt ſans doute celle qui nous aſſure qu'un être infiniment ſage ne ceſſera point de ſe montrer, dans ſes actions, infiniment juſte & infiniment bon. Si un honnête homme vît en aſſurance ſous le regne d'un monarque éclairé, quelque libre, quelque puiſſant qu'il ſoit ; & même d'autant plus en aſſurance que ſon ſouverain eſt plus éclairé & plus agiſſant par lui-même ; un bon citoyen du monde ſe repoſe, avec infiniment plus de raiſon, ſur une providence dont la ſageſſe & le pouvoir n'ont point de bornes.

Il y a des philoſophes qui prétendent qu'un être ſouverainement libre ne pourroit ſuivre aucun plan fixe dans ſes opérations ; & qu'il devroit agir quelquefois contre la raiſon pour faire parade de ſa liberté ; ceci, je l'avoue, me paroit une grande erreur. Quoi donc ! Parce qu'on a le pouvoir de faire toujours le bien ; on ſera néceſſité de faire quelquefois le mal ? Et ſi l'être ſuprême ne releve de perſonne ; ſi ſa liberté eſt abſolue ; par quoi ſera-t-il néceſſité ? Un homme de bien, à ce compte, ne pourroit paſſer pour

pour libre ; à moins qu'il ne fit, de tems en tems, des écarts ! tout comme ſi l'on agiſſoit moins librement en faiſant toujours ſon devoir qu'en y manquant ! Certainement, ſi les conduites bizarres & déraiſonnables ſont les patentes de la liberté ; je ne conçois pas qu'on ait jamais pû mettre en queſtion, ſi nous ſommes libres.

Mais on cherche le caractere de la liberté dans la variation de notre conduite ; & l'on ſoutient que ſi, le même cas revenant, par exemple, un millier de fois, nous nous conduiſions toujours de la même façon, on pourroit conclure, en toute ſûreté, que nous ne ſommes pas libres.

Je ne ſais ſi je me trompe ; mais cette concluſion me paroitroit fort précipitée. Le même pouvoir qui m'a mis en état d'agir librement la premiere fois ſubſiſte encore à la millième ; & ma liberté s'éclipſe, au contraire, dès que quelque choſe peut le troubler. Plus cette liberté eſt grande, plus je ſuis capable de former des plans vaſtes, & de les exécuter avec régularité : Et ce n'eſt que d'un être infiniment ſage & infiniment libre tout à la fois qu'on peut attendre une conduite infiniment uniforme & infiniment parfaite dans ſon uniformité. Les loix conſtantes ſelon leſquelles cet être gouverneroit le monde, loin de donner atteinte à ſon libre arbitre, ne feroient que le manifeſter & le confirmer, en montrant que rien n'en peut déranger l'exercice dans l'exécution du plan qu'il a préféré.

En un mot, choiſir le meilleur n'eſt que faire un bon uſage du pouvoir de choiſir : ſi donc Dieu choiſit toujours le meil-

leur, c'eſt qu'il fait un bon uſage de ſa liberté; & je ne vois pas qu'on en puiſſe rien conclure davantage. Au reſte je ſuppoſe icy que les partis propoſés different en degré de bonté; & je ne prétends pas nier la poſſibilité du choix dans le cas de l'indifférence. Si l'on pouvoit prouver l'exiſtence de ce cas; on en tireroit une démonſtration ſans réplique de la liberté divine & humaine. Mais je ne touche point icy aux preuves de la réalité ou de la non-réalité du libre arbitre: & je me renferme dans es bornes de la queſtion propoſée.

MÉMOIRES

DE

L'ACADÉMIE ROYALE

DES

SCIENCES

ET

BELLES-LETTRES.

CLASSE DE BELLES-LETTRES.

* *
*

ABREGÉ

DE LA VIE

DE *BOGISLAS X.* DUC DE POMERANIE,

SURNOMMÉ LE GRAND,

PAR M. PELLOUTIER.

Tous les Princes à qui on a donné le nom de Grand, ne l'ont pas mérité à ſi bon titre, que ceux qui ont fondé, ou rétabli cette Académie. *Bogislas* X. Duc de Poméranie, eſt ordinairement déſigné par les Hiſtoriens, ſous le nom de *Bogislas le Grand.* Peut-être qu'un juge équitable ſe contenteroit tout au plus, de le mettre au rang des Princes médiocres. Ce n'eſt pas que ce Prince n'eut de belles & de grandes qualités ; mais ſoit par un défaut d'éducation, ſoit à cauſe de la barbarie de ſon Siècle, dans lequel les grands Seigneurs ne s'étudioient qu'à dreſſer un Cheval, à pouſſer un Cerf, à manier une lance, les avantages qu'il avoit reçus de la nature, reſſembloient véritablement à un Diamant brut. Il faut être connoiſſeur, pour le diſtinguer d'une pierre commune, & encore plus pour en déterminer le prix. Mon deſſein n'eſt point du tout, de donner ici un abregé ſuivi de la vie de ce

Prince. Ce détail n'auroit rien d'intéreſſant. Mais comme le caractère de *Bogislas* X. avoit quelque choſe de ſingulier, & que l'Hiſtoire de ſa vie eſt pleine d'événemens extraordinaires, entre leſquels il y en a qui ſemblent presque tenir du Roman, j'ay crû faire plaiſir au Public, de lui en donner une idée générale.

Bogislas étoit né à *Stolpe*, le (a) 28 de May 1454. (*) Il étoit fils d'*Eric* II. Duc de *Volgaſt*, & de *Sophie*, qui étoit une Princeſſe de la même Maiſon, mais d'une autre branche. Pour bien entendre ce qui doit ſuivre, il eſt à propos de remarquer ici, que la Maiſon des Ducs de Poméranie, étoit alors partagée en trois différentes branches (**). La premiere avoit deux Princes, ſavoir *Eric* II. Pére de notre *Bogislas*, & *Wratislaf* X. frere d'*Eric* II. Celui-ci portoit le nom de Duc de *Volgaſt*, parce qu'il y réſidoit. *Wratislaf* X. avoit pour ſon partage, le païs de *Barth*, & l'Isle de *Rügen*, de ſorte que ces deux Princes poſſédoient enſemble, ce que nous appellons aujourdhui *la Poméranie Suedoiſe*.

La ſeconde branche de cette Maiſon, étoit maitreſſe de la Poméranie ultérieure, & réſidoit ordinairement à *Rugenwalde*, ou à *Stolpe*. Elle s'éteignit en 1459. par la mort d'*Eric* I. Duc de Poméranie, qui après avoir abdiqué les Couronnes du Nord, étoit venu finir ſes jours (***), dans ſes païs héréditaires, où il mourut en 1459. agé de 73 ans. Il étoit petit-neveu de la célébre Reine *Marguerite*, que l'on appelloit la *Semiramis* du Nord, & qui le déclara non ſeulement ſon héritier, mais encore ſon Succeſſeur, avec le conſentement des Etats. Comme cet *Eric* I. n'avoit point d'enfans, des raiſons de famille le déterminerent à

(a) *Klemzan*, pag. 60. & *Kanzau*, Liv. II. pag. 204. diſent le 29. de May 1454.

(*) *Nicol. Klemzovii*, Chronicon Pomeraniæ, Mſ. Bibliqth. Regiæ ſub N. 33. *Thomæ Kanzovii*, Chron. Pom. Mſ. Bibl. Reg. ſub N. 28.

(**) *Joh. Micrælii*, *Alten Pommer-Land. Stettin und Leipzig*. 1723. p. 267.

(***) *Micrælius*, Lib. III. p. 259. 264. 267.

à marier la ſeule (*b*) Princeſſe qui reſtât de ſa branche, à *Eric* II. Duc de *Volgaſt*, qui devoit être un de ſes héritiers ; & en conſidération de ce mariage, il légua à la Princeſſe *Sophie*, ſes meubles, ſa vaiſſelle, ſes joyaux, ſon argent comptant, & en général tout le tréſor qu'il avoit apporté de Suede, & de Danemarc. Ce tréſor étoit extrêmement conſidérable, & contenoit entre autres pieces de grand prix, un denier d'or, que *Philippe*, Infante de Portugal, avoit apporté pour Dot au Roi *Eric*. C'étoit un lingot d'or, marqué aux armes de Portugal, qui valoit cent mille florins d'or. (*c*)

Enfin la troiſième branche étoit celle de *Stettin*. Elle s'éteignit en 1464. dans la perſonne d'*Otton* III. (*d*) qui fut emporté à l'age de 22 ans, par la peſte qui ravageoit alors la Ville de *Stettin*. Après ſa mort les Ducs de *Wolgaſt*, & de *Barth* voulurent s'emparer de la Duché de *Stettin*. Mais ils eurent à ſoutenir de violentes oppoſitions de la part de *Frederic* II. Electeur de Brandebourg, qui prétendoit que la Duché de *Stettin* lui étoit dévoluë, ſoit en ſa qualité de Seigneur direct, * ſoit en vertu de l'expectative, que les Empereurs avoient accordée depuis longtems aux Electeurs de Brandebourg ſur toute la Poméranie. Les Ducs *Eric* II. & *Wratislaf* X. ſoutenoient au contraire que la Poméranie étoit un fief immédiat de l'Empire ; & quoiqu'ils ne conteſtaſſent pas à l'Electeur

* *Micral.* L. III. 221.

(*b*) Cette Princeſſe qui s'appelloit *Sophie*, étoit fille *de Bogislas* IX. mort en 1440. un an après le retour d'*Eric*, ſon Couſin Germain, qui abdiqua les Couronnes du Nord en 1439. *Micralius*, III. 260. *Frideborn*, Chronic. Stettin p. 100.

(*c*) On trouve dans *Schumacher*, & dans *Micralius*, l'Inventaire de ce treſor. Il renfermoit avec le Denier d'or, un Jeſus d'or d'Arabie, de la grandeur d'un jeune homme de quinze ans ; les douze Apôtres d'argent fin, de la grandeur d'un garcon de douze ans ; un Monoceros tout entier ; un Tabernacle de pur or, pour le St. Sacrement ; une Oye de pur or ; & outre cela beaucoup de joyaux & de vaiſſelle. *Micral. Liv. III. p. 265. Andr. Schumacher, Extrait des Craniques Venedes, autant qu'elles concernent la Poméranie.* MS. *Biblioth. Regiæ ad calcem* Klemzovii ſub No. 33. Germanice.

(*d*) *Micral.* Lib. III. p. 219. 244. 288. 287. *Kantzov.* Lib. II. p. 323.

ſon expectative, ils prétendoient cependant, qu'elle ne pouvoit avoir lieu, qu'après l'extinction totale de la maiſon des Ducs de Poméranie, qui ſubſiſtoit encore dans une de ſes branches. Pluſieurs Princes s'étant employés inutilement pour accommoder le différent, ces conteſtations furent enfin ſuivies d'une guerre ouverte, qui dura depuis 1468. juſqu'en 1472 (*). Elle fut véritablement fâcheuſe pour *Eric* II. parce que ſon ennemi lui étoit infiniment ſupérieur, & que manquant lui-même d'argent & de troupes, il étoit réduit le plus ſouvent à s'enfermer dans quelque place forte, d'où il ne ſortoit que pour harceler ſon ennemi, ſans oſer en venir à une action déciſive. La maladie & la mort de l'Electeur *Frederic* II. procurerent quelque relache à *Eric*, & lui donnerent le tems de remettre un peu ſes affaires. Comme le nouvel Electeur *Albert*, ſurnommé l'*Achille*, qui ſuccéda à ſon frere, étoit occupé ailleurs, il ſe prêta facilement à un accommodement, dont *Henri*, Duc de Meklenbourg, ſe rendit le Médiateur. Le Traité qui fut conclu & ſigné à *Prentzlau* (**) en 1472. le 3 Juin, portoit 1°. qu'*Eric* reconnoitroit, & confirmeroit l'expectative que la Maiſon de Brandebourg avoit ſur la Poméranie, 2°. qu'il recevroit des mains de l'Electeur l'inveſtiture de la Duché de *Stettin*: ce qui fut executé, & la Cérémonie s'en fit d'une maniere fort ſimple, l'Electeur s'étant contenté de frapper dans la main du Duc, en lui diſant ; *Je vous inveſtis de vos Etats.* A l'égard de *Wratislaf* X. frere d'*Eric*, il ne fut point compris, ni ſeulement nommé dans le Traité, auquel il refuſa abſolument d'acquieſcer.

Il paroit par ce détail que la branche de *Wolgaſt* hérita des deux autres ; & bientôt il ne reſta de cette derniere branche, que le ſeul *Bogislas* X. dont j'écris l'Hiſtoire ; de ſorte qu'à cet égard il fut effectivement plus grand qu'aucun de ſes Prédeceſſeurs, parce qu'il réünit ſous ſa Domination toutes les terres, qui avoient été partagées juſqu'alors entre pluſieurs Princes.

La

(*) *Kanzov.* L. III. p. 10. *Schumacher*, p. 428.

(**) *Klemzov.* p. 123. *Kanzov.* Lib. III. p. 22. *Micral.* Lib. p. 294.

La riche Succeſſion qui étoit échuë en 1459. à la Ducheſſe *Sophie*, Mere de *Bogislas*, rendit cette Princeſſe extremement fiere, & ſi j'oſe le dire, véritablement arrogante. Elle reprochoit tous les jours à ſon Mari, qu'elle l'avoit tiré de la miſere, en lui apportant non ſeulement un grand tréſor, mais encore toute la Poméranie ultérieure. (*) Ce qu'elle diſoit n'étoit pas exactement vrai. La Poméranie n'étoit pas un de ces fiefs héréditaires, qui tombent en quenouïlle. Mais elle avoit cependant raiſon dans un ſens (*), parce qu'*Eric* II. ſon Mari, avoit refuſé de partager la Poméranie ultérieure, non ſeulement avec *Otton* III. Duc de Stettin, mais encore avec ſon propre frere *Wratiſlaf* X. ſous prétexte que cette Province lui avoit été apportée par ſa femme. Il ne faut pas douter qu'*Eric*, qui étoit d'un naturel doux & tranquille, ne ſouffrit beaucoup des hauteurs de ſa femme, dont l'humeur étoit incompatible avec la ſienne. Il y eut une autre choſe qui acheva d'aigrir ce Prince (**). Comme il avoit grand beſoin d'argent pour ſubvenir aux fraix de la guerre où il étoit engagé avec l'Electeur, il demanda à la Princeſſe une avance, avec promeſſe de l'en faire rembourſer, lorſque la guerre ſeroit finie. Mais elle refuſa abſolument de faire part au Duc de ſon tréſor, ſous quelque condition que ce fut. De tout cela il réſulta néceſſairement une grande déſunion, & un très mauvais ménage, entre le mari & la femme. Le Duc avoit de l'éloignement pour une femme avare & impérieuſe. La Ducheſſe ne pouvoit ni voir ni ſouffrir un mari, qui ne ſe laiſſoit pas commander à baguette, & qui ne l'entretenoit pas d'une maniere convenable à ſon rang †. Ainſi, lorſque *Frederic* II. Electeur de Brandebourg, ſe fut approché en 1468. de la Ville de Stettin, faiſant mine de vouloir l'aſſieger, la Ducheſſe qui craignoit pour ſa perſonne, pour ſa famille, & encore plus pour ſon tréſor, obtint facilement de ſon mari la permiſſion de ſe retirer dans l'intérieur du païs, pour y être plus en ſureté. Elle ſe

(*) *Klemzov.* p. 117.

† *Klemzov.* p. 110. 117.

(*) *Schumacher* p. 428. *Micral.* Lib. III. p. 267. 268.

(**) *Kantzov.* Lib. III. 25. *Klemzov.* p. 117.

tranſporta donc à *Rügenwalde* avec toute ſa Cour. Des huit enfans qu'elle avoit de ſon mari, le Pere ne garda auprés de lui que le Prince *Wratislaf*, qui étoit l'ainé des fils (*). Les Princes *Caſimir*, & *Bogislaf*, & les Princeſſes *Sophie*, *Marguerite*, *Cathérine*, *Eliſabeth* & *Marie*, ſuivirent la Mére dans ſa retraite, où elle fut viſitée fort rarement par ſon mari *. Je n'en ſuis pas ſurpris. Il avoit ſur les bras une guerre fâcheuſe, qui ne lui permettoit pas de s'éloigner beaucoup de l'ennemi ; d'ailleurs il ne faut pas trouver étrange, qu'après avoir eſſuyé les fatigues & les travaux d'une campagne, presque toujours mauvaiſe pour lui, ce Prince ne fut pas d'humeur d'aller établir ſon quartier d'hyver aupres d'une méchante femme, pour ſoutenir une nouvelle guerre, & pour y mourir tous les jours pluſieurs fois. Au reſte pour être éloignée de ſon mari, la Ducheſſe n'étoit pas pour cela dans la deſtitution. Elle pouvoit vivre fort honorablement de ſon propre bien ; il paroit d'ailleurs clairement par certaines circonſtances que j'aurai occaſion de toucher dans la ſuite, que le Duc lui laiſſoit les revenus, & même le gouvernement de la Poméranie ultérieure. Ces attentions ne flêchirent en aucune maniere la Ducheſſe, qui parut toujours mécontente de ſon mari. Les Hiſtoriens remarquent unanimement que le Public ne pouvoit comprendre, que cette Princeſſe fit ſi peu de cas de ſon Mari, & qu'elle temoignât tant d'indifférence, & même d'averſion pour *Eric*, qui paſſoit, diſent-ils, pour un des plus beaux hommes, & des meilleurs Princes de ſon Siècle.

* *Klemzov*, p. 126.

Cependant *Klemzov* qui ne diſſimule rien, & qui rapporte les choſes avec une grande ingenuité, en donne deux raiſons † qui me paroiſſent très pertinentes. D'un côté elle étoit remplie d'un orgueil qui ne plioit jamais. De l'autre elle avoit un *Grand-Maitre* * de ſa Maiſon, *Jean Maſſau*, dont elle faiſoit, dit-on, plus de cas, qu'il ne convient à une femme mariée.

† *Klemzov*, p. 127.

* *Hoffmeiſter*,

Quoi-

(*) *Klemzov* p. 127. *Micralius* ne fait mention que de quatre Princeſſes. Liv. III. p. 295.

Quoiqu'il en ſoit, pendant le ſéjour que la Ducheſſe fit à *Rügenwalde* avec ſa famille, elle négligea entièrement l'éducation de ſes deux Princes. Elle avoit à ſa Cour un Grand-Maitre, & pluſieurs Officiers, ou Domeſtiques; elle y entretenoit des Bouffons, & d'autres bouches inutiles. Mais elle ne ſe croyoit pas obligée de donner à ſes fils ni Gouverneur, ni Précepteur, ni Maitre d'exercices. Ils étoient cependant fort en âge d'en avoir, puisque le plus jeune étoit dans ſa quinzième année, lorsqu'ils arrivérent à *Rügenwalde*. La Mére s'imaginoit ſelon les apparences, que ces ſoins regardoient uniquement le Duc ſon Mari. Ou plutôt mécontente du Duc, irritée de l'indifférence, & de la froideur qu'il lui témoignoit, elle en faiſoit porter la peine à ſes deux fils, à qui on refuſoit juſqu'a des Domeſtiques pour les ſervir. Cependant, afin que les Princes puſſent apprendre quelque choſe, ſans qu'il en coutât, on les envoyoit avec les enfans des Bourgeois, à l'Ecole publique de la Ville, où ils apprirent effectivement à jargonner quelques mots de Latin de cuiſine. Ce qu'il y avoit de plus fâcheux pour eux, c'eſt qu'ils paroiſſoient dans cette Ecole avec des habits ſales & déchirés, qui leur attiroient à la vérité la compaſſion des honnêtes gens, mais en même tems le mépris des autres Ecoliers, qui ne reconnoiſſoient point les fils de leur Souverain, au travers des lambeaux, & des haillons dont ils étoient couverts. D'ailleurs, comme perſonne n'avoit l'oeil ſur la conduite des Princes, il arrivoit de là qu'on les voyoit courir les ruës, ſe battre avec leurs camarades, & revenir quelquefois à la maiſon, les yeux pochés, & le corps meurtri de coups; le plus ſouvent ils préferoient même d'aller manger, & coucher chez le Bourgeois, où on leur faiſoit toute ſorte d'honneurs, & de bons traitements, plutôt que de retourner au Chateau, ou ils n'étoient ni regardés, ni ſoignés. La maniere dont *Klemzau* raconte tout cela eſt ſi naïve, que je ne ſaurois mieux faire que de rapporter ici ſes propres paroles *. *Non ſeulement la Ducheſſe ne faiſoit aucun bien à ſes fils, & n'en tenoit aucun compte, mais de plus elle les haïſſoit. Ils pouvoient venir manger, & coucher au Château; mais, s'ils y manquoient*

* *Klemzau.* p. 126. p. 127.

quoient, on ne s'en mettoit point en peine. Elle ſouffroit qu'ils allaſſent à l'Ecole avec des habits dechirés, & dans un ſi pauvre équipage, qu'un ſimple bourgeois auroit eu honte, de ne pas équipper mieux ſes enfans. De la maniere qu'elle en agiſſoit avec ces deux Princes, il ſembloit qu'elle auroit pris plaiſir à les voir périr. Il arrivoit de là que ces enfans craignoient & fuyoient leur Mere, & paſſoient la plus grande partie de
p. 118. *leur tems dans la ville, ou le bourgeois leur faiſoit toute ſorte d'honneurs, & leur en auroit fait davantage, s'il n'avoit craint de choquer la Ducheſſe. Il ne faut pas être ſurpris après cela que ces Princes fuſſent ſauvages, qu'ils n'appriſſent rien, & qu'ils n'euſſent aucun des ſentimens, qui conviennent à de grands Seigneurs. Ils couroient les rues avec les enfans de la ville, & ſe battoient avec leurs camarades, ſans qu'il y eut aucune diſtinction entre le maitre & le ſujet. Au milieu d'un état ſi mépriſé*, Bogislas *avoit cependant plus de coeur, & des ſentimens plus nobles que ſon frére. Dans les conteſtations qu'il avoit avec ſes camarades, il ne vouloit jamais avoir du deſſous. Quand on l'attaquoit, il égratignoit le viſage de ſes antagoniſtes, & les trainoit par les cheveux; ce qui déplut à quelques bourgeois, dont il avoit maltraité les enfans, de ſorte qu'il n'étoit plus le bien-venu dans ces maiſons, au moins autant qu'il l'avoit été autrefois.* Voilà ſans contredit un triſte ſort pour de jeunes Princes, dont le Pére étoit actuellement vivant, & maitre d'un beau païs. J'avouë que je ne ſaurois comprendre qu'*Eric*, qui ne pouvoit pas ignorer ce qui ſe paſſoit à *Rügenwalde*, n'y apportât aucun remede.

Cependant la maniere dont *Bogislas* commença à ſortir de cette deſtitution, a quelque choſe de plus extraordinaire encore. Conti-
† p. 118. nuons d'entendre *Klemzau* †. *Il y avoit au Village de* Lantzke, *dans le voiſinage de* Rügenwalde, *un bon païſan, nommé* Jean Lange, *qui venant ſouvent au marché, pour vendre ſes denrées, avoit occaſion de voir les fils de ſon Souverain en très mauvais équipage. Il s'affectionna ſur-*
p. 119. *tout à* Bogislas, *qui étoit le plus éveillé des deux, & l'aborda un jour*

pour

pour lui dire : Due Bogislas, *je te vois dans un triſte équipage ! Tu n'as, ni un bon habit ſur le corps, ni de bons ſouliers aux pieds ! Ta Mére refuſe-telle donc de t'en donner ?* Bogislas *qui étoit naturellement fier, lui répondit fort ſéchement : Mesle toi de tes affaires ! Si je n'ay rien, tu ne me donneras aſſurement pas ce qui me manque ? Ces mots furent prononcés d'un ton, qui marquoit la ſurpriſe où étoit le Prince, qu'un païſan s'embaraſſât de ſes affaires.* Lange *ne ſe rebuta pas pour cela, & répondit ſans héſiter, tu te trompes,* Bogislas ! *La choſe me regarde, & m'importe même beaucoup. Tu dois être un jour mon Seigneur & mon Maitre ; & ſi tu n'avois perſonne, qui fut chargé de prendre ſoin de toi, je me ferois un plaiſir de t'habiller au moins tous les ans. Ainſi ne fais pas tant du dédaigneux, parce qu'un païſan a oſé t'aborder & t'entretenir ! Peut-être pourrois-je te dire bien des choſes, qui ne tourneroient pas à ton dommage.. He bien donc, repliqua* Bogislas, *que pourrois tu me dire, pour mon avantage ?* La réponſe du Païſan étoit toute prête. Cet homme, qui ſous un extérieur groſſier & ruſtique, cachoit un diſcernement, & ſi j'oſe le dire, une délicateſſe peu commune aux perſonnes de ſa condition, vouloit rendre ſervice à *Bogislas.* Mais il comprenoit en même tems, qu'il ne convenoit pas à un Païſan, de faire la charité au fils de ſon Souverain. Il ſentoit d'ailleurs, que s'il donnoit, ou s'il prêtoit de l'argent à ce jeune Prince, il pourroit en être recherché par la Mére. A force de chercher, il avoit imaginé un expédient, au moyen duquel il ne faiſoit qu'acquiter une dette, en fourniſſant à *Bogislas* les choſes dont il manquoit. Les païſans de Poméranie étoient alors, comme ils le ſont encore aujourdhui, des gens de main morte, que le Seigneur peut donner, engager, & vendre, avec la terre à laquelle ils ſont attachés. Cette condition de *Lange* lui avoit fourni l'expédient dont il fit l'ouverture en ces termes. *Si j'étois ton Païſan*, dit-il à Bogislas *, & *que je te payaſſe tous les ans des droits ſuffiſans pour t'habiller, cela ne te plairoit-il pas ? Beaucoup*, répliqua le Prince ; *mais comment pourrois tu donc devenir mon Païſan ?* Là deſſus *Lange* expoſa en détail ſon projet, les moyens de le faire réüſſir, & les vuës qu'il avoit dans cette

* *Klemzov.* p. 129.

te affaire. Toi Bogislas, & Caſimir *ton frere, vous êtes nos Seigneurs. C'eſt la choſe du monde la plus honteuſe & la plus criante, que ceux qui y ſont beaucoup plus obligés que moi, ne s'informent point de vous. Votre Mére vous abandonne. Ni la Nobleſſe, ni le bourgeois, ne s'inquietent point de vous voir dans un état ſi pitoyable. C'eſt pour cela que j'ai compaſſion de vous, & ſurtout de toi,* Bogislas, *parce que je vois que tu as encore de l'honneur, & des ſentimens nobles, de ſorte que*
p. 130. *je verrois avec plaiſir, que tu fus un peu mieux habillé. Je vais donc te donner un bon conſeil ſur la maniere dont tu dois t'y prendre pour réüſſir. Prie ta Mére, ou fais la prier par un autre, qu'elle te donne le païſan* Jean Lange. *Alors je ſerai en état de te pourvoir d'habits, & du néceſſaire. La choſe plut à* Bogislas, *qui déſeſperoit cependant, que ſa Mére voulut lui accorder une pareille demande.* Lange *voyant ſon embarras, ajouta; adreſſe toi à* Jean Maſſau, *qui obtiendra très facilement cette grace. Le Prince ſuivit le conſeil, parla au Grand-Maître, à la priere duquel la Ducheſſe accorda, que* Lange *fut deſormais le païſan du Prince. Sur le champ* Lange *méne* Bogislas *chez un Marchand, lui*
(Lündiſch-Tuch.) *achepte du Drap écarlate pour un juſteau-corps & des culottes, & de la futaine pour une camiſole. Il lui donna auſſi des ſouliers neufs; en un mot il l'équippa ſi bien, que* Bogislas *commença à avoir meilleure opinion de lui-méme. Il marchoit gravement, & ſe miroit dans ſon habit, comme s'il eut été de drap d'or. Il ne vouloit plus être pair & compagnon avec ſes anciens camarades. Les Païſans & les Bourgeois ſe réjouiſſoient de le voir ſi brave. La Mére auſſi en conçut une eſpece de jalouſie, & par dépit, elle fit habiller de neuf le Prince* Caſimir. *Mais*
* Klemzov. p. 131. *pour tout cela la Ducheſſe ne faiſoit pas plus de cas de ſes deux fils *. La païſan au contraire s'affectionna de plus en plus à* Bogislas. *Il l'appelloit ſon Seigneur, & venoit ſouvent en ville, pour s'informer non ſeulement de ſa ſanté, mais auſſi de ſa conduite.*

Ce fut, autant que je puis en juger, vers la fin de 1473, ou au commencement de 1474. que *Bogislas* fit la connoiſſance de *Jean Lange*

Lange. Ce Prince étoit alors dans ſa vingtième année. Il arriva dans ce même tems que le Duc ſon Pére, après avoir vecû ſéparé de ſon Epouſe pendant l'eſpace de cinq ou ſix ans, penſa enfin à la rappeller. Ce bon Prince, qui commençoit à devenir infirme, vouloit mettre ſa conſcience en repos, & faire ceſſer le ſcandale, que le divorce où il vivoit avec la Ducheſſe, donnoit à ſa famille, & au Public. Peut-être auſſi qu'il ſe reprochoit d'avoir négligé trop longtems ſes enfans, & qu'il vouloit les avoir auprès de lui, pour leur donner une éducation plus convenable que celle qu'ils recevoient à *Rügenwalde*. Par ces raiſons il ſe détermina à faire lui-même toutes les avances pour ramener l'eſprit aigri de la Ducheſſe *, & lui écrivit une lettre fort amiable, par laquelle il l'invitoit à le venir trouver à *Volgaſt*, ou elle pourroit vivre deſormais en pleine ſureté, parce qu'il étoit delivré de la guerre qui l'avoit obligé à envoyer ſa famille dans la Poméranie ultérieure. Il la prioit en même tems de lui amener tous ſes enfans. Comme il y avoit près de deux ans, que la paix étoit faite avec l'Electeur, la Ducheſſe trouva que ſon mari auroit du la rappeller plutôt, & lui répondit avec ſa hauteur ordinaire, qu'il pouvoit la venir prendre, ſans quoi elle ne ſe réſoudroit jamais à retourner auprès de lui (*). Une réponſe ſi féche affliga tellement le pauvre Duc, qui ſelon les apparences étoit auſſi malade d'eſprit que de corps, qu'il ſe mit au lit, & mourut de chagrin, le 6 de Juillet 1474. Le Prince *Wratislaf*, ſon fils ainé, qui demeuroit avec lui à *Volgaſt*, paya quelques jours après le même tribut à la nature, de ſorte que la Ducheſſe recut presque en même tems, la double nouvelle de la mort de ſon mari, & de l'ainé des fils iſſus de leur mariage †. Elle ſentit alors la faute qu'elle avoit faite, de ménager ſi peu, & de traiter avec tant de dureté, les Princes *Caſimir* & *Bogislas*, qui alloient devenir ſes Souverains. Elle craignit même, que ces Princes ne ſe vengeaſſent avec éclat, de tout ce qu'ils avoient eu à ſouffrir de ſa part. Mais comme cette femme altiere étoit incapable de flêchir, elle crut devoir prévenir ſes fils, & prit la réſolution

* *Klemzen*, p. 116.

† *Klemzen*, p. 131.

(*) *Klemzen*, p. 58. 116-131. *Cramer*, Lib. II. cap. 45. p. 116.

lution déſeſperée de s'en défaire. Le Prince *Caſimir* mourut au bout de quelques jours. On diſoit à la Cour, qu'il avoit été emporté par une fièvre ardente. Le public ſoutenoit hautement † qu'il étoit mort d'un poiſon, que ſa Mére lui avoit fait donner. *Bogislas* étoit plus ſur ſes gardes, que ne l'avoit été ſon frere, & ne voyoit guères la Ducheſſe. Cela n'empêchoit pas qu'il ne ſe trouvât dans le plus grand de tous les embarras. Par la mort des ſes deux freres, il ſe voyoit le ſeul heritier des Etats, que le Duc *Eric* leur Pére avoit poſſédés. Cependant perſonne ne s'informoit de lui. La Ducheſſe ſa Mére, au lieu de le feliciter de ſa Dignité, & de la Succeſſion qui lui étoit échuë, gardoit un profond ſilence à ſon égard. Aucun Vaſſal ne paroiſſoit pour lui offrir les hommages, que l'on s'empreſſe ordinairement de rendre au nouveau Souverain. Après qu'il eut paſſé quelques jours dans une cruelle incertitude, ſans ſavoir abſolument à quoi ſe déterminer, la Ducheſſe le fit enfin appeller, & contre ſa coutume, au lieu de le gronder, & de le traiter durement, elle le careſſa beaucoup. A la fin de la converſation, comme il étoit ſur le point de ſe retirer, elle ordonna même à un Domeſtique qui ſe trouvoit là, de lui faire donner une beurrée. La choſe parut toute extraordinaire à *Bogislas*, qui n'étoit pas accoutumé à recevoir de pareilles politeſſes dela part de ſa Mére. Il fit pourtant le ſemblant, en ſortant de la Salle, de vouloir manger la beurrée; & peut-être l'auroit il fait *, ſi le Bouffon de la Princeſſe ne l'avoit ſuivi avec empreſſement, pour lui dire; *Bugslaff friſs nit, eſt iſt unrein*, c'eſt à dire, *Bogislas*, *garde toi de manger la beurrée*, *car elle n'eſt pas nette*. La Prince profita de l'avis, & jetta la beurrée à un chien, qui en créva le lendemain.

† *Klemzen*, p. 131.

* *Klemzen.* 131.

Je dois avertir ici, que *Jean Micrælius* Recteur du College de *Stettin*, qui publia ſon Hiſtoire de Poméranie en 1639, a quelque penchant à douter de la verité des faits que je viens de rapporter. *A juger* dit-il †, *de la choſe charitablement*, *on conviendra qu'il n'y a aucune apparence*, *qu'une Mére ait eu la criminelle penſée d'empoiſonner ſes*

† *Micral.* L. III. p. 295.

ſes propres enfans, d'autant plus qu'il ne pouvoit lui revenir aucun avantage d'un crime ſi atroce. Comme l'autorité de *Micrælius* pourroit en impoſer ici, parce qu'on le regarde comme le *Tite Live* de la Poméranie, & que ſon Ouvrage, qui n'eſt pas ſans défaut, eſt cependant l'un des meilleurs, & des plus complets, qui ayent paru ſur l'Hiſtoire de ce païs, il eſt à propos de faire ici quelques remarques qui ſerviront à confirmer les faits dont il s'agit, & qui montreront que *Micrælius* n'avoit aucune raiſon legitime de les conteſter.

1°. Je conviens avec cet Auteur, que, ni la charité, ni même l'equité naturelle, ne permettent pas que l'on porte un jugement deſavantageux, & ſiniſtre, auſſi longtems qu'on peut en faire de favorables. Mais il me ſemble auſſi, que l'amour de la verité ne permet pas à un Hiſtorien de révoquer en doute des faits conſtans & avérés, ſous prétexte qu'il n'eſt pas croyable qn'il y ait des Méres aſſez dénaturées, pour vouloir ſe défaire de leurs propres enfans. Tous les Hiſtoriens antérieurs à *Micrælius*, tel, que ſont *Kanzau*, *Klemzau*, & *Eikſtedt*, rapportent, qu'on faiſoit courir le bruit que la Ducheſſe avoit fait empoiſonner le Prince *Caſimir*. Ils s'expriment d'une maniere qui marque que la choſe leur paroit aſſez vraiſemblable, quoiqu'ils ne veuïllent pourtant pas la garantir. Mais ils aſſurent en même tems, que la Ducheſſe fit préſenter à *Bogislas* une beurrée empoiſonnée; & que ce Prince la jetta à un chien, qui en mourut le lendemain. Ils détaillent ce fait, avec toutes les circonſtances que nous avons rapportées. Je ne vois pas après cela, qu'on puiſſe douter raiſonnablement de la validité de leur témoignage. *Kanzau*, dont l'Ouvrage a été copié presque mot à mot par *Micrælius*, & par *Cramer*, étoit Secretaire de la Regence de *Volgaſt*. Comme il avoit accés aux Archives, il s'en ſervit utilement pour compoſer ſa Chronique de Poméranie, qui n'a jamais vu le jour, ſoit parce que l'Auteur, qui mourut à la fleur de ſon âge, en 1542. n'avoit pas eu le tems d'y mettre la derniere main, ſoit parce qu'elle contenoit pluſieurs Anecdotes, dont on ne jugeoit pas à propos

de régaler le Public. *Kanzau* ordonna en mourant, que l'on envoyât ſon Manuſcript à *Nicolas de Klemzau*, qui en fit tirer quelques Copies que l'on trouve dans nos Bibliothéques. Ce *Klemzau* étoit Gentilhomme ordinaire à la Cour du Duc *Barnim*, fils de notre *Bogislas*. C'étoit un homme de grande conſidération, que les Ducs de Poméranie employerent dans des Ambaſſades *, & dans d'autres affaires importantes; & l'honneur que lui fit le Duc *Philippe*, petit fils de *Bogislas*, de le choiſir pour parrain d'un de ſes fils (e), ne permet pas de douter qu'il n'eut toute la confiance de ſes Maitres. Comme il avoit une parfaite connoiſſance des affaires de ſon païs, & que la Chronique de *Kanzau* lui paroiſſoit incomplete, & mal digérée, il écrivit en 1551. un nouvelle Hiſtoire de Poméranie, ſous le titre de *Genealogie des Princes de l'illuſtre Maiſon de Poméranie*. Deux ans après, c'eſt à dire en 1553. *Valentin d'Eikſtedt*, qui étoit alors Gentil-homme du Duc *Philippe* dont je viens de faire mention, & qui fut enſuite élevé à la dignité de Chancelier, écrivit auſſi ſes Annales de Poméranie, & les dédia au Prince héréditaire *Jean Frederic* (f). Peut-on s'imaginer que ces trois Hiſtoriens, qui écrivoient par ordre de leurs Maitres, ſous leurs yeux, & pour l'inſtruction des Princes de la Maiſon, euſſent oſé avancer des faits extrêmement graves, à la charge d'une Princeſſe, qui étoit la Grand-mére, & la Biſayeule des Ducs régnans, ſi ces faits n'avoient été de notorieté publique, & ſi *Bogislas* lui-même ne les avoit racontés à ſes enfans, & à ſes petits enfans, en leur parlant de la deſtitution ou il s'étoit trouvé, & des dangers qu'il avoit courus pendant ſa jeuneſſe?

* *Klemzau*, p. 360.

Micral, Lib. VI. p. 351.

Eikſtedt, p. 107. 108.

2°. Une

(e) Le Prince *George* II. né en 1540. eut pour parrains, entre autres perſonnes de diſtinction, *Nicolas de Klemzau*, *Schumacher*, p. 428.

(f) Les Chroniques de *Thomas Kanzau*, & de *Nicolas de Klemzau* ſont en Manuſcript à la Bibliotheque Royale, & m'ont été communiquées fort obligeamment par M. *Neuburg*, Conſeiller & Bibliothecaire du Roi. On a imprimé à *Gryphswalde* en 1728. un Abrégé des Annales d'*Eikſtedt*. Val. Eikſtedt, *Epitome Annalium Pomeraniæ*. *Gryphiswald*, 1728.

2°. Une autre remarque qu'il faut faire ici, c'eſt que la raiſon ſur laquelle *Micrælius* ſe fonde, ſavoir que la Ducheſſe n'avoit aucune raiſon de ſe défaire de ſes fils, eſt manifeſtement fauſſe. D'un côté elle craignoit, comme le dit *Klemzau* * qu'ils ne ſe vengeaſſent de la dureté avec laquelle elle les avoit traités, leur refuſant jusqu'à des habits, pour couvrir leur nudité. Peut-être auſſi qu'elle n'étoit pas ſans appréhenſion, que les Princes ne ſe reſſentiſſent des hauteurs qu'elle avoit euës pour ſon mari, & du mauvais commerce qu'elle entretenoit avec le Grand-Maître de ſa Maiſon. D'un autre côté, on voit clairement qu'elle ſe promettoit de garder la Poméranie ultérieure, après la mort de ſes fils, parce que ſon mari lui en avoit toujours laiſſé le gouvernement, & qu'il avoit reconnu la tenir du chef de ſa femme, s'étant ſervi de ce prétexte, pour la garder toute entiere, & pour n'en faire aucune part aux autres Princes de la Maiſon.

* p. 131.

3°. A ces deux remarques j'en ajoute encore une troiſième. C'eſt que *Micrælius* ſupprime pluſieurs circonſtances que j'aurai occaſion de toucher dans la ſuite, & qui prouveront que la Ducheſſe ne ſe ſentoit que trop coupable du crime qu'on lui imputoit, & que *Bogislas* de ſon côté ne doutoit point du tout qu'elle n'eut attenté à ſa vie.

Pour revenir à notre *Bogislas*, on comprend facilement †, que ce qui s'étoit paſſé dans l'entrevuë qu'il avoit euë avec ſa Mére, dut lui cauſer de violens ſoupcons, & augmenter l'embarras & la perpléxité où il ſe trouvoit déjà. Comme il promenoit ſon chagrin, il paſſa heureuſement à la place du marché, & y rencontra ſon Païſan, qui étoit venu vendre quelques denrées en ville. Le regardant comme un Ange tutelaire que la Providence lui envoyoit, il courut à lui, le tira à l'écart, & après lui avoir déchargé tout ce qu'il avoit ſur le coeur, il finit en diſant qu'il avoit grand beſoin d'un bon conſeil, parce qu'il ne ſavoit abſolument à quoi ſe déterminer. Le Païſan, après l'avoir écouté tranquilement, lui répondit, qu'il n'y avoit pas à balancer, ni de tems à perdre ; qu'il faloit qu'il ſortit inceſſamment d'un Ville, où ſa vie

† *Klemzau*, p. 131.

vie n'étoit pas en ſureté, & qu'il allât trouver ſon Oncle *Vratislaf*, pour lui demander ſes bons avis, ſur le parti qu'il avoit a prendre. Sur le champ *Jean Lange* va lui acheter une épée, un bouclier, des bottes, des éperons, avec tout ce qui appartient à l'équipage d'un Cavalier, monte à cheval avec lui, le conduit au Château d'un Gentilhomme voiſin, & de là chez toute la Nobleſſe des environs. Dans l'eſpace de quelques jours, il ſe forma une conféderation des principaux Gentils-hommes du païs, qui s'étant aſſemblés au nombre d'environ 300. reconnurent avec joye leur nouveau Souverain, firent un emprunt pour l'habiller & pour l'équiper d'une manière qui répondit à ſa naiſſance & à ſa dignité, & le conduiſirent en pompe à *Barth*, où il fut reçû par ſon Oncle *Vratislaf* avec de grandes démonſtrations d'amitié. L'avis de ce Prince fut, qu'il étoit à propos que *Bogislas* retournât ſur ſes pas, & qu'il ſe rendit à *Rügenwalde* avec toute ſa ſuite *, pour ôter à la Ducheſſe ſa Mére la Régence du païs, & pour s'aſſurer de ſa perſonne, jusqu'à ce qu'on eut éclairci tous les différens articles qui étoient à ſa charge. Ce conſeil qui étoit peut-être un peu violent, ne put qu'avoir l'approbation du nouveau Duc, qui étoit plein de reſſentiment contre ſa Mére. Auſſi ſe hâta-t-il de l'executer. Mais la choſe ne fut pas tenuë ſi ſecrete, que la Ducheſſe n'en eut quelque vent. Elle comprit d'ailleurs, que ſi ſon fils revenoit avec tant de diligence, ce n'étoit pas qu'il fut impatient de la revoir, & que ce n'étoit pas auſſi pour lui faire honneur, qu'il menoit avec lui une eſcorte de 300. Gentils-hommes. Ainſi, d'abord qu'elle eut appris que ſon fils s'étoit mis en chemin pour revenir à *Rügenwalde*, elle ramaſſa promptement tout ce qu'elle avoit de précieux, & ſe retira avec *Jean Maſſau* & toute ſa Cour à *Dantzig*. *Bogislas*, qui avoit eu le tems de réfléchir, eut aſſez de prudence pour comprendre, qu'il ne devoit, ni lui courir après, ni la réclamer. Effectivement il ne convenoit guere à un fils, de faire le procés a ſa Mére, & encore moins de lui faire chez des étrangers un affront, dont la honte auroit réjailli de la perſonne coupable, ſur toute ſa Maiſon.

* *Klemzen*, ub ſup.

Pour

Pour ne pas interrompre ce que j'ay à dire du caractère, & des actions de *Bogislas*, j'acheverai de rapporter ici, ce qui ſe paſſa dans la ſuite entre ce Prince & ſa Mére. La Ducheſſe demeura à *Dantzig*, dix ans entiers. Comme le Duc étoit charmé de la ſavoir loin, & de n'en entendre plus parler, elle ſe félicitoit de ſon côté, de n'être plus obſervée, & de vivre à l'abri de toute recherche. Mais elle dépenſa inſenſiblement la plus grande partie de ſon tréſor (*). Lorſqu'elle commença à ſe trouver à l'étroit, elle écrivit à ſon fils des lettres pleines de ſoumiſſion, dans leſquelles elle le priôit d'oublier le paſſé, de lui rendre ſon amitié, & de lui permettre de revenir en Poméranie. Comme ces lettres n'eurent pas le ſuccès qu'elle s'en étoit promiſe, elle s'adreſſa au Roi de Pologne, à l'Electeur de Brandebourg, & à d'autres Princes, & les pria avec les plus fortes inſtances, de lui accorder leur interceſſion, * *pour engager ſon fils à lui pardonner les fautes qu'elle avoit commiſes à ſon égard.* „*Bogislas* refuſa pendant quelque „ tems de ſe rendre à ces ſollicitations. A la fin cependant il ſe laiſſa „ flêchir. Il conſidéroit, dit *Klemzau*, que quelque ſujet qu'il put „ avoir de ſe plaindre de ſa Mére, il ne devoit pourtant pas l'abandon- „ ner, ni la laiſſer périr. Il la reçut donc en grace en 1485. & lui „ déclara, que non ſeulement il lui pardonnoit du fonds de ſon coeur „ tout le paſſé, mais qu'afin qu'elle pût vivre en Princeſſe, il lui aſ- „ ſignoit encore pour ſon Doüaire, le Chateau, la Ville, & le Baillage de *Stolpe*. Après cette réconciliation, c'eſt toujours *Klemzau* „ qui parle, la Ducheſſe témoigna une véritable repentance d'en „ avoir ſi mal uſé avec ſes enfans, avoüant ſa faute, à Dieu & aux „ hommes, & montrant par la pénitence, ou elle paſſa tout le reſte „ de ſa vie, qu'elle ſe la reprochoit continuellement à elle-même. „ Quand elle avoit occaſion de voir le Duc, elle s'humilioit devant lui, „ & s'inclinoit beaucoup plus, que n'auroit pû le faire le dernier des „ ſujets.

* *Klemzau*, p. 168.

(*) *Klemzau*, p. 167. *Micrælius*. Lib. III. p. 295. *Dan. Cramers Pommeriſches Kirchen Chronicon. Stettin* 1628. Lib. II. cap. 46. p. 121.

„ ſujets. Les lettres auſſi qu'elle lui écrivoit, étoient pleines de ten-
„ dreſſe & de ſoumiſſion, & le fils y liſoit avec plaiſir, l'entier chan-
„ gement qui s'étoit fait dans le coeur de ſa Mére. Elle finiſſoit ordi-
„ nairement ces lettres, en priant Dieu, qu'il eut plus de ſoin de la
„ perſonne du Duc, qu'elle n'en avoit eu elle même. Auſſi *Bogislas*
„ évita-t-il de lui donner jusqu'au moindre chagrin. Au contraire,
„ il lui rendit toute ſorte d'honneurs, & pourvut largement à ſon en-
„ tretien. Elle mourut tranquillement & raſſaſiée de jours ſur la fin
„ de l'an 1497.„

A l'égard de *Jean Lange*, qui vivoit encore en 1498. il conſerva pendant toute ſa vie la confiance, & les bonnes graces du Duc (*g*), qui toutes les fois qu'il le voyoit, ſe faiſoit un plaiſir de raconter aux perſonnes qu'il avoit autour de lui, les bons & importans ſervices qu'il avoit reçûs de *Lange*. Ce Païſan (*), qui, quelques offres qu'on lui fit, ne voulut jamais changer de condition, ni quitter ſon habit & ſon village, avoit la permiſſion de venir à la Cour, quand il le jugeoit à propos; & les Officiers de la Maiſon avoient ordre non ſeulement de le bien traiter, mais encore de lui fournir généralement tout ce qu'il pourroit demander. Il entroit librement chez ſon Souverain, & lui parloit auſſi familièrement qu'il avoit fait, lorsqu'il l'aborda pour la premiere fois à *Rügenwalde* *. S'il arrivoit quelque déſordre dans ſon village, ou dans les endroits voiſins, il en avertiſſoit le Duc, afin qu'il y apportât du remède, & le Duc de ſon côté, au lieu de rebuter les avis, & les conſeils d'un Païſan, y déféroit le plus ſouvent, & s'en trouvoit toujours bien. Un jour que *Bogislas* vouloit congédier un vieux Financier †, que l'on accuſoit de s'être enrichi aux dépens de ſon Maitre, & du Public, *Lange* lui dit avec ſa franchiſe ordinaire: *Vois-tu*, Bogislas, *les gens de cette ſorte, ſont une vermine, dont nous ne pouvons nous défaire entierement. Tu*

* *Klemzau*, p. 234.

† *Klemzau*, p. 234.

(*g*) *Klemzau* remarque, que lorsque *Bogislas* revint de la Terre Sainte en 1498. *Lange* ſe rendit à *Stettin* pour le feliciter de ſon retour. *Klemzau*, p. 234.

(*) *Klemzau* p. 132. 133. *Micrælius* Lib. III. p. 296.

Tu veux renvoyer cet homme, que nous avons engraiſſé, & raſſaſié, pour nous en donner un autre, qui étant maigre & affamé, nous ſucera de nouveau juſqu'au ſang. Laiſſe nous donc celui que nous avons mis à ſon aiſe, & que nous pouvons contenter plus facilement. Le Duc goûta la répréſentation, & y eut égard, parce qu'il étoit bien perſuadé que *Lange* n'étoit pas homme à ſe laiſſer corrompre par les financiers. L'aſcendant que ce Païſan avoit ſur l'eſprit de ſon Maître, & la liberté qu'il prenoit de dire quelquefois ſon avis aux Courtiſans, & même aux Favoris, lui ſuſcita des envieux, qui ne pouvoient ſouffrir, qu'un Manant eut l'oreille du Duc, & qu'il partageât avec eux la confiance & les bonnes graces de ce Prince. Mais *Lange* n'en faiſoit aucun cas, parce qu'il ne ſe départit jamais de la réſolution qu'il avoit priſe dés le commencement, de ne demander jamais ni récompenſe, ni gratification, à ſon Maître *. Le Duc lui offrit pluſieurs graces, & en vint même juſqu'à lui déclarer, qu'il pouvoit demander tout ce qu'il voudroit, avec la ferme aſſurance de l'obtenir; mais il ſe montra inflexible ſur cet article, & après beaucoup d'inſtances & de ſollicitations, qui avoient pour but de lui faire ſentir, que ſa trop grande roideur pourroit déplaire au Duc, il ne conſentit enfin d'accepter que la ſeule franchiſe des corvées, & des autres droits que les Païſans payoient au Souverain. Encore ne voulut-il pas que cette immunité fut étenduë à ſes enfans. (*) „Je ſuis Païſan, *diſoit-il*, & je veux que mes enfans „ demeurent Païſans. Ils vivront heureux dans leur condition s'ils „ ſont honnêtes gens. S'ils ne le ſont pas, la liberté qu'on leur offre „ leur ſera véritablement nuiſible, & les rendra en même tems pareſ„ ſeux & orgueilleux. La pareſſe les précipitera dans la pauvreté; „ l'orgueil ne ſera propre qu'à leur ſuſciter des ennemis, & à les faire „ regarder de mauvais oeil, tant par les petits, dont ils voudront ſe diſtin„ guer, que par les grands avec leſquels ils voudront ſe confondre.„ Je ne crains point que l'on me reproche ici d'avoir chargé & embelli le portrait de *Lange*, parce que je n'ay preſque fait que traduire les

* *Klemzev.* p. 132.

(*) *Klemzau*, p. 236. *Mieral*, Lib. III. p. 296.

propres paroles de *Klemzau*, & de *Micrælius*. Sous un extérieur groſſier & ruſtique, il cachoit beaucoup de diſcernement, de modeſtie, de probité, & ſi j'oſe le dire, un fond de délicateſſe & de généroſité. Ces grandes qualités étoient d'autant plus eſtimables dans ſa perſonne, qu'elles étoient inconnuës aux gens de ſa condition, & peut-être auſſi rares parmi les grands, que parmi les petits. Enfin *Lange* mourut dans une grande vieilleſſe, & fut enterré dans le Cimetiere commun de ſon village. S'il avoit accepté les richeſſes & les dignités qu'on lui offrit en différentes occaſions, on lui auroit dreſſé ſelon les apparences quelque ſuperbe Mauſolée. Parce qu'il préfera de les mépriſer, on le confondit avec des villageois, dont il n'avoit voulu ſe diſtinguer que par ſon mérite; & *Bogislas* lui-même, qui fit faire de magnifiques obsèques à la Ducheſſe ſa Mére, tant en Poméranie, qu'à Veniſe, où il apprit la nouvelle de ſa mort, oublia peut-être de faire le même honneur à un homme, à qui il devoit beaucoup plus qu'aux perſonnes qui lui avoient donné la vie.

De retour à *Rügenwalde*, Bogislas convoqua les Etats du Païs (*), qui lui firent des complimens de congratulation, de ce qu'il étoit ſorti de ſervitude, & prirent des meſures avec lui, par rapport à l'hommage, que les Sujets devoient rendre à leur nouveau Souverain. On convint, que le Duc ſe transporteroit dans les principales Villes de ſon Etat, pour recevoir en perſonne le ſerment de fidélité du Clergé, de la Nobleſſe, & de la Bourgeoiſie, ce qui fut exécuté. Mais, comme on ne fit aucune mention dans l'Aſſemblée des Droits de la Maiſon de Brandebourg, il en réſulta de nouvelles conteſtations avec l'Electeur *Albert*, ſurnommé *l'Achille*. Selon le Traité que cet Electeur avoit conclu deux ans auparavant avec *Eric*, Duc de Poméranie, *Bogislas* auroit dû demander à l'Electeur l'inveſtiture de la Duché de *Stettin*, comme la choſe ſe pratique, toutes les fois qu'un fief vient à vaquer, par la mort du feudataire, ou du Seigneur direct. Il devoit confirmer

(*) *Klemzov.* p. 133. *Cramer.* Lib. II. p. 45. *Micral.* Lib. III. p. 296.

mer auſſi l'expectative, que la Maiſon de Brandebourg avoit ſur la Poméranie. Mais il refuſoit abſolument d'accomplir ces deux conditions du Traité, ſurtout la premiere; & il répondit à ceux qui l'en ſommerent de la part de l'Electeur, qu'un aveu ſurpris, & forcé, que l'on avoit arraché à ſon Pére, ne tiroit point à conſéquence, & ne pouvoit préjudicier aux Droits des Ducs de Poméranie, qui poſſédant un fief immédiat de l'Empire, ne devoient relever auſſi que de l'Empereur.

L'Electeur ayant compris par cette réponſe, qu'il n'avoit point d'autre parti à prendre, que de ſoutenir ſon droit par les armes, s'approcha de la Poméranie avec un corps de dix mille hommes. *Bogislas* jugeant que l'Electeur, qui s'avancoit par la Nouvelle Marche, commenceroit ſon expédition par le ſiege de la ville de *Kyritz*, alla s'y enfermer fort imprudemment, avec le peu de troupes qu'il avoit ramaſſées à la hâte (*), & qui pouvoient monter à 600 hommes de cheval, & autant de fantaſſins. C'étoit préciſément ce que l'Electeur ſouhaitoit; il fit ſur le champ inveſtir la Ville, qu'il ſe promettoit d'emporter au bout de quelques jours. Maitre de la ville, il le devenoit en même tems de la perſonne du jeune Duc, qui, pour ſe tirer d'une nouvelle ſervitude, encore plus facheuſe que la premiere, auroit été obligé d'accepter toutes les conditions que le vainqueur jugeroit à propos de lui préſcrire. Auſſi le Duc, & les Gentilshommes qu'il avoit autour de lui, ſentirent-ils parfaitement la faute qu'ils avoient faite, de s'enfermer dans une Ville qui n'étoit point de garde, & qui n'étoit d'ailleurs pourvuë, ni de vivres, ni de munitions. On tacha à la vérité de réparer cette faute, en faiſant dans un même tems différentes ſorties, à la faveur desquelles on ſe promettoit de forcer le paſſage, & de faire évader le Duc. Mais l'Electeur, qui étoit l'un des plus grands Capitaines de ſon ſiècle, n'étoit pas homme à prendre le change. Les aſſiégés trouverent toutes les avenües ſi

(*) *Klimzen*, pag. 134. *Micralius* met 1000 fantaſſins. Lib. III. p. 269.

bien gardées, & ils furent repouſſés ſi vigoureuſement de tous côtés, qu'ils ne penſerent plus à faire de nouvelles ſorties. Heureuſement pour *Bogislas*, il y avoit dans la Ville un vieux Gentilhomme, nommé *Jean Kuſſau*, homme de tête & de main, qui regardant comme un coup de partie, d'empêcher que ſon Maitre ne tombât entre les mains de l'Electeur, chercha les moyens de le tirer du mauvais pas, où il s'étoit engagé, & y réüſſit. *Kuſſau* qui avoit ſes terres dans le voiſinage de *Kyritz*, & qui par cette raiſon connoiſſoit parfaitement le terrain, ſavoit qu'il y avoit au pied du Couvent des Religieuſes, un étang dans lequel ſe dégorgeoit un marais, qui s'étendoit à pluſieurs lieües, & qui n'étoit point gardé par l'ennemi, parce qu'il étoit impraticable. Il fit donc appeller le poiſſonnier, ou le païſan, qui avoit affermé cet étang, & qu'il avoit ſouvent vû poſer ſes paniers au milieu du marais pour y prendre des anguilles. A force d'argent, & de promeſſes, on obtint du païſan, qu'il tenteroit ce qui avoit paſſé jusqu'alors pour impoſſible. Dès l'entrée de la nuit ſuivante, le Duc & *Jean Kuſſau* ſe mirent dans la naſſelle du poiſſonnier, qui, après avoir paſſé l'étang avec eux, les conduiſit à pied au travers du marais. Ils y coururent pluſieurs fois risque de la vie, s'enfoncant dans la bourbe jusqu'aux aiſſelles, & ne pouvant, ni avancer, ni reculer. Ils ſe reconnurent cependant au point du jour, & ayant gagné le bord du marais, ils arriverent ſains & ſaufs au Château du Gentilhomme. Comme la Nobleſſe de Poméranie, auſſi-tôt qu'elle fut informée du Siege de *Kyritz*, s'étoit empreſſée de monter à cheval, pour aller dégager le Duc, & que les Villes auſſi avoient fait partir en diligence les troupes qu'elles étoient obligées de fournir en tems de guerre, *Bogislas* ſe vit bientôt en état de tenir la campagne, & de marcher même à l'ennemi. L'Electeur de ſon côté, d'abord qu'il eut appris l'évaſion du Duc, jugea à propos de lever le Siege de *Kyritz*, & de partager ſes troupes d'une maniere, qu'elles puſſent couvrir la Nouvelle Marche. Cela n'empêcha pas que *Bogislas* n'y fit irruption, & qu'il n'emportât même d'emblée la petite ville de *Bernſtadt* †. Il ſe commit de part & d'autres quelques

Der Plönische Bruch.

† *Cramer.* Lib. II. c. 45. p. 116.

ques hoſtilités ; mais, comme l'Electeur recevoit de frequens Couriers de l'Empereur *Frederic III.* qui le preſſoit de venir prendre le commandement de l'Armée, que l'Empire aſſembloit contre *Charles le Hardi*, Duc de Bourgogne, qui aſſiegeoit la ville de *Nuys*, il accepta avec plaiſir les bons offices des Ducs de Meklenbourg, qui ayant été les Médiateurs du Traité conclu en 1472. avec *Eric II.* Pére de *Bogislas*, promettoient de le faire ratifier au fils. Il étoit ſtipulé par le nouveau Traité que chacun garderoit les places qu'il avoit conquiſes pendant la guerre, que les priſonniers ſeroient rendus de part & d'autre ſans rançon, & que le Duc confirmeroit l'expectative, que les Electeurs de Brandebourg avoient ſur la Poméranie, avec tous les Traités qui ſubſiſtoient entre les deux Maiſons. A l'égard de l'Article de l'Inveſtiture, il y a toute apparence qu'il ne fut pas bien éclairci ; car il donna lieu à un incident qui faillit à rompre le Traité. Dans la premiere entrevûe que les deux Princes eurent à *Prentzlau*, l'Electeur s'approcha fort amiablement du Duc, & lui préſenta la main, en lui diſant : *Mon Couſin, je vous inveſtis de vos Etats.* Mais le Duc, au lieu de toucher la main à l'Electeur, en ſigne d'aveu, retira le bras, & répondit avec colere : *Ce n'eſt pas notre accord. Je veux que trois fois ſept Diables m'emportent ſi je l'entends ainſi* (*b*). Sur le champ *Bogislas* ſort comme un furieux de l'appartement, monte à cheval, & va trouver, à *Paſewalck*, ſon Oncle *Wratisläff*, qui n'étant pas accommodé avec l'Electeur, conſeilla à ſon Neveu de tenir ferme, & de ne pas achepter la paix par une baſſeſſe. Cependant les Ducs de Meklenbourg ayant ſuivi *Bogislas* à *Paſewalck*, firent tant par leurs repréſentations, qu'ils le ramenerent à *Prentzlau*, où le Traité fut enfin conclu & ſigné. On y avoit ajouté que, pour cimenter la paix & l'union entre les deux Maiſons, le Duc épouſeroit la Princeſſe *Marguerite*, Niéce de l'Electeur, & fille de l'Electeur *Frederic* ſecond ; & ce fut ſelon les apparences la conſidération qui contribua le plus à le 1474.

(*b*) *Es iſt ſo nicht geredet: Da ſollen ehe drey Sieben Teuffel durchfahren.* Micrælius, Lib. III. p. 297.

† p. 139. à le flèchir. *Klemzau* rapporte † qu'après la concluſion du Traité *Bogislas* vit une ſeconde fois l'Electeur, qui lui dit en riant : *Je vois, mon Couſin, que vous avez la tête un peu chaude, & que vous vous laiſſez aller facilement* (*i*) *à de fauſſes inſinuations.* Le Duc répondit, mais ſans ſe fâcher : *il eſt vrai, mon Couſin, que je ne plie pas facilement.* Je dois avertir ici que les Hiſtoriens de la Marche, ne font aucune mention des particularités que je viens de toucher. Ils diſent ſimplement, que les Ducs de Meklenbourg déterminerent *Bogislas* à confirmer le Traité de 1472. & à recevoir en conſéquence l'inveſtiture de ſes Etats des mains de l'Electeur. Ainſi je laiſſerai la choſe indéciſe. J'avoüe cependant que les Hiſtoriens de Poméranie me paroiſſent beaucoup plus dignes de foi ſur cet Article. D'un côté ils en appellent † à une Lettre de *Magnus*, Duc de Meklenbourg, qui contenoit tout ce détail. De l'autre, ſi on en excepte le ſeul *Leutinger*, qui paroit avoir écrit ſur des Mémoires, que la Cour lui fourniſſoit, mais dont l'Hiſtoire ne commence proprement qu'avec le ſeizième ſiecle, les autres Hiſtoriens de la Marche ſont des Miniſtres, des Régens, & en un mot des gens de lettres, qui rapportent ce qu'ils ont appris par les nouvelles publiques, ou trouvé dans des Chroniques compilées par des Moines. Au lieu de cela les Hiſtoriens de Poméranie étoient des gens employés dans les affaires, qui avoient accès aux Archives, & dont le témoignage eſt par conſéquent d'un tout autre poids. Quoiqu'il en ſoit, le mariage du Duc avec la Princeſſe *Marguerite* s'accomplit, après que l'Electeur fut revenu dans ſes Etats, c'eſt à dire au mois de Février 1476. & le Duc *Wratisluff* qui continüa toujours de faire la guerre à l'Electeur, étant mort deux ans après (*k*), *Bogislas* qui étoit alors âgé de 24 ans, s'appliqua tout entier

† *Micræl.* L. III. p. 297.

(*i*) On prétend que *Matthias* Roi de Hongrie, qui ne cherchoit qu'à ſuſciter des affaires à l'Empereur *Frederic III.* & aux Princes qui étoient dans ſes intérets, faiſoit ſolliciter ſecrètement *Bogislas* de continüer la guerre contre l'Electeur.

(*k*) Le 13. Decembre 1478. *Klemzau* p. 148. 149. *Cramer.* Lib. II. cap. 46. p. 116.

Petri

tier à profiter de la paix dont il jouïſſoit, pour rendre ſes ſujets heureux, & ſes Etats floriſſants.

Les Hiſtoriens remarquent que ce Prince n'avoit pas un génie fort pénétrant (*l*), c'eſt à dire, qu'il n'étoit pas de ces eſprits vifs & enjoüés, qui ayant d'heureuſes ſailliës, ſont auſſi ſujets à faire de grandes bévuës, mais qu'il avoit par contre du bon ſens, & un jugement ſolide. Il faut effectivement qu'il eut non ſeulement beaucoup de bon ſens, mais encore un grand fond de modeſtie, pour former le plan que je vais expoſer, & pour le mettre en exécution. Auſſi-tôt qu'il fut parvenu à la Régence, & qu'il ſe vit chargé de la conduite des affaires, il ſentit que n'ayant (*m*) ni étude, ni expérience, il ne pourroit que ſe tromper, & être trompé à tout moment, s'il entreprenoit de faire les choſes à ſa tête, & qu'il n'avoit point d'autre parti à prendre, que d'avoir un bon Conſeil, qui le dirigeât dans toutes les affaires qui étoient au deſſus de ſa portée. Fixe dans cette réſolution, il eut après cela aſſez de diſcernement pour faire un bon choix, aſſez de généroſité, pour payer les Membres de ſon Conſeil d'une maniere qui les mettoit à l'épreuve de toute corruption, & qui leur ôtoit la penſée de chan-

Petri Stephani J. C. & Prof. Gryphswald. *Chron. Pomer.* an. 1647. MSpt. Biblioth. Regiæ. Lib. III. p. 42.

(*l*) *Der Verſtand war zimlich, aber doch nicht allzu ſpitzig. Klemzau*, p. 318.

(*m*) J'ai déjà remarqué que *Bogislas* n'avoit appris autre choſe au College de *Rügenwalde*, qu'à jargonner quelques mots de mauvais Latin. On pourra juger de ſa Latinité par cet échantillon. *Ludke Hune*, Capitaine du Château d'*Uckermünde*, ayant montré à Bogislas une étoffe extremement riche, qu'il avoit achetée pour en faire un habit à ſa femme, le Duc qui trouvoit l'habit trop magnifique, mais qui ne vouloit pas mortifier *Ludke Hune*, ſachant que celui-ci n'entendoit pas le Latin, ſe tourna vers les gens de ſa ſuite, & leur dit: *Ah! Ah! hoc eſt nimium multum. Mea mater non habuit talem tunicam. Sed tantum uxor bene habuit, quæ fuit una filia regis.* C'eſt de l'Allemand rendu mot à mot en Latin. *Klemz.* p. 318.

changer jamais de maitre, & enfin aſſez de docilité, pour ne rien faire à l'inſçu & ſans l'approbation d'un Conſeil auquel il avoit donné la confiance.

Il commença par prier l'Electeur de lui céder *Verner Schulenbourg*, qu'il ſe propoſoit de mettre à la tête des affaires, parce qu'il ſentoit le beſoin qu'il avoit d'un homme d'autorité, pour retablir l'ordre & la dépendance, dans un païs où depuis longtems on n'en connoiſſoit point. (*Hoffmeiſter.*) Effectivement *Schulenbourg* qui étoit Grand-Maitre de la Maiſon de l'Electeur, & Gouverneur de la Forteresſe *de Löknitz*, avoit la réputation d'être en même tems grand Capitaine, & grand homme d'Etat; il joignoit à une expérience conſommée dans les affaires, une probité qui ne s'étoit jamais démentie, & mille autres bonnes qualités, qui lui avoient acquis une eſtime générale. On peut juger de la conſidération où il étoit à la Cour de Brandebourg, par la maniere dont l'Electeur répondit à la demande de *Bogislas*. Ne voulant pas deſobliger le Duc, ni ſe priver lui-même d'un ſujet qui lui étoit utile, il permit à *Schulenbourg* de paſſer au ſervice du Duc de Poméranie, & lui conſerva en même tems les Emplois qu'il avoit à ſa Cour, avec les émolumens qui y étoient attachés. En cela l'Electeur n'obligea pas un ingrat. Auſſi longtems que *Schulenbourg* vêcut, il n'épargna rien pour entretenir une bonne intelligence entre ſes Maitres; & s'il y eut de tems en tems de la froideur, & même des conteſtations entre les deux Cours, il empêcha au moins que les choſes n'en vinſſent jamais à une guerre ouverte. *Bogislas* de ſon côté, dit *Klemzau* †, fit à *Schulenbourg* un pont d'or pour l'attirer à ſon ſervice & pour l'y retenir, Non content de le déclarer Capitaine général de la Duché de *Stettin*, ce qui étoit la premiere dignité de l'Etat, il lui donna encore la Ville & le Bailliage de *Penkun*. Il aſſocia à ce premier Miniſtre *George Kleiſt*, qu'il créa enſuite ſon Chancelier *. *Kleiſt* étoit un Gentilhomme de Poméranie, qui, contre la coutume de ſon ſiecle, de ſon païs, & des gens de ſa condition, s'étoit

† p. 151. 152. *Micral.* L. III. p. 299.

* *Klemzau* p. 159.

toit appliqué aux études & s'y étoit diſtingué. Il étoit bon Juriſconſulte, & entendoit d'ailleurs parfaitement les Conſtitutions & les Coutumes de ſa Patrie. C'etoit par conſéquent l'homme qu'il faloit à *Bogislas* pour érablir une bonne juſtice dans ſes Etats. De l'avis de ces deux Miniſtres † il nomma les autres Membres de ſon Conſeil, qui étoient tous des gens d'honneur, & capables de bien remplir les différens Emplois dont ils étoit chargés. Le Conſeil étant ainſi formé, & ayant été confirmé par les Etats du Païs, on vit bientôt la Poméranie ſe relever de la décadence où elle étoit depuis pluſieurs Siecles, & reſſentir les ſalutaires effets d'un bon gouvernement. *Bogislas* fit en particulier deux choſes qui lui acquirent une grande réputation, & qui furent bientôt imitées par les Princes voiſins.

† *Klemzau* p. 153.

Premièrement, il vint à bout de rétablir dans ſes Etats l'adminiſtration de la Juſtice; & de cette maniere il remèdia pleinement aux injuſtices, aux violences, & aux brigandages qui ſe commettoient dans les Villes & à la campagne. *La Poméranie*, dit Klemzau, *ſe trouvoit à cet égard dans le plus affreux de tous les déſordres ; ni les villes, ni la nobleſſe, ne reſpectoient plus l'autorité du ſouverain.* C'étoit effectivement un vieux mal, qui s'étendoit non ſeulement à notre Marche, mais encore à la plûpart des Provinces du Nord. Comme il ne venoit pas tant de la barbarie du ſiecle, ou de la ferocité des peuples Allemands, que de la conſtitution même des affaires, il ne ſera pas inutile d'en développer la cauſe avec quelque détail. Ce ſera le moyen de juger, ſi la Nobleſſe & les Villes ont raiſon de ſoupirer après l'ancienne liberté, & de ſe plaindre de la dépendance, où nous vivons aujourdhui.

p. 153.

Lorsque les Saxons eurent commencé vers le milieu du XII Siecle (*n*) à prendre le deſſus, & à chaſſer les Peuples Vandales, ou plutôt Venedes, de la plûpart des contrées qu'ils occupoient au delà de l'Elbe, on jugea que, pour abatre entierement les Venedes, qui, ſoit

(*n*) Sous *Henri le Superbe*, & *Henri le Lion*, ſon fils, Ducs de Saxe.

ſoit par amour pour la liberté, ſoit par prévention contre la Religion Chrêtienne, qu'on vouloit leur faire recevoir par la force, n'avoient jamais manqué depuis plus de deux ſiécles, de ſe ſoulever à la premiere occaſion favorable qui s'en préſentoit, il étoit à propos d'établir, dans le cœur même de la Vandalie, de puiſſantes Colonies d'Allemands, & de les remplir de gens de guerre, qui fuſſent capables de tenir ſous le joug les habitans naturels du païs. Les Ducs de Poméranie, quoiqu'ils fuſſent Venedes, entrérent dans le même projet, après qu'ils ſe furent dérachés de la Pologne, & qu'ils eurent été reçus par l'Empereur *Frederic Barberouſſe* au nombre des Princes de l'Empire. On invita donc les Allemands, & ſurtout les Saxons, à venir s'établir dans la Vandalie (o), & on promit toute ſorte de Privilèges & d'immunités à ceux qui voudroient s'y transplanter. Les Marchands, les Artiſans, & en général tous ceux qui étoient de condition bourgeoiſe, eurent la permiſſion de bâtir des Villes, de les fortifier, & de les garder eux-mêmes, ſans être jamais obligés de recevoir contre leur gré une garniſon étrangere. On leur permit auſſi de choiſir eux-mêmes leurs Magiſtrats, qui étoient autoriſés à juger les Cauſes, & à punir les délits, ſelon le Droit Saxon. Le Privilege des Villes portoit encore, qu'elles ne ſeroient pas obligées de recevoir aucun habitant Venede, encore moins de lui accorder le Droit de Bourgeoiſie, & que les affaires de Juſtice ſeroient portées par appel aux Scabinats de *Halle*, de *Magdebourg*, ou à quelque autre Cour de Juſtice, dans laquelle les cauſes ſe décidoient ſuivant le Droit Saxon. Quand tout cela fut exécuté, il ſe trouva que le Prince s'étoit dépouïllé lui même de toute ſon autorité, & qu'il n'avoit abſolument rien à commander dans les Villes de ſa Domination. Il jouïſſoit d'une taille modique ſur les Maiſons & ſur les terres des Bourgeois. Le Magiſtrat qui étoit chargé de la lever, en avoit une partie pour le Droit de Collecte, & rendoit

(o) *Albert l'Ours* établit pluſieurs Colonies Flamandes le long de l'Elbe. Mais elles furent placées ſur la rive gauche & occidentale de ce fleuve, au moins pour la plus grande partie.

doit compte de l'autre. Ou obſervoit la même choſe par rapport aux amendes. En tems de guerre auſſi les Villes fourniſſoient un certain nombre de fantaſſins pour la défenſe de la Patrie. Mais il faloit pour cela que la guerre eut été réſoluë par les Etats, dans lesquels les Villes tenoient un rang conſidérable. Hors de cela les Villes ne reconnoiſſoient en aucune maniere l'autorité du Souverain. Elles faiſoient même ſonner ſi haut leurs Privilèges, qu'elles prétendoient traiter avec le Souverain, comme d'égal à égal. Quand le Prince avoit quelque grief contre la Bourgeoiſie, ou la Magiſtrature d'une Ville, ceux-ci prétendoient qu'il devoit faire porter la cauſe à un Scabinat étranger, pour y être jugée. Tout de même quand les Domeſtiques du Prince commettoient quelque délit dans une Ville, le Magiſtrat, au lieu de remettre le criminel au *Hauſsvogt*, c'eſt à dire au Juge de la Maiſon ou des Domeſtiques du Prince, l'envoyoit à ſa propre priſon, inſtruiſoit le Procès, & faiſoit exécuter le criminel, quelquefois ſous les yeux même, & malgré toutes les oppoſitions du Maitre. Je trouve encore que la Bourgeoiſie étoit quelquefois de ſi mauvaiſe humeur, qu'elle fermoit ſes portes au Souverain, lorsqu'il vouloit y entrer à des heures induës. Nous ſommes chargés, diſoient-ils, de garder nos portes, & les Villes fortifiées ne s'ouvrent pas de nuit. On lit, par exemple, dans une Chronique Manuſcrite de l'Electorat de Brandebourg †, qu'un des premiers Electeurs, qui réſidoit ordinairement à *Tangermünde*, étant venu paſſer quelque tems à *Berlin*, demanda à la Bourgeoiſie qu'on lui remit l'une des portes, afin qu'il put entrer dans la Ville, & en ſortir, quand il le jugeroit à propos. Les Bourgeois s'étant aſſemblés pour délibérer ſur ſa demande, la rejetterent comme leur étant préjudiciable, & ſe révolterent même à cette occaſion.

† *Haffitius ad annum 1440.*

Le déſordre etoit encore plus grand dans le plat païs. La Nobleſſe Allemande ayant préféré le ſejour de la campagne, on la mit en poſſeſſion des terres que les Venedes avoient abandonnées, ou dont on les depoſſédoit, quand ils refuſoient d'embraſſer le Chriſtianiſme.

Pour mieux tenir en bride les habitans naturels du païs, qui étoient presque tous des gens de main morte, que l'on tenoit dans une dure ſervitude, les Gentilshommes eurent la précaution de s'établir dans des lieux naturellement forts, & d'y bâtir des Châteaux qui ne pouvoient être forcés que par un corps de troupes réglées. En ſureté dans ces retraites, la Nobleſſe ſe rendit bientôt indépendante, ne reconnoiſſant en aucune maniere l'autorité du Souverain, & négligeant bien ſouvent de lui demander juſqu'à l'inveſtiture des fiefs, qu'elle tenoit cependant de ſa pure libéralité. Quand un Gentilhomme avoit quelque grief contre un autre Gentilhomme, ou contre une Ville, au lieu de porter ſes plaintes au Souverain, il envoyoit (*p*) défier ſon ennemi, ce qui étoit une déclaration de guerre formelle. Les Villes prenoient le même parti dans les différens qu'elles avoient avec la Nobleſſe, ou avec d'autres Villes; chacun ſe rendoit juſtice à ſoi-même, de ſorte que la Poméranie & la Marche étoient continuellement affligées d'une foule de guerres inteſtines, que les ſujets ſe faiſoient réciproquement, ſans qu'il fut au pouvoir du Prince de l'empêcher. Il y avoit d'ailleurs un Article qui donnoit lieu à des conteſtations, & à des guerres preſque continuëlles, entre la Nobleſſe & les Villes. En conſéquence d'un uſage fort ancien, qui avoit paſſé en Loi, les gens de main morte qui ſe réfugioient dans une Ville, & qui y demeuroient un an & un jour ſans être reconnus & reclamés, devenoient libres, & ne pouvoient plus être répétés, par le Seigneur de la terre à laquelle ils étoient attachés. C'étoit là le grand grief de la Nobleſſe, qui ſe plaignoit qu'on lui débauchoit tous les jours ſes meilleurs ſujets, & qui ne manquoit jamais d'uſer du Droit de repréſailles, enlevant & retenant les Bourgeois & leurs effets, juſqu'à ce qu'on lui eut donné une ſatisfaction raiſonnable. Enfin, car il faut trancher le mot, la Nobleſſe de Poméranie, & de la Marche, ne tenoit pas à deshonneur de *vivre*, ce qu'on appelloit alors, *de l'etricr*, c'eſt à dire, de faire le métier d'un véritable brigand. Un Gen-

(*p*) C'eſt ce que les Ecrivains de la Baſſe Latinité appellent *diffidare*; en Allemand *abſagen*.

Gentilhomme qui ſe trouvoit mal partagé des biens de la fortune, pourvû qu'il eut du coeur, avoit toujours une reſſource prête pour ne manquer de rien. Il alloit ſe poſter dans un grand chemin, rançonnoit les paſſants, les dépouilloit, les maſſacroit quand ils oſoient faire quelque réſiſtance, ſans que de pareils attentats fuſſent ni recherchés, ni punis, & ſans qu'ils fiſſent ſeulement jusqu'au moindre tort à la réputation d'un Gentilhomme. Je ſai que cet étrange Privilége que la Nobleſſe s'attribuoit, *de vivre de l'etrier*, étoit un reſte de l'ancienne ferocité des peuples Scythes & Celtes *, qui regardoient comme une vile populace les gens qui exercoient un métier, au lieu que les Nobles & les grands Seigneurs ne devoient vivre que de guerre & de rapine. Mais, outre que le préjugé pour être ancien, n'en étoit pas moins odieux, il y a d'ailleurs ici une choſe qui révolte encore plus. Les brigands dont il s'agit étoient Chrêtiens. Ils prétendoient ne s'être tranſplantés dans la Marche, & en Poméranie, que pour y établir une Religion qui ne prêche & ne recommande que l'humanité, la juſtice, & la charité. C'etoit ſans contredit le plus choquant de tous les contraſtes.

* Voy. *Hiſt. des Celtes*, Liv. II. p. 346. 410.

Voilà l'état où *Bogislas* trouva les affaires, lorsqu'il parvint à la Régence. *Klemzau* le remarque avec ſa naïveté ordinaire. † *On ne voyoit*, dit il, *ni juſtice dans les tribunaux, ni dépendance parmi les ſujets. Les grands chemins n'etoient ſurs, ni par terre, ni par eau; chacun faiſoit ce qu'il lui plaiſoit. Quand une Ville avoit quelque différent avec une autre Ville, on commençoit par ſe rendre juſtice à ſoi-même; on ſaiſiſſoit les effets des Bourgeois & des Marchands de la Ville dont on étoit mécontent. La Nobleſſe en uſoit de la même maniere. Un Gentilhomme declaroit la guerre à une Ville, ou à un autre Vaſſal, à l'inſçu & ſans le conſentement du Souverain. Quand le Prince entreprenoit de lever une armée pour remédier au mal, les troupes des Villes ne s'accordoient pas avec celles que la Nobleſſe fourniſſoit, de ſorte qu'il eſt facile de ſe repréſenter l'étrange confuſion qui devoit réſulter de tous ces abus.*

† p. 153-159

Il faut que je rapporte à cette occaſion l'une des avantures dont la vie de *Bogislas* eſt toute remplie. Elle eſt des plus grotesques, mais elle montrera quel cas la Nobleſſe & les Villes de la Poméranie faiſoient de la perſonne & de l'autorité de leur Souverain, avant que Bogislas leur eut appris à reſpecter ſes ordres, & à obéïr aux Arrêts de ſon Conſeil. Un jour que ce Prince etoit allé ſe divertir au Château de *Zanau* (9), quelques Gentilshommes de ſa ſuite, ayant été informés qu'il devoit paſſer dans le voiſinage une Compagnie de Marchands *, avec des Marchandiſes qu'ils apportoient de la Foire de *Dantzig*, ſe mirent en embuſcade dans un lieu commode, tomberent ſur le convoi, & pillerent tous les effets, qu'ils trouvoient à leur gré, ſans que le Duc eut aucune connoiſſance de ce qui s'étoit paſſé. Les Marchands ayant gagné la Ville voiſine de *Cöslin*, où ils avoient leur établiſſement, ſe plaignirent au Magiſtrat, & à tous les Citoyens qui voulurent les entendre, de la violence qu'on leur avoit faite, & aſſurerent bien poſitivement qu'ils avoient été pillés par des gens de la Cour, qui s'etoient réfugiés avec leur butin au Château de *Zanau*. L'émotion que cette nouvelle cauſa parmi la Bourgeoiſie, qui couroit de toutes parts aux armes, ne permit pas au Magiſtrat de prendre dans cette occaſion le parti le plus ſage, & le plus modéré, c'etoit d'envoyer une Députation au Duc pour lui expoſer le fait, & pour lui demander une bonne & prompte juſtice. Aux inſtances des plaignans, qui étoient ſoutenus par la Bourgeoiſie, on fit partir ſur le champ une troupe de gens de pied & de cheval, qui furent chargés de ſaiſir & d'amener les brigands, ce qui n'empêcha pas qu'on ne leur recommandât auſſi, de n'uſer d'aucune violence. Je m'imagine que cette clauſe fut ajoutée par le Magiſtrat, qui n'approuvoit point une pareille levée de bouclier. Au reſte comme il n'étoit pas poſſible de ſaiſir les brigands ſans qu'il y eut des coups donnés, il étoit auſſi très naturel de préſumer qu'une populace

* *Klemzau*, p. 262. *Micrel.* L. III. p. 299.

(9) En 1480. Le Chateau de *Zanau*, qui ne ſubſiſte plus, étoit ſitué ſur la Montagne, qui les gens du païs appellent le *Gollenberg*, à un mille d'Allemagne de la ville de *Cöslin*.

pulace armée, & transportée de fureur, ne feroit pas une ſemblable expédition ſans uſer d'une très grande violence. Quoiqu'il en ſoit, les troupes étant arrivées au Village de *Zanau*, & y ayant appris que les brigands étoient effectivement rentrés dans le Château *, l'entourerent de tous côtés, afin que perſonne ne leur échapât, pendant que les plus furieux ſe jetterent dans la cour, criant à tuë-tête qu'il faloit aſſommer tous ces coquins. Le Duc qui ne pouvoit comprendre, ni, qui étoit cet ennemi, ni pourquoi on venoit l'attaquer ſi brusquement, fût extrêmement ſurpris, de ſe voir tant de gens armés ſur les bras. Cependant, comme il étoit fort brave de ſa perſonne, il ne perdit point contenance; & quoiqu'il n'eut autour de lui que cinq ou ſix Gentilshommes, il ne laiſſa pas que de donner ſi vertement ſur les Bourgeois, qu'il vint à bout de les chaſſer du Château. Aprés qu'on eut levé le pont & fermé la porte, le Duc leur demanda par une embraſure ce qui les avoit amenés, & pourquoi on venoit l'attaquer à main armée. Les Bourgeois répondirent, que des Marchands de leur Ville avoient été pillés dans le grand chemin, par des gens de ſa ſuite, qui ſe trouvoient actuellement dans le Château; & qu'ils étoient venus demander, qu'on leur livrât ces brigands. Le Duc les aſſura là-deſſus qu'il n'avoit aucune connoiſſance du fait; il ajouta, qu'ils devoient ſe tranquilliſer, & que, pourvû qu'ils lui nommaſſent les coupables, il en feroit un châtiment exemplaire, de quelque condition qu'ils puſſent être. Une réponſe ſi raiſonnable ne contenta pas les Bourgeois. Le détachement étoit fort. Les Marchands ne vouloient, ni attendre, ni recevoir du Duc, une juſtice qu'ils étoient en état de ſe rendre eux-mêmes ſur le champ. La populace auſſi ne vouloit pas qu'il fut dit, qu'elle eut fait une expédition inutile. Ainſi les troupes ayant repris courage, aſſaillirent le Château, abbatirent le pont-levis, rompirent la porte, & rentrerent dans la cour les armes à la main. Le Duc s'avança à la vérité pour les repouſſer, & bleſſa même pluſieurs des ennemis; mais il auroit péri à ſon tour ſous la main d'un Bourgeois, qui allongeoit déjà ſa halebarde pour le percer, ſi le Capitaine du Château, *Adam Podewils*, n'a-

* *Klemzau*, p. 163.

n'avoit paré le coup, & terraſſé le Bourgeois. A la fin il falut céder au nombre. Le Duc ayant été bleſſé, avec tous les gens de ſa ſuite qui s'étoient mis en défenſe, fut contraint de ſe rendre priſonnier. Comme le détachement ne s'étoit pas pourvû de voitures, & que les bleſſés n'étoient pas en état de ſuivre, ni à pied, ni à cheval, quelques Bourgeois coururent au Village, firent décharger des chariots qui menoient du fumier, & y placerent le Duc avec toute ſa ſuite, qu'ils conduiſirent ainſi en triomphe à *Cöslin*. Je m'imagine qu'on n'oublia pas de mettre auſſi ſur les chariots, ce que les Juriſconſultes appellent le *Corpus delicti*, c'eſt à dire, les Marchandiſes qu'on dût retrouver dans le Château; mais les Hiſtoriens n'en font aucune mention. Quoiqu'il en ſoit, pendant que tout cela ſe paſſoit à *Zanau*, le Magiſtrat, & les notables de la Ville de *Cöslin*, étoient en attendant dans de grandes perplexités, ſur l'iſſuë d'une ſi folle entrepriſe. Comme ils promenoient leurs inquiètudes dans la place du Marché *, & qu'ils attendoient avec la derniere impatience des nouvelles du détachement, ils virent arriver un Huiſſier, auquel les troupes avoient fait prendre les devants, pour porter à leurs Concitoyens la nouvelle de la glorieuſe victoire qu'elles venoient de remporter. L'Huiſſier arriva en ſautant & en danſant, & criant de toute ſa force : *Victoire, victoire, nous avons pris tous les brigands ; nos gens les amenent, & le Duc avec eux.* La maniere dont il s'exprima, indiquoit qu'on amenoit les brigands, & leur chef.

* *Klemzan*, p. 164.

Cette nouvelle fut comme un coup de foudre, pour tous ceux qui prévoyoient les fâcheuſes ſuites qu'une pareille violence ne manqueroit pas de trainer après ſoi. Dans une circonſtance ſi délicate, les Senateurs ayant conſulté un moment avec les principaux Bourgeois, & voyant que l'émotion de la populace étoit trop grande, pour qu'il falut penſer à relâcher ſur le champ les priſonniers, prirent le parti d'aller au devant du Duc hors des portes de la Ville. Celui qui portoit la parole pour tous les autres, le pria humblement de deſcendre du chariot pour ſe rendre à une auberge que le Magiſtrat lui avoit fait préparer, &

& d'agréer le bon traitement que la Ville lui feroit ſelon ſes moyens ; l'aſſurant au reſte qu'il ne lui arriveroit aucun mal, pourvu qu'il conſentit de demeurer tranquillement dans la maiſon, avec ſa ſuite, jusqu'à ce qu'on eut trouvé le moyen d'appaiſer l'émeute du peuple. Cet arrêt où le Duc n'avoit été mis que pour la forme, ne fut auſſi que de quelques jours, pendant lesquels le Magiſtrat n'épargna rien pour lui faire oublier le violent outrage qu'il avoit ſouffert. * En attendant, le bruit ſe répandit par toute la Poméranie, que *Bogislas* étoit détenu priſonnier à *Cöslin*. La renommée qui ſe plait ordinairement à groſſir les objets, ajouta même qu'il avoit été aſſommé par les mutins. Comme le Duc étoit fort aimé, ſoit à cauſe de ſon bon caractère, ſoit parce qu'il étoit le ſeul Prince qui reſtoit de la maiſon de Poméranie, tout le païs ſe mit en mouvement pour délivrer ſon Souverain, ou pour venger ſa mort. Comme le Magiſtrat reçut dans la Ville les Gentilshommes qui accouroient de toutes parts avec leurs vaſſaux, le Duc ſe vit en état de faire un exemple des ſéditieux, qui l'avoient traité avec tant d'indignité. Mais il préféra de donner lui-même un exemple de clémence & de modération. Soit qu'il eut été flêchi par les ſoumiſſions du Magiſtrat, ſoit qu'il comprit que les Gentilshommes de ſa Cour avoient le plus de tort dans cette affaire, comme ayant été les aggreſſeurs, il ne voulut pas qu'il y eut du ſang répandu, ni que perſonne fut flêtri, ou puni corporellement, à ſon occaſion. Il conſentit même que *Martin de Fregeno*, Evêque de *Camin*, *Henning Borcke*, *Carſten Fleming*, *Werner Schulenbourg*, & quelques autres Gentilshommes qu'il avoit autour de lui, accommodaſſent l'affaire avec le Magiſtrat, & la Bourgeoiſie, mais d'une maniere que l'autorité du Souverain n'y fut point commiſe. Il eut tout ſujet d'être content de la ſentence que ces arbitres prononcerent (*). Elle portoit en ſubſtance ;

* *Klemzau*, P. 165.

1. Que la Bourgeoiſie ſe déſiſteroit d'une ſomme de quelques mille florins qu'elle avoit avancés au Duc *Eric* pendant les dernieres

 guerres,

(*) *Klemzau*, ub ſup. *Cramer*, Lib. II. cap. 46. p. 118.

guerres, & qu'elle payeroit de plus au Fiſc une amende de 3000. florins.

2. Que le Duc ſeroit reçû dans la Ville avec toute ſa Cour, & une eſcorte de 200 Cavaliers, & qu'il y ſeroit défrayé pendant quelques jours aux dépens de la Bourgeoſie.

3. Qu'on abbattroit la porte par où le Duc avoit été conduit priſonnier, afin qu'il put entrer par la bréche.

4. Que le jour fixé pour l'entrée, le Clergé & les Compagnies Bourgeoiſes ſortiroient de la Ville, en proceſſion, précédés de la Croix, des Drapeaux & des Etendarts, & qu'auſſi-tôt que le Duc ſeroit en préſence, ils ſe proſterneroient tous en terre, lui demandant grace & merci, & le priant pour l'amour de Dieu de leur pardonner leur forfait.

5. Qu'enfin le Corps de Ville préſenteroit à la Ducheſſe un joyau, avec une bourſe de 200 florins.

Tous ces Articles furent fidèlement exécutés par la Bourgeoiſie, qui avoit encore ſujet de ſe feliciter d'en être quitte à ſi bon marché. Au reſte cet accident, bien loin de déranger le Plan que *Bogislas* avoit formé des le commencement de ſa régence, ne ſervit qu'a en accélérer l'exécution. Il comprit qu'il faloit remèdier à quelque prix que ce fut aux brigandages que la Nobleſſe commettoit jusques ſous les yeux du Maitre, & apprendre auſſi au Bourgeois à ne ſe point rendre juſtice à lui-même. En conſéquence, il ordonna au Conſeil qui venoit d'être établi tout nouvellement, d'écouter toutes les plaintes, de décider les cauſes avec équité, & ſans aucune acception de perſonnes. Il s'agiſſoit apres cela de faire reſpecter & exécuter les Arrêts de ce Tribunal. La choſe n'étoit pas facile, parce que les Princes de l'Empire n'avoient alors point de troupes réglées. Les Villes ſe montroient toujours prêtes à fournir leur contingent, quand il s'agiſſoit d'aller raſer quelque Château qui ſervoit de retraite à des brigands ; mais ces troupes ſe retiroient

tiroient quand on vouloit les mener au ſiège d'une autre Ville. La Nobleſſe au contraire ne manquoit jamais de ſe rendre à l'aſſignation, quand il étoit queſtion de faire quelque entrepriſe ſur une Ville, mais elle ne vouloit pas qu'on l'employât à ſoumettre un Gentilhomme. D'ailleurs, comme elle ne ſervoit qu'à cheval, elle n'étoit point du tout propre pour faire le ſiége d'une Ville.

Le Duc toujours occupé du bien public remèdia à cet inconvénient, en faiſant agréer aux Etats, qu'il mit ſur pied une Compagnie de 200 Gens-d'armes qui furent choiſis parmi la Nobleſſe du païs. On n'eut égard* en formant cette Compagnie, ni à la jeuneſſe, ni à la bonne mine des ſujets qui ſe préſentoient ; *Bogislas* voulut qu'elle ne fut compoſée que de gens d'âge & d'expérience, qui euſſent non ſeulement du ſervice & de la valeur, mais auſſi de l'honneur & de la probité ; il vouloit, dit *Klemzau*, qu'on pût les employer également au poil, & à la plume. Ce petit Corps de troupes réglées, qui paroiſſoit à peine ſuffiſant pour emporter une bicoque, ne laiſſa pas que de rendre de bons ſervices tant au Prince, qu'à l'Etat. Premièrement, elles nettoyerent parfaitement les grands chemins, en ſorte qu'on pouvoit voyager d'un bout de la Poméranie à l'autre, ſans aucune appréhenſion d'être, ni pillé, ni inſulté ; 2. Quand un Gentilhomme avoit refuſé de ſe rendre aux ſommations du Conſeil, ou d'obéïr à ſes Arrêts, ce qui arrivoit ſouvent dans les commencemens, les Gens-d'armes qui connoiſſoient parfaitement le païs, alloient ſe mettre en embuſcade dans les Villages, ou dans les forêts voiſines du Château du Gentilhomme, & l'épioient ſi bien qu'il étoit enfin enlevé au dépourvû. Si le Gentilhomme qu'ils guettoient, leur échapoit, ils alloient mettre le feu à ſes granges, à ſes métairies, & éloignoient ceux qui accouroient pour éteindre les flammes, de ſorte que le délinquant ne pouvoit éviter une ruïne totale, qu'en allant ſe remettre à la merci du Duc, & de ſon Conſeil. 3. Les Gens-d'armes n'étoient pas moins redoutés dans les Villes, parce qu'au premier ordre qu'ils en recevoient, ils alloient ſe

* *Klemz.* p. 153.

rendre maitres de toutes les avenuës, & faiſoient ſi bonne garde, qu'il ne pouvoit rien entrer dans la Ville, ni en ſortir; ce qui entrainoit néceſſairement après ſoi la ſuſpenſion du commerce, & le manque de vivres.

Après cela, *Bogislas* ne ſe repoſoit pas tellement ſur la vigilance de ſes Gens-d'armes, qu'il ne ſe donnât ſouvent la peine de battre lui-même la Campagne, & de veiller en perſonne à la ſureté des grands chemins. * Malheur au brigand qu'il attrapoit en flagrant délit; car il le faiſoit pendre ſur le champ & ſous ſes propres yeux. En cela, dit encore *Klemzau*, † il marchoit ſur les traces de ſon Oncle *Wratislaf*, qui étoit auſſi grand ennemi des brigands, & qui en avoit ſi bien purgé ſon païs, qu'il diſoit à ſes païſans: *Mes enfans, gardez vos vaches du loup; j'auray ſoin de les garder des voleurs.* Effectivement ce qu'il fit à l'egard d'un Capitaine de vaiſſeau nommé *Eyſenborn*, montre qu'il étoit implacable ſur cet article. Le fait eſt aſſez curieux pour mériter d'etre rapporté. (*) Pendant la guerre qui s'alluma entre la Suede & le Danemarc, à laquelle les Ducs de Poméranie ne prirent aucune part, (r) quoique les Villes Anſéatiques de leur domination y fuſſent envelopées, le Capitaine *Eyſenborn*, natif de *Barth*, qui ſervoit l'une des puiſſances belligerantes, fit une deſcente ſur les terres du Duc *Wratislaff*, & enleva à ſes païſans beaucoup de bétail & de viandes fumées, qui ſervirent à avitailler ſon vaiſſeau. Le Duc qui en fut informé, lui garda cette rancune pendant ſept ans tout entiers. Au bout de ce terme, *Eyſenborn* qui croyoit la choſe oubliée, revint dans ſa patrie. Malheureuſement pour lui, il fut rencontré par le Duc qui étoit à la chaſſe, & qui, auſſi tôt qu'il l'eut apperçû, lui dit: *Pourquoi dans un tel tems, & dans un tel endroit, as-tu enlevé à mes païſans leurs vaches & leur lard?* Le Capitaine, qui ne s'attendoit pas à un pareil compliment, en fut tout bouleverſé. Ayant cependant repris ſes eſprits

* *Klemzau*, p. 149.

† p. 149.

(*) *Klemzau*, p. 149. *Stephani*, L. III. p. 43.

(r) *Wratislaff X.* Duc de *Barth* & de *Rügen* parvint à la Régence en 1457. & mourut en 1478.

eſprits, il répondit : *Monſeigneur, cela s'eſt paſſé pendant la guerre.* Mais le Duc repliqua ſans héſiter; *ſi nous étions alors en guerre, la paix n'eſt pas faite aujourd'hui; ainſi tu payeras cette affaire de ta tête.* (*s*) *Eyſenborn* recourant aux prieres & aux ſupplications, dit au Duc; *j'eſpère, Monſeigneur, que vous n'en viendrez pas à cette extrémité; mais, ſi on me fait quelque violence, j'ay aſſez d'amis pour venger ma mort.* Toutes ces repréſentations ne flêchirent point le Duc. Tirant de ſa manche une corde dont il ſe ſervoit pour arrêter ſes chiens, il y fit un noeud coulant, & dit à l'infortuné Capitaine: *voilà une cravate pour toi,* (*t*) *je m'accomoderai avec tes amis, comme je pourrai.* En diſant cela, il ordonna qu'on mit la corde au cou du criminel, le fit attacher à un arbre, & fouëtta lui-même le cheval ſur lequel *Eyſenborn* étoit monté. „Il fit, dit *Klemzau*, beaucoup de pa- *ub. ſup.*
„ reils exploits, que nos vieillards racontent encore aujourd'hui avec dé-
„ lectation.„ Je m'imagine qu'on trouvera dans tout cela beaucoup de férocité & de barbarie. Peut-être aura-t-on raiſon. Je dois avertir cependant que les idées ont entierement changé ſur cet article. Dans ce tems-là un Prince, ou un Magiſtrat, ne ſe deshonoroient point, en exécutant les ſentences qu'ils avoient prononcées, & en faiſant eux-mêmes juſtice des criminels. Pour le prouver, je n'alléguerai point le célebre paſſage d'*Howedenus* dans lequel on a cru trouver que la charge de grand Bourreau étoit autrefois en Angleterre l'une des principales dignités des l'Etat. † *Rex Harde Canutus, Alfricum Eboracenſem Archiepiſcopum, Godwinum Comitem, Stir Majorem Domus, Edricum diſpenſatorem, Throud ſummum carnificem, & alios magnæ dignitatis viros Londinum miſit.* Le mot de *Carnifex* déſignoit dans la Baſſe Latinité, non pas un Bourreau, mais un Boucher. M. *du Freſne* * en donne pluſieurs exemples dans ſon Gloſſaire, & les Diplomes de notre Marche en fourniſſent auſſi des preuves. (*u*) Ainſi *ſummus Carnifex* étoit ce qu'on

Hagenb. Germ. Med. p. 7

† *Howedenus, ad an. 1040.*

* Tom. I. p. 940.

(*s*) *Du muſt es mit dem Kragen bezahlen.*

(*t*) *Komm, du muſt in das Loch kucken.*

(*u*) *Nos Conſules de Struzeberg præſentibus recognoſcimus & proteſtamur, quod nos macellum*

qu'on appelloit autrefois le *grand Queux*, ou comme nous le dirions aujourd'hui, *le grand Maître de la Cuiſine*. Mais au reſte, on voit dans l'Hiſtoire d'Allemagne qu'il n'y avoit autrefois point de gens établis d'office pour exécuter les criminels. Ainſi *Keysler* (*x*) rapporte une ſentence de l'an 1400. qui charge le demandeur de pendre de ſes propres mains un brigand qu'il avoit fait arrêter, ou de trouver quelcun qui en fit l'office. On y voit encore que, dans la plupart des Tribunaux, c'étoient les plus jeunes des Juges, ou des Aſſeſſeurs, qui exécutoient les criminels. *Schottelius* cite par exemple une ancienne ordonnance, qui porte *que les plus jeunes des Juges prendront le criminel, & le pendront ſept pieds plus haut qu'on ne pend les autres voleurs.* (*y*) Enfin c'eſt un fait connu, qu'Henri Duc de Meklenbourg qui vivoit ſur la fin du XIV. ſiecle, & qui faiſoit les délices de ſes ſujets à cauſe de ſes excellentes qualités, étoit enflammé, pour me ſervir des termes de *Krantzius*, (*) d'un tel zele pour la juſtice, qu'il pendoit de ſes propres mains tous les brigands qu'il prenoit ſur le fait. On l'appelloit pour cette raiſon *Henri l'etrangleur, Suſpenſor*, ou *Jugulator*. Si après ces éclairciſſemens on trouvoit encore quelque choſe de dur & de ruſtique dans cette maniere de procéder, bien qu'elle fut généralement établie, je pourrois ajouter auſſi qu'il y a dans tout cela pluſieurs choſes qui me paroiſſent purement arbitraires; peut-être ſerois-je même en état de prouver que nous

vella noſtra in Struzeberg, olim noſtris ſumtibus ædificata, ipſis carnificibus demum reliquimus. Diploma ap. *Becman.* Hiſt. Anh. Tom. I. p. 195. *Diſtricte præcipimus & volumus ne ipſi carnifices carnes putridas, corruptas, ſophiſticas, in eorum macellis vendendo exponant.* Ibid.

(*x*) *Keysler*, p. 165. ex *Wehneri* Obſ. præt. in voce *Beſiehnen*. *So möcht er den hencken mit ſeiner ſelbſt hand; oder ob er jemand hatte, der das vor ihn thate.*

(*y*) *Schottel. de Ant. Germ. Jur.* cap. XXIX. 567. ex *Münſters Cosmogr.* Lib. III. p. IIII. *in veteri ordinantia lauten die Worte alſo: Zwey junge frey Schoppen ſollen ohn nohmen, und leiden ön ſieben Fuß van der Stelle, und hengen ohn ſieben Fuß höher, denn einen andern Dieb.* Voy. *Keysler*, ub. ſup. p. 167.

(*) *Krantz. Vand.* Lib. IX. cap. 8.

nous conſervons encore pluſieurs idées, & pluſieurs coutumes qui ne ſont autre choſe que des reſtes de l'ancienne barbarie. L'idée par exemple que la véritable Nobleſſe ne peut s'acquérir que par les armes, & qu'on peut l'acquérir, non ſeulement dans une guerre juſte & néceſſaire, mais encore dans les guerres les plus injuſtes, & lorsqu'on ne ſert qu'en la ſimple qualité de volontaire, ou de mercenaire, comme les gladiateurs qui vendoient leur ſang & leur vie pour de l'argent. Le préjugé encore, qu'un Gentilhomme conſerve & transmet ſa Nobleſſe, pourvû qu'il paſſe ſa vie à ne rien faire, au lieu qu'il ſe dégraderoit en exercant un metier honnête & utile à la ſocieté ; La fureur enfin des Duels, dans leſquels le plaignant fait en même tems l'office de juge & de partie, & exécute auſſi de ſa propre autorité l'arrêt qu'il a prononcé ; les loix de l'honneur ne lui permettant pas d'en donner la commiſſion à un autre. Les Grecs, les Romains, les Turcs même ont condamné cent & cent fois cette férocité des peuples du Nord, & nous ne voulons pas nous en corriger. Mais ce n'eſt pas dequoi il s'agit ici. Pour revenir à *Bogislas*, au moyen des divers arrangemens dont je viens de faire mention, il vint à bout d'une choſe que ſes prédeceſſeurs avoient tentée inutilement, c'eſtoit de faire rentrer la Poméranie dans la dépendance, où les ſujets doivent toujours demeurer par rapport au Souverain, dans un Etat bien réglé. La Juſtice s'adminiſtroit fidèlement dans les Tribunaux, les grands chemins étoient ſurs, la Nobleſſe & les Villes jouïſſoient d'une profonde paix, & vivoient enſemble dans une parfaite union. Tout cela s'exécuta même d'une maniere qui au lieu de révolter les ſujets, ne ſervit qu'à les captiver de plus en plus. Le Duc, les Membres du Conſeil, & même les ſimples Gens-d'armes étoient regardés par les gens de bien, comme autant d'Anges tutelaires, que la Providence leur avoit ſuſcités pour les maintenir dans une tranquille poſſeſſion de ce qui leur appartenoit, pendant que la crainte d'un châtiment prompt & rigoureux obligeoit les brouïllons & les ſcélerats, à ſe tenir en repos, & à ſupprimer leurs mauvaiſes intentions.

L'autre avantage que *Bogislas* procura à ſes Etats, & qui n'étoit pas moins conſidérable que le premier, fut qu'il trouva le moyen de rétablir le crédit public, avec ſes propres finances. Les revenus des Princes Allemands conſiſtoient dans ce tems-là, 1°. Dans les Domaines. C'étoient des Villages, des terres, des forêts, & d'autres biens fonds qui appartenoient en propre au Souverain, & qu'on déſigne ordinairement ſous le nom de Bailliages. 2°. Dans la Taille que les Villes payoient, tant pour les maiſons des Bourgeois, que pour les terres & jardins qui en dépendoient. 3°. Dans le Péage, qu'on levoit ſur les voyageurs, & ſur les marchandiſes, qui entroient, ou qui ſortoient par terre ou par eau. La Nobleſſe & le Clergé étoient francs de tout Droit. Cependant, quand le Prince ſavoit ménager les Etats, & gagner leur affection, il en obtenoit ſouvent des Dons gratuits, auxquels la Nobleſſe, le Clergé, & les Villes, contribuoïent à proportion de leurs facultés. Tous ces revenus, fixes ou caſuëls, des Ducs de Poméranie étoient en eux mêmes tres peu de choſe. Mais *Bogislas* les trouva d'ailleurs ruïnés & réduits à rien, tant par la mauvaiſe adminiſtration, que par la longue guerre que le païs avoit ſoutenuë, contre l'Electeur de Brandebourg & ſes alliés. La plupart des Domaines avoient été vendus ou engagés pour ſubvenir aux fraix de la guerre; il y en avoit d'autres, qui avoient été uſurpés par des particuliers, au milieu du trouble & de la licence que la guerre porte ordinairement avec ſoi. Les Tailles & les Péages étoient hypothéqués pour la plûpart, ou à la Nobleſſe, ou à quelques villes Anſeatiques, pour la ſureté de leurs avances. Le païs auſſi, qui etoit pauvre & ruïné, n'étoit guères en érat de faire des dons gratuits au Prince, pour l'aider à remettre ſes affaires, & à ſe libérer des dettes dont il etoit chargé. La Duché de *Stettin*, qui étoit la Province la plus riche du païs, * rapportoit à peine 5000 florins, & c'étoit là ce qu'il y avoit de plus liquide dans les revenus du Duc. Mais ce petit revenu qui lui reſtoit, étoit d'ailleurs ſi mal adminiſtré qu'il n'en entroit que la moindre partie dans les coffres du Prince. † Le Tréſorier recevoit & payoit ſans tenir aucun compte; on s'en rapportoit

* *Stephani*, Lib. III. p. 34.

† *Micrælius*, Lib. III. p. 300. 301.

toit à ſa bonne foi ; & ſelon les apparences, il n'étoit guères poſſible d'en uſer autrement, parce que dans ce tems là, les Eccléſiaſtiques étoient à peu près les ſeuls, qui ſuſſent lire & écrire, tant en Poméranie que dans la plus grande partie de l'Allemagne. Il faut entendre ce que *Klemzau* rapporté ſur ce ſujet * avec la naïveté qui lui eſt ordinaire, & comme témoin oculaire de la choſe. *Le Tréſorier tiroit les revenus du Souverain ſans en tenir aucun compte, & ne donnoit au Prince que ce qu'il trouvoit à propos. Afin que les payemens qu'il faiſoit paruſſent beaucoup, il avoit ſoin de mettre tout l'argent qu'il devoit payer, en petite monnoye, dont on rempliſſoit de grands ſacs ; de ſorte qu'il faloit quelquefois pluſieurs chariots pour les tranſporter. Avec cela le Tréſorier avoit la précaution de faire gliſſer ſecrètement quelques pieces d'or au maître, qui trompé par cet appât, diſoit que ces bonnes gens donnoient beaucoup, & qu'il faloit bien qu'ils gardaſſent quelque choſe pour eux ; d'où il arrivoit que les comptes meme du Receveur, quand il jugoit à propos d'en produire, étoient approuvés & quittancés ſans aucun examen.*

* p. 139. 152.

Le mauvais état où étoient depuis longtems les finances des Ducs de Poméranie, les avoit réduits à mener une vie ambulante, qui reſſembloit aſſez à celle des Bohémiens. Ils ſe tranſportoient continuëllement d'un lieu à l'autre, & vivoient partout aux dépens du public. Comme les plus grandes richeſſes de l'Etat étoient entre les mains du Clergé, & que d'ailleurs la guerre l'avoit épargné plus que les autres ſujets, les Ducs avoient pris inſenſiblement la coutume d'aller paſſer avec toute leur Cour (*) quatre, cinq, & juſqu'à ſix mois de l'année, dans quelcune des riches Abbayes que leurs Ancêtres avoient fondées. Le prétexte le plus ordinaire de les viſiter, étoit que la Cour vouloit prendre le plaiſir de la chaſſe dans le voiſinage, & délivrer le Païſan des bêtes ſauvages qui ruïnoient ſes moiſſons. Mais comme les chaſſeurs & leur ſuite étoient défrayés en attendant des revenus de l'Abbaye, on ſent

(*) *Klemzau*, p. 157. *Cramer*, Lib. II. cap. 46. p. 128.

bien que le Couvent devoit ſouffrir beaucoup plus de ces viſites, que le gibier. Ce qu'il y avoit ici de plus fâcheux encore, c'eſt que les Domeſtiques du Prince, qui ſervoient pour la nourriture & pour le vêtement, † & ſans tirer aucuns gages, ſe croyoient en droit de prendre ſur le païſan, les appointemens qu'ils devoient tirer du Maître, pillant tout ce qu'ils trouvoient à leur bienſéance, foulant les ſujets, & en uſant en un mot ſur les terres des Monaſtères, comme s'ils avoient été en païs ennemi.

† *Klemzau*, P. 152.

Le Conſeil que *Bogislas* avoit choiſi, & auquel il avoit donné ſa confiance, tira bientôt les affaires de la confuſion & de l'embaras ou elles étoient, & mit les finances en un ſi bel ordre, que le Duc paſſa bientôt pour l'un des Princes de l'Allemagne, qui entendoit le mieux l'Oeconomie. (*) On commença par dreſſer un Etat exact & détaillé des revenus actuëls du Duc, qui promit de ſon coté d'y proportionner ſa dépenſe. C'étoit déjà une avance conſidérable. Il n'eſt pas poſſible qu'un particulier, encore moins un Prince, remette ſes affaires, ni qu'il acquitte les vieilles dettes, auſſi-longtems qu'il vit d'une maniere qui le réduit à la néceſſité d'en contracter tous les jours de nouvelles. On congédia les vieux Tréſoriers dont j'ay parlé, pour établir en leur place des Receveurs entendus & fidéles, & on crut ne pouvoir mieux faire à l'un & à l'autre de ces égards, que de confier la recepte des deniers publics à des Eccléſiaſtiques. Il eſt vrai que ce n'étoit pas tout à fait le but de leur inſtitution. Notre Seigneur avoit tiré des Apotres de la maltôte : il ne paroit pas que ſon intention ait été qu'on les y fit rentrer. Mais je m'imagine qu'on ne pouvoit faire autrement. J'ay déjà remarqué qu'il n'y avoit guères en Poméranie que le Clergé qui ſut lire & écrire, & qui fut par conſéquent en état de dreſſer des Actes, & de tenir des Comptes. D'ailleurs les Eccléſiaſtiques paſſoient pour honnêtes gens ; & il en faloit pour ſavoir au juſte ce que chaque branche des revenus du Prince pouvoit rapporter. Enfin ces nouveaux Receveurs ſervoient presque ſans

(*) *Klemzau*, p. 155. *Cramer*, ub. ſup.

ſans gages, parce qu'ils avoient l'eſpérance d'être pourvus de quelcun des bénéfices, qui étoient à la diſpoſition du Maitre.

Après avoir fait ces arrangemens, ou penſa aux moyens d'augmenter les revenus du Duc, mais d'une maniere que le Public n'en ſouffrit point. On rétablit la Monnoye ; & on la mit ſur un ſi bon pied, que ce ſeul article fit monter d'un quart les revenus du Prince. Le Conſeil auſſi revendiqua les Domaines, dont des particuliers s'étoient emparés pendant les troubles, ſans titre legitime ; & la choſe ſe fit avec l'agréement des Etats, qui conſentirent encore d'avancer au Duc toutes les ſommes dont il pourroit avoir beſoin, pour racheter les Domaines & les autres Droits qui avoient été engagés & hypothequés pour ſubvenir aux fraix de la guerre. Enfin on fit entendre aux Abbayes & aux Chapitres, que s'ils vouloient ſe taxer de leur bon gré à une certaine ſomme, * qu'ils pourroient fournir en argent & en denrées, le Duc promettroit de ſon côté de ne plus aller s'établir chez eux avec ſa Cour, & que, lors même qu'un voyage, une expédition, ou quelque autre neceſſité urgente, l'obligeroit à prendre ſon logement dans le Monaſtère, il n'y demeureroit jamais au delà de trois jours. Il eſt facile de juger, par ce que j'ay dit plus haut, que la propoſition fut acceptée avec joye, & ces contributions volontaires du Clergé, ſuffirent pour entretenir magnifiquement le Duc avec toute ſa Cour. Tout cela ſe fit par les avis de *Verner Schulenbourg*, qui étant l'ame du Conſeil, & ayant en particulier la direction des finances, eut auſſi le principal honneur de les avoir remiſes ſur un bon pied. Mais il faut avouër après cela, que ce Miniſtre fit entrer le Duc dans des détails, qui pouvant être néceſſaires & indiſpenſables dans le commencement, commirent enſuite la grandeur d'un Prince Souverain, qui ne doit point léſiner ſur des minuties, ni pouſſer l'oeconomie à un point qui détruiſe la circulation des eſpeces, & qui faſſe des coffres du Maitre une eſpece de gouffre & d'abisme, où tout entre, & d'où rien ne ſort. On a vû plus haut que, lorſque *Bogislas* parvint à la Régence,

Micrel.p.300.

* *Klemzau*, p. 157. *Cramer*, ub. ſup.

il trouva ſon Païs, & ſes finances entièrement ruinées. (*) Comme l'argent étoit depuis longtems extrêmement rare en Poméranie & ſurtout à la Cour, il étoit arrivé de là, que lorsque le Duc réſidoit dans quelcun de ſes propres Châteaux, les Maitres d'Hotel, qui n'étoient jamais en état de faire des proviſions à propos, tiroient des Villes les plus voiſines, les denrées & les marchandiſes dont on avoit beſoin; & ils les achetoient ordinairement à un prix exceſſif, parce qu'ils étoient obligés de les prendre à crédit, & que le payement en étoit toujours fort lent, & ſouvent très incertain. Pour remédier à cet inconvénient, *Schulenbourg* prit divers arrangemens qui firent beaucoup crier le ſujet. Il établit, par exemple, au nom du Prince des Braſſeries, des Boulangeries, des Boucheries, & des Magalins qui fourniſſoient la Cour de tous les vivres qui s'y conſumoient. Il envoya des facteurs aux foires de *Dantzig*, de *Francfort*, & de *Leipzig*, pour y acheter de la premiere main les vins, & les autres marchandiſes, que le païs ne fourniſſoit pas. Enfin, pour empêcher autant qu'il étoit poſſible la ſortie des eſpeces, il fit équiper encore pluſieurs vaiſſeaux, qui portoient en *Hollande*, du grain, & du bois de charpente, pour en rapporter des Draps, des Toiles, des Epices, &c. Cet eſprit de ménage donna beaucoup de mécontentement aux Villes Anſéatiques de la Poméranie, qui depuis plus de deux Siècles étoient en poſſeſſion de fournir le païs de toutes les marchandiſes dont il avoit beſoin. Les Marchands de *Stralſund* en particulier, voyant que les plaintes & les repréſentations qu'ils avoient faites ſur ce ſujet pendant pluſieurs années, étoient toutes inutiles, prirent enfin le parti d'arrêter en 1510. trois Vaiſſeaux chargés de grain que le Duc envoyoit en *Hollande* pour ſon compte (**); & pour juſtifier une entrepriſe ſi hardie, ils oſerent même lui expoſer, qu'il ne convenoit point du tout à un Prince Souverain d'équiper des Vaiſſeaux Marchands, & qu'il ne pouvoit d'ailleurs s'ériger en négociant, ſans porter atteinte aux droits

(*) *Klemzau*, pag. 158. *Micrælius* p. 301.

(**) *Klemzau*, p. 168. *Micrælius*, Lib. III. p. 316. 317.

droits des Villes Anſéatiques, qui tenoient de ſes Ancêtres, le Privilége excluſif de négocier dans le païs. Mais *Bogislas*, qui avoit les mains plus longues que ſes Prédeceſſeurs, n'étoit pas homme à plier. Il contraignit la Ville de *Stralſund*, non ſeulement à lui reſtituer ſes Vaiſſeaux, mais encore à lui payer une amende de 3000 Florins, & à ſe démettre de la haute & baſſe Juſtice des Villages, qui appartenoient à la Ville. En conſéquence des divers arrangemens dont on vient de faire mention, *Bogislas* ſe vit bientôt au large ; & au bout de quelques années *, il eut payé les dettes que ſes prédéceſſeurs lui avoient laiſſées, rembourſé les ſommes qu'on lui avoit avancées, & fait encore des épargnes conſidérables. Au reſte l'oeconomie que *Schulenbourg* avoit introduite à la Cour, n'empêchoit pas qu'on n'y fit une grande dépenſe. Le Duc aimoit beaucoup l'éclat, & ſi j'oſe le dire, le faſte (*). Prenant plaiſir à voir beaucoup de monde, & encore plus à en être vû & regardé, il vouloit que tout fut magnifique chez lui, ſa Cour, ſa Table, ſes Equipages, ſes Ecuries. Comme il entretenoit dans cette vuë un grand nombre d'Officiers & de Domeſtiques, qui étoient bien & largement payés, il prétendoit auſſi que tous ceux qui étoient à ſon ſervice, lui fiſſent honneur de ce qu'il leur donnoit. Les Courtiſans qui connoiſſoient ſur cet article le goût, dirai-je, ou le foible de leur Maitre, étoient obligés de s'y accommoder, s'ils vouloient en être regardés favorablement ; & le grand Maitre *Schulenbourg* leur donnoit certainement bon exemple, s'il eſt vrai, comme l'aſſure *Klemzau*, † qu'il ne ſortoit jamais de chez lui, qu'il ne fut accompagné de ſeize Cavaliers tout au moins. *Bogislas* abhorroit d'ailleurs la ſolitude ; incapable de s'occuper dans ſon Cabinet, il lui faloit de ces récreations bruyantes qu'un Prince ne peut ſe procurer qu'à grands frais, parce qu'elles demandent de grands préparatifs, & qu'elles occupent beaucoup de monde. Ses divertiſſemens les plus ordinaires, * étoient la Chaſſe, & la Muſique. Je m'imagine que cette Muſique étoit des plus bruyantes, le même Hiſtorien avertiſſant

* *Klemzau*, p. 157.

† p. 160.

* *Klemzau*, p. 317.

(*) *Klemzau*, p. 152. 318. 319. *Mutralius*, Lib. III. p. 332.

tiſſant * que *Bogislas* entretenoit deux Timbaliers, douze Trompettes, avec une foule d'autres Muſiciens, entre leſquels il y en avoit pluſieurs qui jouoient de la harpe, ou qui touchoient les orgues. Enfin † il ne ſe paſſoit preſque point d'année, où le Duc ne donnât à ſa Cour, tantôt un tournoi, un carrouſel, une courſe de chevaux, ou quelque autre divertiſſement de cet ordre. Comme il avoit ſoin d'y faire inviter la principale Nobleſſe du païs, & qu'il y avoit ordre de la bien recevoir, & de la défrayer de tout, les Gentilshommes, pour répondre à cet honneur, n'oublioient pas de paroître à la Cour, avec des livrées & des équipages magnifiques, & d'y faire belle dépenſe, d'autant plus que c'étoit le vrai moyen de gagner les bonnes graces du Duc. On comprend facilement par ce détail, que ſi les Marchands ne gagnoient pas beaucoup avec le Souverain, ils devoient cependant faire des ventes conſidérables à la Cour & à la Nobleſſe; & on ne doutera pas après cela, de ce que les Hiſtoriens aſſurent unanimement, ſavoir que le Commerce fut ſur un pied très floriſſant en Poméranie pendant le gouvernement de *Bogislas*. *L'argent*, diſent-ils, *rouloit à la Cour, & ſe répandoit de là dans tout le païs, principalement dans les Villes de commerce.*

* p. 160.

† *Klemzan*, 160. 317. 320.

Je vais rapporter préſentement quelques uns des évenemens les plus remarquables de la vie de *Bogislas*. En 1486. il accorda la Princeſſe *Catherine* ſa ſoeur, à *Henri*, ſurnommé le *Mauvais*, (*z*) Duc de Brunſwig, & la conduiſit lui-même à ſon Epoux, s'étant fait accompagner dans ce voyage de mille Cavaliers (*a*) qu'il avoit tirés de la principale Nobleſſe de ſon païs. En cela il ſuivoit le penchant qu'il avoit à la magnificence, & peut-être que dans toute autre occaſion, cette ſplendeur auroit fort incommodé ſon futur beau-frère. Mais, comme

(*z*) *Henrich der Quade.* Voyez *Rethmeier*, *Chron. Brunſw.* T. II. p. 821. *Micralius*, Lib. III. p. 301. *Eikſtedt*, p. 112. *Bothonis Chron. Brunſw.* ap. *Leibnitz.* in *Scrip. Rer. Brunſw.* T. III. p. 422.

(*a*) *Klemzan* dit 900 Lances. p. 169.

comme celui-ci étoit en guerre avec la Ville de *Hildesheim*, qui étoit ſoutenuë par celles de *Brunſwig*, de *Lünebourg*, de *Magdebourg*, de *Goslar*, & par quelques Seigneurs *Weſtphaliens*, un renfort de mille hommes, qui étoient tous des gens d'élite, le rendit redoutable à ſes ennemis. On conſentit de part & d'autre, que le Duc de Poméranie s'entremit pour un accommodement, & les Conſeillers qu'il avoit amenés avec lui, propoſerent des conditions ſi raiſonnables, que la paix ſe fit à la ſatisfaction réciproque des parties. Il ne faut pas que j'oublie ici une de ces Anecdotes, dont l'Ouvrage de *Klemzau* eſt rempli, mais qu'il tenoit toutes de bon lieu, & comme on dit, de la premiere main, parce qu'ayant paſſé ſa vie à la Cour des Ducs de Poméranie, il avoit été témoin de la plûpart des faits qu'il rapporte. „ La Princeſſe *Catherine*, dit il, * étoit belle, mais fort grande, de ſorte que le Duc, qui „ étoit d'une taille au deſſous de la médiocre, paroiſſoit auprès d'elle „ un Nain. Le Duc, quoique fort petit, ne laiſſoit pas d'etre fort „ emporté, & dans ſes vivacités il menaçoit quelquefois la Princeſſe „ de la battre. Quand elle le voyoit dans un de ces tranſports, elle „ le ſaiſiſſoit au corps, l'élevoit en l'air, & le poſoit enſuite à terre en „ lui diſant : (*b*) *Tenez-vous en repos, mon cher Monſieur, & ne „ vous fachez pas ſi facilement.* Le tenant ainſi ſerré contre le plancher, elle ne le lâchoit pas qu'il ne fut appaiſé, & qu'il n'eut fait la „ paix, qu'il acceptoit à la vérité, mais qu'il ne gardoit pas longtems. „ Je m'imagine pourtant que ces réconciliations, pour être fréquentes, n'en étoient pas moins ſincéres; car il nâquit pluſieurs enfans de leur mariage. (*c*) „ Ils tiroient tous, ajoute *Klemzau*, du côté de la Mere; „ & le Prince *Chriſtophle* en particulier, qui fut dans la ſuite Archevêque de *Breme*, avoit huit pieds de haut.

* *Klemzau*, ub. ſup.

p. 169.

Pour revenir à *Bogislas*, j'ay dit plus haut qu'il avoit épouſé en 1476. la Princeſſe *Marguerite*, fille de *Frederic II.* Electeur de Brandebourg.

(*b*) *Sitzet, lieber Herr, und zürnet nicht ſo leicht.*

(*c*) Sept Princes & deux Princeſſes. *Rethmeier*, ub. ſup. p. 864.

Klimz. p. 173. debourg. Ce mariage ne fut pas heureux. Ce n'eſt pas qu'il y eut rien, ni dans le caractère, ni dans la conduite de la Princeſſe, qui dut lui faire perdre l'eſtime & l'affection que ſon Mari lui avoit d'abord temoignée. Ce n'eſt pas auſſi que le Duc en uſât mal avec elle, ni qu'elle eut à craindre quelque emportement de ſa part. Mais elle ne lui donnoit point d'enfans, & il en vouloit avoir à quelque prix que ce fut, parce qu'il étoit le dernier de ſa race. Ses Courtiſans auſſi lui diſoient & lui répétoient tous les jours, que ce ſeroit grand dommage, qu'un ſi beau païs tombât entre des mains étrangéres, & qu'une famille ſi illuſtre s'éteignit dans la perſonne d'un Prince, qui faiſoit oublier tous ſes Prédéceſſeurs, parce qu'il les avoit tous ſurpaſſés. Comme *Bogislas* ſavoit à n'en pouvoir douter, qu'il avoit un grand don de fécondité, il ne pouvoit ſe conſoler d'avoir épouſé une femme ſtérile. Il arrivoit de là qu'il regardoit la Ducheſſe avec beaucoup de froideur, boudant quelquefois avec elle pendant des ſemaines entieres, ſans qu'elle put lui arracher une ſeule parole, ni apprendre le ſujet de ſon mécontentement. Cette froideur augmenta de plus en plus, & dégénéra enfin en averſion, lorsqu'après dix ans de mariage il eut perdu toute eſpérance d'avoir lignée de ſon épouſe, & que de mauvais eſprits lui eurent inſinüé, que la Maiſon de Brandebourg pour hériter de la Poméranie, avoit pris ſes précautions de longue main, & qu'au moyen de quelque bruvage, ou de quelque malefice, auxquels on ajoutoit beaucoup de foi dans ce tems-là, la Princeſſe avoit été miſe hors d'état d'avoir jamais des enfans. En attendant le Duc ſauvoit au moins les apparences; il logeoit & mangeoit toujours avec la Ducheſſe, & lui faiſoit rendre tous les honneurs dus à ſon rang. Mais il arriva en 1486. un incident qui fit un grand éclat, & qui mérite bien d'être rapporté avec quelque détail.

Comme on étoit informé à *Berlin* de la froideur qu'il y avoit entre le Duc & la Ducheſſe, & de ce qui en faiſoit le principal ſujet, l'Electeur *Jean* ne fut pas plutôt parvenu à la Régence, qu'il ordonna au Docteur

Docteur *Fritz*, ſon premier Médecin, de ſe rendre à la Cour de Poméranie, pour examiner attentivement l'état de la Ducheſſe, & pour voir s'il n'y auroit pas moyen de la délivrer de certaines incommodités, qui l'empêchoient d'avoir des enfans. Je ne doute point du tout que ce Médecin, qui pouvoit être un fort habile homme, mais qui étoit ſans contredit un franc étourdi, n'eut toute la confiance de ſon Maitre. L'Electeur étoit un Prince grand & vigoureux, mais exceſſivement gros. Comme la graiſſe l'incommodoit beaucoup, il étoit toujours entre les mains des Médecins, & peut-être des Charlatans, qui le dégraiſſerent pluſieurs fois, ſans lui prolonger la vie, qu'il perdit en 1499 n'étant agé que de 44. ans. Quoiqu'il en ſoit le Docteur *Fritz* étant arrivé à *Ukermünde*, où la Cour de Poméranie ſe tenoit alors, n'y trouva, ni le Duc qui étoit à une partie de chaſſe, ni le Grand Maitre, qui avoit profité de l'abſence du Duc, pour aller paſſer quelques jours à ſon commandement de *Löknitz*. L'ordre, ou ſi l'on veut le Cérémonial qu'on obſervoit alors dans les Cours d'Allemagne, auroit voulu qu'il attendit le retour du Duc pour s'annoncer, où qu'il informât au moins quelque Membre du Conſeil, du ſujet de ſon voyage. Mais il crût ſans doute que ſa qualité de Médecin le mettoit au deſſus de toute étiquette, & qu'il devoit avoir les entrées libres à la Cour de Poméranie, comme à celle de *Berlin*. Ainſi il alla deſcendre ſans façon † au Château, & y prit ſon logement. Les Conſeillers qui avoient ſuivi la Cour à *Ukermünde*, ne pouvoient comprendre qui étoit cet inconnu, qu'ils voyoient entrer chez la Ducheſſe à toutes les heures du jour, & ſe promener quelquefois par la Ville tout chamarré de dorures, & regardant tout le monde de haut en bas. Apres avoir conſulté enſemble, ils ſe crurent obligés d'aller trouver la Ducheſſe, pour lui demander qui étoit ce nouveau venu, & à quelle intention il avoit été envoyé. La bonne Princeſſe leur répondit fort ingenument, que cet homme étoit le premier Médecin de l'Electeur, & qu'il étoit chargé par ſon Maitre de voir, s'il y auroit moyen de la guérir des incommodités qui rendoient ſon mariage infructueux. Cette réponſe, au lieu de tranquil-

† *Klemzan*, p. 174.

liſer les Conſeillers, ne ſervit qu'à augmenter leurs ſoupçons. Ils ne pouvoient comprendre que l'Electeur ſouhaitât ſincérement, de voir des enfans iſſus du mariage de ſa Couſine avec *Bogislas*, auquel il devoit ſuccéder, ſuppoſé que le Duc mourut ſans enfans. Ainſi les uns dirent que le prétendu Médecin étoit indubitablement un Eſpion. Le ſoupcon étoit ridicule ; un Eſpion ne ſe montre pas, & ne réüſſit qu'autant qu'il trouve le ſecret de ſe cacher. D'autres ne douterent pas à la verité que *Fritz* ne fut Médecin, mais ils crurent auſſi, qu'au lieu de guèrir la Ducheſſe, il acheveroit de lui faire perdre le don de fécondité. Si la conjecture étoit fauſſe & maligne, on comprend pourtant qu'elle pouvoit ſe préſenter à des eſprits prévenus & mal tournés ; ils attribuoïent à l'Electeur, ce quils auroient fait eux-mêmes dans une pareille occaſion. D'autres enfin ſoutinrent que ce Médecin étoit arrivé pour ſuſciter lignée au Duc, & qu'il prenoit avec la Ducheſſe des libertés, qui ne ſont permiſes qu'à un Mari. C'étoit une déteſtable calomnie, qui ſe réfutoit d'elle-même. S'il étoit, comme on le diſoit, de l'intérêt de l'Electeur que le Duc de Poméranie n'eut point d'enfans de ſon Epouſe, comment pouvoit-on s'imaginer qu'il voulut lui en procurer par un adultère, & qu'il eut dépêché tout ouvertement ſon premier Médecin pour faire cette belle oeuvre ? Après une ſeconde conſultation, les Conſeillers jugerent que l'affaire étoit aſſez importante pour mériter d'être communiquée, ſinon au Duc lui-même, au moins au Grand-Maitre, qui étoit dans le voiſinage. Malheureuſement pour notre Médecin, il y avoit dans ce tems là de la froideur entre les deux Cours, parce que *Bogislas* avoit negligé, & même refuſé, de recevoir des mains du nouvel Electeur, l'Inveſtiture de la Duché de *Stettin*, & de confirmer l'expectative que la Maiſon de Brandebourg avoit ſur toute la Pomèranie, exigeant qu'on lui rendit avant toutes choſes les Places de *Vierraden*, de *Löknitz*, de *Klempnau*, & de *Torgelau*. A cette occaſion l'Electeur avoit fait faire un compliment fort deſobligeant à *Schulenbourg*, qui ſervant en même tems deux Maitres, ne pouvoit guères les contenter tous deux, dans une circon-

Micrælius, L. III. p. 302.

Stephani, L. III. p. 59.

circonſtance ſi délicate. Il arriva de là que *Schulenbourg*, n'écoutant que ſon reſſentiment, & voulant faire ſentir à l'Electeur, qu'on auroit dû le mieux ménager, commença par ordonner que le Médecin fût mis aux arrêts ; & ayant enſuite expoſé la choſe au Duc, comme il le jugea à propos, ce Prince qui étoit naturellement défiant & jaloux, entra de grand coeur dans le reſſentiment de ſon Miniſtre. Le malheureux *Fritz* en fut la victime. On l'enferma dans une tour du Château d'*Uckermünde*, & on l'y fit périr de faim. Le traitement étoit ſans contredit des plus crüels, pour une faute qui n'étoit dans le fond qu'une pure étourderie. Mais dequoi ne ſont pas capables un Mari jaloux, & un premier Miniſtre qui ſe croit mépriſé & outragé ? Il faut convenir au reſte que la démarche de l'Electeur, qui avoit envoyé *Fritz* à la Cour de Poméranie dans de pareilles circonſtances, étoit peu meſurée, quoiqu'elle eut été faite à très bonne intention ; & il eut d'autant plus de ſujet de s'en repentir, qu'elle ne ſervit qu'à rendre la condition de la Ducheſſe plus mauvaiſe. Depuis ce tems-là le Duc ne voulût-plus la voir, quoiqu'il ne la laiſſât manquer de rien.

Micrælius, ub. ſup. p. 303. *Klemzan*, ub. ſup.

Deux ans après il arriva à *Bogislas* un accident, qui fit encore mieux connoître le caractère ſoupçonneux & défiant de ce Prince. Un jour qu'il étoit à la chaſſe, & qu'il étoit deſcendu de cheval pour tuër un grand Cerf, * que les chiens avoient pouſſé dans le Cimetiére du Village de *Lipegard*, auprès d'*Uckermünde*, le Cerf esquiva le coup que le Duc vouloit lui porter, courut ſur lui, & le frappa ſi rudement dans la poitrine d'une de ſes cornes, que le poûmon & le foye qui paroiſſoient au travers de la playe en furent fort endommagés. Le bonheur voulut que les Chaſſeurs arriverent, dans le moment où le Cerf alloit porter au Duc un ſecond coup qui l'auroit immanquablement achevé. Ils tuërent le Cerf, & releverent leur Maitre qui avoit perdu toute connoiſſance. Les Médecins qui l'avoient accompagné à la chaſſe, ayant été mandés en toute diligence, lui firent revenir les eſprits, & jugerent à propos de le faire tranſporter ſur un chariot au

en 1488.

* *Klemz.* p. 176. *Micræl.* L. III. p. 303.

Château voiſin d'*Uckermünde*, où l'on fit venir tout ce qu'il y avoit de plus habiles Chirurgiens à *Anclam*, à *Paſewalck*, & à *Stettin*. La playe ayant alors été viſitée par les Médecins, & par les Chirurgiens, ils déclarerent tous unanimement qu'elle étoit des plus dangereuſes *, & le Duc eut dix foibleſſes conſécutives, lorsqu'on ſe mit en devoir de la nettoyer, & d'y mettre le premier appareil. Comme la Poméranie n'étoit pas dans ce tems là le ſiège des Sciences, & des Arts, je n'ay point de peine à croire ce que dit *Klemzau*, que tous ces Chirurgiens étoient de parfaits ignorans, qui maltraiterent le Duc au lieu de le panſer. Il en fournit effectivement deux preuves qui ſont ſi convaincantes, qu'il ne faut pas être du mêtier pour en juger. Premièrement, ils lui couperent un morceau du poûmon, qui ſortoit par la playe, & qu'ils prenoient pour des chairs baveuſes. En ſecond lieu, on vit après la mort de *Bogislas*, qu'ils avoient conſolidé dans une même cicatrice, le poûmon & les chairs de la playe. Le bon tempérament de ce Prince le tira cependant d'affaire. Après qu'il eut été pendant quelques jours entre la vie & la mort, on le vit revenir & reprendre ſes forces, & au bout de quatre ſemaines, il fut parfaitement rétabli, ſans qu'il lui reſtât rien de ce fâcheux accident, que des oppreſſions dont il étoit incommodé pendant la mauvaiſe ſaiſon, ou lorsqu'il lui arrivoit de ſe trop fatiguer. Auſſi-tôt que la Ducheſſe fut informée du malheur qui étoit arrivé à ſon mari, elle accourut, & lui fit demander avec le dernier empreſſement la permiſſion de le voir, & de le ſervir pendant ſa maladie. Mais le Duc ſe montra inflexible; elle eut ordre de s'en retourner, d'où elle étoit venuë. L'infortunée Princeſſe ne put réſiſter à ce dernier chagrin, qui la jetta dans une langueur, dont elle mourut au bout de quelques mois. (*) L'Electeur de Brandebourg auſſi ayant appris que le Duc étoit dangereuſement bleſſé, fit partir ſur le champ quelques Gentilshommes de ſa Cour, pour aller lui témoigner combien leur Maitre étoit touché de l'accident qui lui étoit

* *Klemzau*, p. 177.

p. 178.

p. 177.

(*) En 1489. *Klemz.* p. 60. 177. *Cramer*, Lib. II. cap. 47. p. 124. *Eikſtedt*, p. 112.

étoit arrivé. Je ne doute point qu'ils ne fuſſent chargés encore, de profiter de l'occaſion, s'ils la trouvoient favorable, pour lui inſpirer de meilleurs ſentimens en faveur de la Ducheſſe. Quoiqu'il en ſoit ces Gentilshommes s'étant fait annoncer, *Bogislas* s'imagina que c'étoient des eſpions, qui, ſous prétexte de lui faire un compliment, n'étoient envoyés que pour ſavoir au juſte s'il étoit mort ou mourant, ou s'il y avoit au contraire quelque eſpérance qu'il put réchaper de ſa bleſſure. Rempli de cette idée il refuſa abſolument de leur donner audience. Le Conſeil qui ſentoit parfaitement, combien il importoit de ménager l'Electeur, dans une circonſtance ſi critique, prit le parti d'amuſer les Députés pendant quelques jours, en leur diſant que le Duc étoit encore trop foible pour les recevoir. Enſuite on repréſenta à *Bogislas*, qu'il ne pouvoit renvoyer ces Gentilshommes ſans leur donner quelque réponſe, bonne ou mauvaiſe ; & à force d'inſtances, & de ſollicitations on obtint enfin qu'il leur donneroit audience. * Aprés que le jour & l'heure en eurent été fixés, le Duc tout foible qu'il étoit ſe fit lever, & porter devant un grand feu de cheminée. Quand il crût avoir pris aſſez de couleur, il ſe fit habiller de ſes plus beaux habits, & placer ſur un fauteuïl ou il recût les Députés, comme s'il eut été en pleine ſanté. Auſſitôt qu'ils ſe furent acquittés de la commiſſion dont ils étoient chargés, le Duc crût pouvoir s'écarter cette fois de la Loi qu'il s'étoit preſcrite, de ne donner jamais de réponſe, qui n'eut été minutée auparavant dans ſon Conſeil. Il leur répondit ſur le champ, qu'il remercioit ſon Couſin de la part qu'il vouloit bien prendre à ce qui lui étoit arrivé, les chargeant au reſte de rapporter à l'Electeur, que graces à Dieu il vivoit encore, & qu'il étoit même hors de danger : en un mot il leur inſinüa fort clairement qu'il ſe portoit beaucoup mieux que l'Electeur ne pouvoit le ſouhaiter, & qu'ils ne devoient pas ſe flatter de lui porter la bonne nouvelle de ſa mort. Les Gentils-hommes furent congédiés avec cette réponſe, mais au reſte le Duc ſe trouva ſi mal des efforts qu'il avoit faits pour ſoutenir cette entrevuë, qu'il en eut une longue foibleſſe, qui fit encore craindre pour ſa vie.

* *Klemzan* P. 178.

(*) En

(*) En attendant le bruit ſe répandit par toute l'Allemagne, & même dans les païs voiſins, que le Duc de Poméranie étoit mort de ſa bleſſure. Sur cette nouvelle *Caſimir IV.* Roi de Pologne, jugea à propos d'envoyer à *Stettin* quelques Senateurs, qui étoient chargés de reclamer les Païs de *Lauënbourg* & de *Bûtau*, comme des fiefs relevans de ſa Couronne. Les Senateurs ayant trouvé le Duc plein de vie, mais en duëil de ſon Epouſe, lui inſinuërent que le Roi leur Maitre avoit de belles Priceſſes à marier, & lui conſeillerent de jetter ſes vuës ſur la Princeſſe *Anne*. *Bogislas*, qui comprenoit que l'Alliance du Roi lui ſeroit d'un grand appui contre la Maiſon de Brandebourg, goûta beaucoup la propoſi-
* *Klemzau*, p. 181. en 1490. tion. Ainſi * des que l'année de veuvage fut écoulée, il envoya à *Varſovie* quelques Seigneurs de ſa Cour, qui conclurent le Mariage de leur Maitre avec la Princeſſe, à laquelle ils aſſignerent un Douäire de 32000. Ducats, ou florins d'or de Hongrie. La ſomme étoit exorbitante, dans un tems où l'or & l'argent n'étoient pas auſſi communs,
† *Klemzau*, p. 182. qu'ils le devinrent après la découverte des Indes. Mais le Duc † l'avoit lui-même déterminée. N'ayant point eu d'héritiers de ſa premiere Epouſe, ne ſachant pas s'il en auroit de la ſeconde, il étoit charmé, dit *Klemzau*, de pouvoir charger l'Electeur du payement d'une groſſe penſion. La Princeſſe fut enſuite amenée à *Stettin*, où les Nopces furent célébrées magnifiquement, le jour de la Chandeleur, 1491. (**) en préſence de la Mère du Duc, & d'une foule de Princes étrangers qui y avoient été invités. La fécondité de cette ſeconde Epouſe lui captiva le coeur de ſon Mari. Comme elle étoit d'un excellent caractère, elle n'abuſa pas de la confiance que le Duc lui témoignoit. Au contraire elle s'en ſervit pour l'affermir de plus en plus dans la réſolution qu'il avoit priſe dès le commencement, de ne décider aucune affaire qui fut tant ſoit peu importante, ſans avoir pris premièrement l'avis du Conſeil, de ſorte que la Poméranie fut parfaitement bien

(*) *Micrælius*, L. III. p. 303. *Klemzau*, p. 180.

(**) *Micrælius* met 1490. ub. ſup. Voyez. *Fridéborn*, *Hiſtoriſche Beſchreibung der Stadt Stettin*. *Stettin*, 1613. p. 127.

bien gouvernée, auſſi longtems que *Bogislas* eut aſſez de docilité pour ſe laiſſer conduire lui-même par ſa femme, qui agiſſoit toujours de concert avec le Conſeil. En 1493. *Schulenbourg* trouva enfin le moyen de procurer un accommodement entre ſes deux Maitres. † L'Electeur voulut bien ſe déſiſter de la Cérémonie de l'Inveſtiture, ſous la condition expreſſe, que toutes les fois que le fief viendroit à vaquer, les Ducs de Poméranie donneroient un Revers, pour aſſurer & pour mettre à couvert les Droits du Seigneur direct. Le Duc de ſon côté, en donnant le revers, renouvella & confirma l'Expectative que la Maiſon de Brandebourg avoit ſur la Poméranie; (*d*) & depuis ce tems-là les deux Princes vêcurent enſemble en bonne harmonie.

† *Micralius*, L. III. p. 302.

En 1496. (*) *Bogislas* qui avoit de ſon Epouſe deux Princes & une Princeſſe, voyant que les affaires de ſon Païs étoient réglées & en bon état; que d'ailleurs il n'avoit rien à craindre des Princes voiſins, qui étoient tous ſes bons amis & alliés, réſolut de faire le voyage de la Terre ſainte, & de voir en paſſant la Cour de l'Empereur. La dévotion fut le prétexte de ce voyage. J'oſe bien aſſurer que l'envie de paroitre, & d'étaler ſa magnificence, en fut le principal motif. Les préparatifs qu'il fit pour le départ le montrent aſſez clairement. Il commença par aſſembler les Etats du Païs, & leur ayant communiqué le deſſein ou il étoit d'aller viſiter le Saint Sépulcre, il leur demanda un don gratuit, qui le mit en état de paroitre avec décence dans les différens païs qu'il devoit traverſer. Comme il étoit aimé & adoré de ſes ſujets, la Nobleſſe, les Chapitres, les Abbaïes, lui accorderent de grand coeur une demi année de tous leurs revenus. Les Villes auſſi fournirent leur *quotepart*, par une taxe ſur les maiſons. Cet article étant ainſi

Klemzau, 188. 189.

(*d*) Voy. *Diplomata Marchica a Gundlingio collecta* n. 173. 174. ils ſont datés de *Königsberg* dans la Nouvelle Marche *poſt Judica*, 1493. Manuſcript. Biblioth. Acad. Reg. Berolin.

(*) *Micralius*, Lib. III. p. 308. *Klemzau*, p. 187. *Cramer*, Lib. II. cap. 49. p. 128.

ainſi réglé à la ſatisfaction du Duc, & le don gratuit ayant même ſurpaſſé ſes eſperances, il choiſit 41. Gentilshommes des mieux faits, & des plus diſtingués du païs, pour l'accompagner dans ſon voyage. Il mit auſſi ſur pied ſix Eſcadrons de Cavalerie pour lui ſervir d'eſcorte; & les Capitaines eurent ordre de n'y recevoir que des ſujets qui fuſſent nobles, & de bonne mine. Toute cette ſuite du Duc fut habillée d'écarlate, ſans en excepter même les Domeſtiques, ce qui n'empêchoit pas que la Nobleſſe ne fut diſtinguée par les plumets blancs qu'elle portoit au chapeau. Lorsque tout fut prêt pour le départ, il déclara la Ducheſſe Régente du païs pendant ſon abſence, lui laiſſant *Benoit Wallenſtein*, Evêque de *Camin*, & *George Kleiſt*, ſon Chancelier, (*) pour lui ſervir de Conſeil, & partit enſuite de *Stettin* le 13 Decembre 1496. au milieu des fanfares de ſa Cavalerie, comme s'il s'étoit agi d'aller conquérir la Terre Sainte, plutôt que d'y faire un voyage de dévotion. On peut bien juger que le voyage fut long. Outre que la Cavalerie qui l'eſcortoit ne pouvoit marcher qu'à petites journées, il ne trouvoit d'ailleurs dans ſon chemin, ni ville, ni bicoque, où il ne voulut faire une entrée magnifique, qui demandoit quelquefois des préparatifs de pluſieurs jours. Ainſi il n'arriva à *Nürenberg* que dans le
1497. tems du Carnaval, & jugea à propos d'y paſſer un mois tout entier. Comme ſes livrées & ſes équipages ne lui paroiſſoient pas encore aſſez magnifiques, ce tems fut employé à enrichir ſon train d'une manière qui put lui faire honneur à la Cour de l'Empereur. Il donna pour cet effet à toute ſa ſuite de nouveaux habits d'écarlate; & ſoit que les galons ne fuſſent pas connus de ſon tems, ſoit qu'il les trouvât trop communs, il préféra de faire couvrir les manches des habits qu'il don-
* *Klemzen*, p. 192. na à ſes Gentilshommes, * de pluſieurs rangs de perles fines. De *Nürenberg Bogislas* alla ſaluër l'Imperatrice (*) à *Worms*, & ſe rendit

(*) *Cramer*, ub. ſup. *Fridebern*, p. 129. *Eikſtedt*, p. 113. 114. *Klemz.* p. 191. *Micral*, p. 308.

(*) *Cramer*, p. 129. l'apelle *Marie de Bourgogne*, mais il ſe trompe. Cette Princeſſe étoit morte en 1482. Il s'agit de *Blanche Marie*, fille de *Galeaze*, Duc de *Milan*, & ſeconde femme de l'Empereur *Maximilien I.*

dit de là à *Inſpruck*, où l'Empereur *Maximilien* étoit alors avec ſa Cour. Ce Prince lui fit l'honneur de venir au devant de lui, accompagné de *Frederic*, Electeur de Saxe, de *Jean*, Duc de Saxe, frère de l'Electeur, d'*Eric*, Duc de Brunſwig, des Evêques de *Breſſe*, de *Worms*, de *Bamberg*, d'un Comte de *Schwartzbourg*, & de pluſieurs autres Seigneurs, qui admirerent tous la magnificence, & la riche taille des Poméraniens, principalement du Duc, qui paſſoit ſa ſuite de toute la tête. Au milieu des careſſes & des honneurs qu'il reçut, on lui fit comprendre cependant, qu'il avoit trop de monde avec lui, & qu'une ſuite ſi nombreuſe ne pourroit que l'embaraſſer extrêmement pendant tout le reſte du voyage. *Bogislas* eut aſſez de docilité pour profiter de l'avis, d'autant plus qu'il avoit pleinement recuëilli le fruit qu'il s'étoit propoſé de tirer de ſa magnificence, c'étoit de briller dans toute l'Allemagne, & de paroitre avec éclat à la Cour de l'Empereur. *Schulenbourg* eut ordre de s'en retourner en Poméranie avec la Cavalerie, & d'emmener avec lui tous les Domeſtiques dont on pouvoit ſe paſſer. Le Duc lui-même, * après avoir demeuré huit jours à *Inſpruck*, partit pour Veniſe, où il arriva le 24 Avril avec ſa ſuite qui n'étoit plus que de deux cent perſonnes. Pendant qu'on équipoit le Vaiſſeau ſur lequel il devoit s'embarquer, il fit une petite excurſion juſqu'à *Padouë*, d'où il ramena le Docteur *Laurent Paſchaſe*, qu'il avoit engagé pour l'accompagner pendant ſon voyage, en qualité de Médecin. Après cela il ne penſa plus qu'à la dévotion. A voir la Metamorphoſe qui ſe fit ſubitement dans ſon train, on auroit dit qu'il alloit faire amende honorable au Saint Sépulcre, du faſte avec lequel il avoit traverſé l'Allemagne. Quittant ſes armes & ſes magnificences, il prit le bourdon, & l'habit de pélerin ; les gens de ſa ſuite en firent autant ; (*f*) pluſieurs Gentilshommes Allemands, François, Polonois, & Hongrois, qui ſouhaitoient de voir la Paleſtine, & qui avoient obtenu du Duc la permiſſion

* *Klemzau*, p. 193.

(*f*) De ce nombre étoient *Chriſtophle Polentz*, qui avoit été Gouverneur de la Nouvelle Marche. *Dietrich de Mandelslo*. *Cramer*, p. 129.

miſſion de l'accompagner, eurent la complaiſance de s'équiper de la même maniere.

Nos Pélerins s'étant donc embarqués, & ayant mis à la voile le 21 de May, qui étoit le jour de la Pentecôte (*), furent aſſaillis à la hauteur de l'Iſtrie, d'une violente tempête qui les mit pluſieurs fois en danger de périr. Ce ne fut cependant pour eux qu'un commencement de douleur. Lorsqu'ils eurent doublé la *Morée*, & qu'ils approchoient de l'Isle de *Candie*, il ſe virent attaqués (**) tout à coup par neuf Corſaires Turcs, qui portoient environ 1500 hommes. Le Chef de cette Eſcadre envoya d'abord ſa chaloupe au Vaiſſeau, & fit dire aux Chrêtiens de ſe rendre, ou de ſe préparer à être tous maſſacrés. Le Patron eut beau arborer le Pavillon de Veniſe, produire ſes Paſſeports, alleguer la Paix & l'Alliance qui ſubſiſtoit entre la République & la Porte Ottomanne, les Turcs s'en moquerent, & commencerent à tirer ſur le Vaiſſeau. On jugera facilement que nos Pélerins furent bien étonnés de ſe voir ainſi pris au depourvû. On les avoit aſſurés à Veniſe qu'ils n'avoient à craindre pendant le trajet, que les risques de Mer; dans cette perſuaſion, ils y avoient laiſſé leurs armes, à la réſerve de quelques épées, que la Nobleſſe avoit gardées pour la forme. Il n'y avoit d'ailleurs ſur le vaiſſeau que quelques halebardes qui étoient toutes roüillées. Cependant *Bogislas* n'étoit pas homme à plier. Voyant que les prières & les repréſentations du Patron n'avançoient rien, il prit ſur le champ ſon parti; ce fut de ſe mettre en défenſe, & d'ordonner à ſa troupe d'en faire autant. Comme il remarqua que pluſieurs de ſes gens, épouvantés à la vuë de tant d'ennemis, & des flêches qui pleuvoient ſur le vaiſſeau, quittoient le pont, pour aller ſe cacher dans les chambres, il les ſuivit & les ramena par les cheveux ſur le tillac. Effectivement ils n'étoient pas meilleurs que lui, & puiſqu'il étoit reſolu de ſe défendre juſqu'à la derniere extrêmité, il étoit bien juſte que ſes Domeſtiques couruſſent avec lui la même fortune.

Le

(*) *Cramer*, Lib. II. cap. 49. p. 129. 130. *Micralius*, L. III. p. 307.

(**) Le Vendredi 30 Juin. *Klemzau*, p. 195.

Le Duc s'étant donc pourvû de l'epée & du bouclier du Patron, comme des meilleures armes qu'il y eut ſur le Vaiſſeau, exhorta ſes gens, & les autres paſſagers qui étoient ſur le navire, à ſe défendre vaillamment, & à ſuivre le bon exemple qu'il alloit leur donner. Les Poméraniens ſe voyant réduits à faire de neceſſité vertu, s'armerent comme ils purent. Dans toute autre occaſion, ç'auroit été une choſe riſible, de voir la maniere dont nos Pélerins s'équiperent pour le combat. Les uns coururent aux chaudrons & aux marmites qui leur ſervirent de pot en tête; d'autres apporterent des planches, des tables, des portes, qui leur tinrent lieu de bouclier. Mais ces gens qui étoient armés en cuiſiniers, ou en marmitons, ſe battirent veritablement en lions, & ſoutinrent pendant quatre heures entieres l'attaque des neuf Corſaires*. Il eſt vrai que, ne pouvant plus réſiſter à une grêle de flêches qu'on leur tiroit de tous côtés, ils furent obligés après cela de quitter le pont, ce qui mit les ennemis en état de poſer des échelles contre le Vaiſſeau, & d'y monter en foule. Mais pour tout cela les Corſaires n'en furent pas plus avancés. Le Duc étoit réſolu de périr, plutôt que de ſe rendre. Comprenant que les ennemis ne pouvoient plus tirer ſur le Vaiſſeau, de peur de tuër leurs propres gens, ſentant d'ailleurs que ſa grande taille & ſa force extraordinaire lui donnoient beaucoup d'avantage pour les coups de main, il s'avanca ſur les Turcs, renverſant les uns de ſon bouclier, & les pouſſant dans la mer, frappant les autres de ſon ſabre, & il fut ſi bien ſecondé par ſa troupe, que dans l'eſpace de quelques momens le pont fut tout couvert de corps morts. Le malheur étoit qu'il ſuccédoit à tout moment de nouveaux ennemis à ceux qui étoient montés les premiers. Il y avoit ſurtout un Turc extrémement grand & robuſte, qui s'attachoit uniquement à *Bogislas*, pour avoir la gloire de vaincre le plus grand, & le plus brave des Chrêtiens; & ſes camarades le ſollicitoient à les délivrer de ce redoutable adverſaire. Le Duc le bleſſa, & le précipita pluſieurs fois dans la mer. Mais cet homme, qui étoit fort acharné contre ſon ennemi, & en même tems habile à nager & à grimper, reparoiſſoit toujours ſur le

* *Klemz.* p. 196.

pont, & donnoit bien de l'ouvrage à ſon adverſaire, qui avoit à ſe défendre en même tems contre une foule d'autres Turcs. Cependant *Bogislas* faiſoit face de tous cotés, eſpadronnoit de ſon épée, & ne frappoit aucun coup qui n'emportât quelque bras, ou qui n'abbatit quelque tête. Malheureuſement pendant qu'il frappoit ainſi d'eſtoc & de taille, ſon épée ſe caſſa, & s'en alla par éclats. Se trouvant ainſi ſans défenſe au milieu d'une foule d'ennemis, il y auroit péri ſi trois Gentilshommes, ſavoir *Chriſtophle Polentz*, *Pierre Podewils*, & *Valentin Norberg*, n'étoient accourus pour le tirer d'embarras. *Polentz* fit des prodiges de valeur, & tüa pluſieurs Turcs, mais à la fin il tomba mort, & percé de mille coups aux pieds du Duc. *Podewils*, quoiqu'il eut pluſieurs bleſſures, tint cependant bon pendant quelque tems; mais un coup de flêche qu'il reçut au deſſous de l'œil, le mit auſſi hors de combat. A' la fin *Valentin Norberg* qui étoit criblé de coups fut auſſi porté par terre, & y demeura longtems ſans connoiſſance. *Bogislas* avouoït lui-même, qu'il n'y avoit jamais eu de détreſſe, ni de perplexité, pareille à celle où il ſe trouva dans ce moment. Courant de tous côtés comme un déſeſpéré pour chercher quelque arme qu'il put oppoſer à l'ennemi, il apperçut par hazard ſur le foyer une grande broche, garnie de poulets, que le Cuiſinier s'étoit propoſé de faire rôtir, pour le diner de ſon Maitre. Faute d'autres armes, il ſaiſit cette broche, comme elle étoit, & retourna courageuſement au combat. Ayant trouvé dans l'endroit qu'il venoit de quitter ſes deux amis étendus ſur le carreau, il entra, diſent les Hiſtoriens, dans une telle fureur, que ſans faire aucun cas de ſa propre vie, il ſauta au milieu des ennemis, & fit ſi bien œuvre de ſa broche, enfilant les uns, & renverſant les autres, qu'il vint à bout de nettoyer le pont, dans l'endroit ou il combattoit. Le grand & vigoureux Turc dont nous avons parlé, oſa à la verité ſe montrer encore, & voulut eſſayer de nouveau ſes forces & ſon adreſſe contre *Bogislas*. Mais le Duc qui n'avoit plus d'autres ennemis ſur les bras, en rendit bon compte. Ayant pris adroitement ſon tems, il lui perça la gorge d'outre en outre de ſa broche,

broche, & le coup fut ſi rude, que le Turc en fut renverſé par deſſus le pont dans la Mer, & ne reparut plus. Cette action de vigueur ranima tellement le courage des pélerins & de l'équipage, que les autres Turcs qui reſtoient encore ſur le Vaiſſeau furent tous tués, ou précipités dans la Mer.

Ce mauvais ſuccès ne rebuta cependant pas les Corſaires. Après avoir tenu conſeil pendant quelque tems, ils s'approcherent de nouveau du Vaiſſeau, & ayant commencé par jetter du feu ſur le pont & dans les voiles, ils revinrent enſuite à l'abordage. La fâcheuſe extrémité où les Chrêtiens ſe trouverent alors, ne leur abbatit pas le courage. S'étant tous jettés à genoux pour implorer le ſecours du Ciel, ils ſe partagerent après cela en deux bandes *. Les uns coururent au feu; & parce qu'ils ne pouvoient prendre de l'eau, ni à la Mer, ni aux pompes, ſans s'expoſer trop aux flêches de l'ennemi, ils prirent le parti de percer les barriques de vin dont il y avoit bonne proviſion dans le Vaiſſeau, & s'en ſervirent pour éteindre le feu. Les autres tomberent ſur les Turcs en déſeſpérés, reſolus de vaincre, ou de vendre au moins chérement leur vie. Malgré leur valeur, & leur fermeté, ces braves gens étoient ſur le point de ſe voir accablés par le nombre, & ſe croyoient déjà perdus ſans reſſource, lorſque contre toute attente le Chef de l'Eſcadre ennemie fit ſonner la retraite. On en voit bien la raiſon. Il s'étoit promis dans le commencement de prendre le Vaiſſeau, & d'y trouver un riche butin. Voyant enſuite la grande réſiſtance que les Chrêtiens faiſoient, il crut les intimider, & vaincre leur opiniâtreté, en faiſant jetter du feu ſur le Vaiſſeau. Les choſes ayant tourné d'une toute autre maniere, & les Chrêtiens dont le navire avoit déjà pris feu en quatre endroits différens, témoignant par leur contenance qu'ils aimoient mieux périr, que ſe rendre priſonniers, il changea encore de ſentiment, & réſolut de ſauver, s'il étoit poſſible, le Vaiſſeau & l'équipage. Il pouvoit gagner quelque choſe en faiſant cet acte de généroſité. Il perdoit tout en laiſſant bruler le Vaiſſeau,

* *Klenkau*, p. 199.

ſeau, & couroit risque d'y voir périr auſſi cette partie de ſon monde qu'il avoit envoyée à l'abordage. Ainſi quelques momens après avoir fait ſonner la retraite, il envoya une Chaloupe avec des gens, qui promirent non ſeulement toute ſureté aux Chrêtiens, mais qui leur aiderent encore à éteindre le feu. En ſe retirant, les gens de la Chaloupe demanderent de la part de leur Commandant, que le Patron du Vaiſſeau Vénitien vint lui parler. Celui-ci refuſoit abſolument de s'y rendre, mais *Bogislas* l'y contraignit *, & le conduiſit à la Chaloupe, de la même maniere qu'il avoit ramené ſes propres gens ſur le pont, dans le commencement du combat. Cela n'empêcha pas que le Patron ne tint religieuſement la promeſſe qu'il avoit faite au Duc, de ne point découvrir ſa naiſſance, non plus que celle des autres paſſagers qui étoient ſur le Vaiſſeau. Arrivé auprès du Capitaine Turc, qui s'appelloit *Gamer*, celui-ci lui demanda avec empreſſement qui étoient ces gens qu'il avoit à bord, & qui ſe défendoient avec tant d'opiniâtreté. Le Patron répondit que c'étoient des Pélerins, qu'il avoit pris à Veniſe, pour les conduire à la Terre Sainte, & qu'au reſte il ne les connoiſſoit, ni directement, ni indirectement. Il profita de l'occaſion pour ſe plaindre amèrement qu'on eut violé à ſon égard le Traité de Paix qui ſubſiſtoit entre ſa République, & la Porte Ottomanne. Il faut que le Corſaire n'ignorât pas ce Traité, puiſqu'il ſe réduiſit d'abord à demander, qu'on lui livrat les Pélerins, moyennant quoi il permettroit au Vaiſſeau de continuër ſa route, & ne toucheroit, ni à la perſonne, ni aux biens des ſujets de la République. Le Patron répliqua, qu'on lui demandoit une choſe dont il n'étoit pas le maitre, puiſqu'il paroiſſoit aſſez que les Pélerins avoient fermement reſolu de préférer la mort à la perte de leur liberté, & qu'il couroit lui-même risque de la vie, s'il oſoit ſeulement leur propoſer de ſe rendre. Après une longue conteſtation le Capitaine Turc ſe laiſſa enfin flêchir. Soit qu'il ne put s'emparer du Vaiſſeau ſans avoir à craindre d'en être recherché, ſoit qu'il déſeſpérât de s'en rendre maitre, ſoit enfin, comme on peut le ſoupçonner, que le Patron l'eut appaiſé en lui donnant de l'ar-

* *Klenzau*, p. 199. 200.

l'argent, il conſentit que le Vaiſſeau pourſuivit ſa route. En attendant les Pélerins ſe confeſſoient à l'Aumonier du Vaiſſeau, & ſe préparoient à mourir en gens de cœur, au cas que l'ennemi revint à la charge *. Au bout de deux heures le Patron revint, & leur apprit que le Chef des Corſaires leur permettoit non ſeulement de continuër leur chemin, mais qu'il les feroit encore remorguer jusqu'à la petite Isle de *Caſa de los Angelos*, où ils pourroient radouber leur Vaiſſeau. Les Chrêtiens reçurent cette nouvelle avec une grande joye, & regarderent leur ſalut, comme un miracle de la Providence, qui les arrachoit à une mort inévitable.

* *Klemzau*, p. 201.

Le Vaiſſeau ayant donc gagné l'Isle voiſine, on commença par mettre à terre cinq hommes de l'équipage, qui avoient perdu la vie dans le combat. Ils furent dépoſés pour la nuit dans une Chapelle, & enterrés le lendemain. Pendant qu'on nettoyoit, & qu'on radouboit à la hâte le Vaiſſeau, qui étoit fort endommagé, on en tira 4000 flêches * que l'ennemi y avoit tirées, & il y en avoit 14 dans le bouclier dont le Duc s'étoit ſervi. On paſſa enſuite en Candie, où le Duc fit faire de magnifiques obſéques à *Chriſtophle Polentz*, qui étoit le ſeul homme de marque † qui eut été tué dans ce furieux choc. *Bogislas* fut obligé de ſéjourner ſept à huit jours dans cette Isle, & autant dans celle de Rhodes, pour donner à l'équipage, & aux paſſagers, le tems de ſe remettre des fatigues qu'ils avoient ſouffertes, & des bleſſures qu'ils avoient reçües. Le reſte du voyage fut heureux. Nos Pélerins ayant débarqué à *Japha*, le 3e d'Aouſt, en partirent au bout de quinze jours, avec une eſcorte, que l'Officier Turc qui commandoit en Judée leur envoya, pour les garantir des inſultes des Arabes, qui infeſtoient tous les chemins d'alentour. Arrivés à Jeruſalem, ils virent tout ce qu'on a accoutumé de montrer aux Chrêtiens que la dévotion conduit à la Terre Sainte *, *Bethanie*, *Bethlehem*, le *Calvaire*, le Jardin de *Gethſemané*, &c. Ils viſiterent en particulier le Saint Sépulcre la nuit du 23 au 24 d'Aouſt, & après qu'ils y eurent fait leurs Dévo-

* *Klemzau*, p. 204. *Cramer* dit 1400, p. 132.

† *Micrælius*, p. 309.

* *Cramer*, p. 132. *Klemz.* p. 206.

tions, Frére *Jean de Pruſſe*, du Couvent de Sion, créa le Duc Chevalier du Saint Sépulcre, lui donnant en même tems le pouvoir de conférer la même dignité aux Gentilshommes de ſa ſuite qu'il en croiroit le plus dignes. *Bogislas* fit donc à ſon tour vingt Chevaliers, entre leſquels il y en avoit douze (*g*) qui étoient des Gentilshommes Poméraniens ; les autres étoient des étrangers. En quittant la Terre Sainte le Duc donna cent Ducats au Monaſtère de Sion, & promit de lui en faire payer autant tous les ans, ſa vie durant (*). Il fit voeu en même tems, que ſi Dieu lui faiſoit la grace de retourner ſain & ſauf dans ſes Etats, il aboliroit le *Strand-Recht* (†), que les Francois appellent *Varech*. C'etoit un Droit coûtumier, en vertu duquel tout ce qu'on ſauvoit d'un vaiſſeau, qui faiſoit naufrage ſur une côte, étoit confiſqué au profit du Seigneur de la côte, & ce Droit s'étendoit même ſur les perſonnes de l'équipage, & ſur les paſſagers, qui étoient réduits en eſclavage. Les Hiſtoriens (*) remarquent que le premier ſoin du Duc après ſon retour fut d'accomplir ſon voeu. Je n'en ſuis pas ſurpris. S'étant vû pluſieurs fois en danger de faire naufrage, & d'être jetté ſur une côte, il avoit appris à compâtir au triſte ſort d'un malheureux, que la mer n'épargne, que pour le livrer à des barbares, qui lui arracheront la liberté, & le peu de biens qu'elle lui avoit laiſſés.

Je

(*g*) Les Poméraniens étoient *Degener Bugenhagen*, *Curt Fleming*, *Peter Podewils*, *Doring Ramel*, *Ewald von der Oſten*, *Otto von Wedel*, *Achim von Dewitz*, *Curt Krakewitz*, *Michel Podewils*, *Achim Wrech*, *Sigismund Barfoten*, *Arend Ramel*. Les Etrangers étoient, *Chriſtoph Polentz*, fils de celui qui avoit été tué, *Ludwig von Olmerſtedt*, Autrichien, *George von Guſtentheim*, & *Baltzer Peltzingen*, Bohémiens, *Thomas de Zecha*, & *Stanslaff de Alba*, Hongrois, *Dietrich von Mandelko*, & *Wolff Brandbock*, du païs de Brunswig.

(*) *Klemzau*, p. 208. *Cramer* dit, que la rente étoit de 10 Ducats, p. 133.

(†) *Schottel. de Antiqu. Germ Juribus*, cap. XX. p. 386.

(*) *Cramer*, Lib. II. cap. 44. p. 133. *Rango* p. 331. 334. *Rango Antiq. Pomeraniæ* Francof. ad Viadr. 1705.

Je reviens à nos Pélerins. Etant partis de Jeruſalem le 30 d'Aouſt (*h*), ils allerent rependre à *Japha*, leur Galiotte, qui les ramena par la même route qu'ils avoient tenüe en allant. En touchant à la petite Iſle de *Caſa de los Angelos*, ils apprirent que deux des Corſaires qui les avoient attaqués près de cette Isle, avoient été, l'un pendu, & l'autre noyé, par ordre du Grand Seigneur, ce qui réjouït beaucoup le Duc & toute ſa ſuite. Ils arriverent enfin à *Veniſe* le 18 de Novembre (*i*), & *Bogislas* y trouva un Courier qui lui apportoit la nouvelle de la mort de la Ducheſſe ſa Mère. Le Senat qui étoit déjà informé du courage héroïque, avec lequel notre Duc avoit combattu les ennemis du nom Chrêtien, & défendu le Pavillon de la République, le fit complimenter d'abord après ſon arrivée, & le pria très inſtamment de faire quelque ſéjour dans leur Ville, pour ſe délaſſer des fatigues d'un ſi long voyage. Le Duc y conſentit, & prit ſon logement dans un Hôtel qu'on lui avoit préparé. On peut bien juger qu'il fit belle dépenſe dans une Ville où il ſe voyoit ſi careſſé. Il commença par traiter ſplendidement les Pélerins qui avoient été du voyage, & en congédiant ceux qui n'étoient pas attachés à ſa perſonne, il leur donna à tous quelque marque de ſa généroſité. Il fit enſuite célébrer dans l'Egliſe de S. Marc de magnifiques obſéques, à la mémoire de la Ducheſſe ſa Mère *. Au ſortir de la Cérémonie, le Doge le conduiſit au Palais, où il fut régalé ſomptueuſement au nom, & aux dépens de la République. Aprés qu'on ſe fut levé de table, on lui donna le divertiſſement d'une Comédie, dont le ſujet dût être très intéreſſant pour lui, puiſqu'elle repréſentoit ſon Combat naval avec les Corſaires. Les Acteurs, qui étoient habillés les uns à la Turque, & les autres en Poméraniens, eſcarmoucherent, & en vinrent aux mains. Celui qui faiſoit le perſonnage du Duc de Poméranie, ſe diſtinguoit de toute la trou-

Klemz. p. 210.

* p. 218.

(*h*) Le Mécredi après la fête de la Décollation de St. Jean. *Klemzau*, p. 208. C'eſt le 30 d'Aouſt.

(*i*) Le Samedi après la St. Martin. *Klemzau*, pag. 210.

troupe, par de grands coups de Cimeterre, qu'il portoit aux ennemis. On n'oublia pas l'avanture de l'epée caſſée, non plus que celle de la broche, & du grand Turc. Tout cela, dit *Cramer* †, étoit repréſenté ſi fort au naturel, qu'on auroit dit que c'étoit une réalité, plutôt qu'un jeu. Quand la Comédie fut finie, les Acteurs qui étoient tous des fils de Senateurs, quitterent leurs habits de Maſque, & vinrent faire la révérence au Héros, dont ils avoient repréſenté les exploits. *Bogislas* leur témoigna qu'il avoit pris un ſingulier plaiſir au ſpectacle. Il y a toute apparence que ce n'étoit pas un compliment qu'il leur faiſoit; car quelque tems après, il ordonna à ſon Conſeiller *Jean Kitſcher* (*k*) de compoſer une Comédie Latine ſur le même ſujet, & pour mieux conſerver le ſouvenir de ſon avanture, il la fit repréſenter ſur pluſieurs Tableaux, & ſur une magnifique Hauteliſſe, que l'on voyoit encore il y a quelques années dans un appartement du Château de Berlin; le Duc y paroiſſoit au milieu des Turcs, armé d'une broche garnie de poulets (*l*).

† p. 134.

Après que *Bogislas* ſe fut repoſé pendant quelques jours à *Veniſe*, & qu'il eut vû tout ce qu'il y avoit de remarquable dans cette Ville, il remercia le Senat des honneurs, & des ſervices qu'il en avoit reçus, & en prit congé par une Harangue Latine *, que *Martin Karith*, Prévoſt du Chapitre de *Camin*, prononça au nom de ſon Maitre. Comme il ſe propoſoit de voir *Rome*, le Senat lui donna un Secretaire d'Etat, pour l'y conduire, & le fit défrayer auſſi longtems qu'il fut ſur le terri-

(*k*) *Kitſcher* étoit un Docteur en Droit que *George*, Duc de Saxe, ceda au Duc de Poméranie lorsqu'il paſſa à *Leipzig* en revenant de la Terre Sainte. *Micralius* avoit vû cette Comédie qui doit exiſter quelque part: *Comœdia de itinere Bogislai Magni in Terram Sanctam. Micralius*, Lib. VI. p. 448. *Klemzan*, p. 214. 226.

(*l*) *Cramer* remarque, qu'il fit placer dans l'Egliſe Cathédrale de *Stettin* un Tableau qui repréſentoit ſon combat avec les Corſaires. Lib. III. cap. 14. p. 136.

(*) *Cramer*, p. 134. *Micralius*, p. 311.

ritoire de la République. Il arriva le 14 Decembre (*m*) 1497. dans cette Ville, où il fut reçû & traité fort magnifiquement par le Très-Saint Père *Alexandre VI.* (*n*). Le Pape voulut bien ſatisfaire ſa curioſité, ou ſi l'on veut ſa dévotion, en célébrant à ſon honneur une Meſſe Pontificale; & le Duc de ſon côté, pour ne pas demeurer en arrière, voulut ſervir le S. Pére à cette Meſſe, & lui préſenter l'eau pour l'ablution. Après la Meſſe, le Pape lui mit ſur la tête un Bonnet Ducal, le ceignit d'une épée d'or, pour s'en ſervir contre les ennemis du nom Chrêtien, & lui donna une Médaille d'or, que l'on montre dans un des Cabinets du Roi (*o*). Notre Duc repartit de *Rome* le 19 de Janvier 1498, paſſa à *Sienne* & à *Bologne*, ou il fut reçu & harangué en Latin, à la porte de la Ville, par le Recteur de l'Univerſité, accompagné de tous ſes Etudians. De là il ſe rendit à *la Mirandole*, à *Verone*, & enfin à *Inſpruk*, pour y faire une ſeconde fois la révérence à l'Empereur *Maximilien* (*p*). Ce Prince qui ſe trouvoit indiſpoſé, envoya au devant du Duc. *George*, Duc de Baviere, *Jean*, Duc de Saxe, & *Henri*, Duc de Meklenbourg, qui le conduiſirent à ſon auberge, où il recut quelques momens après un préſent que l'Empereur lui envoyoit, & qui conſiſtoit (*) ſuivant l'étiquette qui s'obſervoit alors à la Cour Impériale, dans des bœufs gras,

(*m*) Le Jeudi après *Lucie*. *Klemzau*, p. 215.

(*n*) Voyez ſur le ſéjour que *Bogislas* fit à Rome, *Burchardi Diarium Curiæ Romanæ ſub Alexandro VI. apud* Eckartum *in* Script. Rer. Germ. T. II. p. 2086.

(*o*) à la *Kunſtkammer*. On voit d'un côté N. S. aſſis dans la gloire, ayant autour de lui les Patriarches & les Apôtres, avec ces mots : *Juſtus es Domine, & rectum judicium. Miſerere noſtri, Domine, miſerere noſtri.* De l'autre le Pape tenant Conſiſtoire public avec les paroles, *Sacrum Publ. Apoſtol. Conſiſtorium. Paulus Venetus P. P. II.* Deux pouces, quatre lignes de diametre, du poids de vingt Ducats. *Laurent Beger* l'a faite graver, & en a donné la Deſcription dans l'Ouvrage qui a pour titre *Numiſmata Pontif. Rom.* p. 5.

(*p*) Le Vendredi après la St. *Antoine*. *Klemzau*, p. 220.

(*) *Klemzau*, p. 221. *Cramer*, p. 135.

& dans des chariots chargés de vin & d'avoine. Dans la première audience qu'il eut de l'Empereur, ce Prince lui fit de grandes careſſes, & l'invita fort obligeamment à s'arrêter pendant quelque tems à ſa Cour, pour participer aux divertiſſemens du Carnaval. Le Duc n'eut pas de peine à y conſentir, & les Hiſtoriens aſſurent qu'il ſe diſtingua dans toutes les Fêtes, par ſon adreſſe & par ſa force, autant que par ſa magnificence. Dans un Tournoi, par exemple, qui ſe donna, il fit perdre les arçons aux deux Chevaliers (9), qui ſe préſenterent, & les porta par terre ſi rudement, que perſonne n'oſa plus ſe meſurer avec lui. Le ſoir du même jour il eut l'honneur de faire l'ouverture du Bal, en danſant avec l'Impératrice, qui lui fit préſent d'un bouquet & d'une chaine d'or. L'Empereur auſſi lui donna une pièce de drap d'or, un Manteau de chevalier, & une Médaille d'or *. Au bout de quelques jours, le Duc dût comprendre, que l'intérêt pouvoit avoir eu quelque part aux politeſſes qu'il avoit reçues. L'Empereur lui propoſa de prendre le commandement d'une armée, qu'il levoit contre la France, & contre les Vénitiens, & de fournir mille hommes de Cavalerie pour cette guerre. *Bogislas* étoit trop content des Vénitiens, pour ſe mettre au nombre de leurs ennemis. Cependant pour ne pas déſobliger l'Empereur par un refus formel, il ſe contenta de répondre, qu'il ne pouvoit prendre aucun engagement dans une affaire de cette importance, ſans avoir demandé premièrement l'avis de ſes Etats. Ceux-ci qui connoiſſoient les intentions de leur Maitre, n'ayant pas goûté la Propoſition, il n'en fut plus parlé. Apres avoir pris congé de l'Empereur, le Duc ſe hâta de retourner dans ſes Etats. Il arriva à *Stetin* (†), le Jeudi Saint, & ſe rendit en droiture à l'Egliſe Cathédrale, où il fit entonner le *Te-Deum* en action de graces de ſon heureux retour. Il fit auſſi diſtribuër de grandes aumônes aux pauvres, après quoi ſon premier ſoin fut de récompen-

* *Cramer*, p. 134.

(9) *Pierre Podewils*, & *Sigismond de Wolfsberg*. *Klemzau*, p. 222. *Stephani*, Lib. III. p. 105.

(†) *Klemzau*, p. 227-230. *Micralius*, p. 313.

penſer généreuſement tous ceux qui l'avoient accompagné dans ce long & périlleux voyage. Au reſte, ſi la dévotion, ou l'envie de paroître furent les principaux motifs de cette Caravane, il faut avoüer cependant que le Duc n'y oublia pas ſes propres intérets. Il obtint de l'Empereur la (*) permiſſion de rehauſſer conſiderablement les Péages de *Wolgaſt*, & de *Damgarten*, ce qui fit beaucoup crier les ſujets, & ſurtout les Marchands. Le Pape lui accorda auſſi la collation de tous les bénéfices Eccléſiaſtiques de Poméranie, à la réſerve de l'Evêché de *Camin*. Il conſentit encore, que les Chanoines de *Camin*, qui ſe trouvoient à Rome pour affaires, éluſſent pour Coadjuteur de *Benoit Wallenſtein*, leur Evêque, *Martin Carith*, Prevôt de la même Cathédrale, qui pendant le voyage avoit fait auprès du Duc les fonctions de Chancelier. Le Saint Père accorda même, que *Carith* ſe mit d'abord en poſſeſſion de l'Evêché, pourvû qu'on put déterminer *Wallenſtein* à ſe démettre volontairement de ſa dignité. Le Duc lui en fit la propoſition après ſon retour; & le voyant indéterminé, il le mena dans ſon cabinet, ou il fit vuider ſur une table pluſieurs ſacs pleins dor, & lui offrit de lui donner purement & ſimplement tout le monceau, pourvû qu'il voulut abdiquer. L'Evêque qui étoit honnête homme, mais un peu attaché, n'ayant jamais vû une ſi groſſe ſomme, en fut ébloui, & fit tout ce qu'on voulut, au grand profit de ſes héritiers; car il ne ſurvecût que de quelques mois à ſon abdication. J'ai oublié de dire, que ce fut en revenant de la Terre Sainte que le Duc engagea le célébre Juriſconſulte *Pierre de Ravenne*, & *Vincent* ſon fils, pour enſeigner le Droit dans l'Univerſité de *Grypswalde*, à laquelle ce Profeſſeur donna beaucoup de luſtre.

Pendant les dernieres années de ſa vie, *Bogislas* eut de nouvelles tracaſſeries, avec la Maiſon de Brandebourg. L'Electeur *Jean* étant mort en 1499, on renouvella à cette occaſion tous les Traités qui ſubſiſtoient entre les deux Maiſons. Le nouvel Electeur, qui étoit *Joachim*,

(*) *Micralius* ub. ſup. *Cramer*, p. 135. *Klempzen*, p. 256.

chim, ſe déſista en faveur du Duc, de la Cérémonie de l'inveſtiture, & le Duc de ſon côté, pour conſerver les Droits du Seigneur direct, ſigna un Revers pareil à celui qu'il avoit donné en 1493. En 1521 le Duc de Poméranie, ſoit qu'il pensât à ſe rendre indépendant, ſoit qu'il crût qu'étant à certains égards feudataire de l'Electeur, il étoit à d'autres égards un Membre immédiat de l'Empire, demanda à l'Empereur *Charles Quint* l'inveſtiture de ſes Etats, & la reçût ſolemnellement pendant la Diète de *Worms*. L'Electeur qui n'étoit plus à *Worms*, & qui avoit reçû peu auparavant l'Inveſtiture de la Poméranie, avec celle de ſes autres Etats, ayant été informé de l'atteinte qu'on avoit donné, à ſes droits, en fit des plaintes d'autant plus amères, qu'il prétendoit avoir rendu de grands ſervices au nouvel Empereur, pour le faire triompher de ſes compétiteurs. Pour le contenter, *Charles Quint* promit que l'affaire ſeroit murement examinée à la prochaine, Diète qui devoit ſe tenir à *Nurenberg*. Le Duc qui prenoit fort à coeur cette affaire, ſe tranſporta à *Nurenberg* en Mars 1523. (*) pour ſolliciter lui-même ſes Juges, & pour leur demander une prompte déciſion. Comme il avoit à faire à forte partie, il n'eut pas la ſatisfaction de voir la fin du Procès (†), qui traina encore pluſieurs années après ſa mort, & qui fut enfin terminé par accommodement. Au reſte l'Electeur & le Duc ſe brouïllerent furieuſement à cette occaſion. On commença de part & d'autre, à lever des troupes, & à faire d'autres préparatifs de guerre, de ſorte que le public croyoit fort & ferme, qu'ils en viendroient aux voyes de fait, & qu'ils voudroient décider la quérelle par les armes. *Klemzau*, qui ne diſſimule rien, aſſure cependant que ces craintes étoient mal fondées, parce que ceux qui connoiſſoient le caractère des deux Princes, ſavoient fort bien, que ce n'étoit pas au champ de Mars, qu'ils aimoient de prendre leurs ébats (*r*).

Bogis-

(*) *Micrelius*, Lib. III. p. 322. *Kantz*, p. 165 - 168.

(†) *Klemzau*, p. 303.

(*r*) *Weil ſie beyde Bubler waren. Klemzau*, p. 299. *Kantz*, III. p. 165.

Bogislas vit les commencemens de la Réformation de Luther (†). Il ne la favoriſa point à la vérité, mais il ne ſe laiſſa prévenir, ni contre ceux qui la prêchoient, ni contre ceux qui l'avoient embraſſée. Au contraire paſſant à *Wittenberg*, en revenant de la Diète de *Nurenberg* (*), il eut la curioſité de voir *Luther*. Après quelques momens de converſation, le Duc lui dit : *Mon Révérend Père* †, *je ſouhaiterois que vous vouluſſiez bien entendre ma confeſſion.* *Luther* répondit avec la vivacité, & la franchiſe, qui lui étoient ordinaires : *Très volontiers, Monſeigneur. Vous êtes un grand Prince, il ne faut pas douter que vous ne ſoyez auſſi un grand pécheur.* Le Duc, au lieu de ſe fâcher, repliqua fort gayement : *Je veux que trois fois ſept Diables m'emportent, ſi vous avez jamais dit de plus grande vérité.* Je m'imagine qu'après de pareilles ſaillies, il ne fut plus parlé de confeſſion. De retour à *Stettin*, *Bogislas* voulut entendre un Diſciple de *Luther*, nommé *Paul von Rhoden*, dont les prédications faiſoient beaucoup de bruit en Poméranie. Après l'avoir écouté fort attentivement, il dit en ſortant au Prince *George* ſon fils, qui étoit fort oppoſé à la nouvelle Doctrine : *Cet homme n'a rien dit qui ne fut bon & édifiant. Si c'eſt là ce qu'on appelle le nouvel Evangile, je ne vois pas qu'on doive le condamner ; & ſi vous m'en croyez, vous laiſſerez ces gens là en repos.* Quelques jours après, il ſe fâcha cependant en apprenant que la populace de *Stralſund* avoit briſé les ſaintes Images ; il jura même d'envoyer vingt un Diables à ces mutins. Je ne ſai ce qu'il auroit fait ; mais la mort l'empêcha d'exécuter ſa menace. L'oppreſſion à laquelle il étoit ſujet depuis l'accident dont j'ay parlé plus haut, ayant augmenté à un point qu'il ne pouvoit, ni ſe coucher, ni prendre de ſommeil, on commença à craindre pour ſa vie (**). Un jour que les Médecins conſultoient dans ſa chambre ſur l'état de leur malade, ils

† *Herr Pater.*

(†) *Cramer*, Lib. III. cap. 15. p. 51. 54. *Klemzau*, p. 306.

(*) *Klemzau*, p. 360. *Cramer*, p. 51. *Micralius*, p. 330.

(**) *Frideb.* p. 149. *Micralius*, 330. *Kanzo*, 204. 306. & ſup. *Klemzau*, p. 60.

ils conclurent que la prochaine conjonction de quelques Planetes, lui ſeroit ſelon les apparences funeſte. Malheureuſement pour eux, le Duc les entendit, & leur cria avec vivacité de ſon fauteuïl : *Qui ſont donc les fous qui me menacent de cette conjonction ; je ne l'attendrai aſſurément pas ! qu'on prenne ſeulement garde à moi demain à midi.* Effectivement le malade fut meilleur Prophéte, dans cette occaſion, que les Médecins, parce qu'il voyoit & qu'il ſentoit en lui-même la cauſe de ſa mort, au lieu de la chercher dans le cours des Planetes. Le lendemain, qui étoit le 30 Septembre 1523. il ſe fit mettre ſur le lit vers le midi pour prendre un peu de repos, & s'y éteignit comme une chandelle ſans avoir eu d'agonie. Il étoit âgé de 69 ans, quatre mois, & deux jours.

* *Klemzau*, p. 317.

Bogislas * étoit bien-fait de ſa perſonne, & paſſoit pour le plus bel homme de ſon ſiecle. Sa taille etoit fort au deſſus de la médiocre. Il avoit le front élevé, les yeux grands, bruns, & vifs, le nés aquilin, la bouche aſſez grande, le menton fendu, la poitrine large & haute, le corps rempli, & bien proportionné. Il avoit l'air martial, le regard doux, & le port majeſtueux. Outre les belles qualités dont j'ay déjà fait mention, il en avoit deux autres qui le rendirent fort cher à ſes ſujets. La premiére étoit ſa généroſité. Aimant à faire du bien, il ſavoit d'ailleurs le faire à propos, & d'une maniere qui en augmentoit le prix. La ſeconde étoit ſon affabilité. D'abord qu'il voyoit quelcun qui cher-

* *Klemzau*, p. 159.161.178.

choit à lui parler *, il s'avançoit de quelques pas, lui préſentoit la main & s'informoit de ſa demande, qu'il écoutoit fort attentivement. Quand l'affaire n'étoit pas d'une nature à pouvoir être expédiée ſur le champ, il marquoit aux ſupplians un jour pour recevoir la réponſe, qu'il ne manquoit jamais de leur donner à l'heure fixée ; ſi c'étoient d'ailleurs des perſonnes de quelque conſidération, il les faiſoit inviter à ſa ta-

† p. 320.321.

ble †, où ils recevoient toute ſorte de politeſſes. Se plaiſant à aller dans les boutiques des ouvriers, & à les voir travailler, il les encourageoit par des préſens à ſe perfectionner dans leur profeſſion. Il aimoit

moit encore d'etre invité à des nopces, à des baptêmes, & à d'autres fêtes; & ces viſites du Souverain n'étoient point à charge au ſujet, qui étoit toujours largement dédommagé de ſa dépenſe, par les préſens, & par les proviſions qu'on lui envoyoit. *Klemzau* remarque * avec raiſon, que ces belles qualités étoient d'autant plus eſtimables dans la perſonne de *Bogislas*, qu'il s'étoit tiré lui même de la craſſe, où ſa Mère l'avoit élevé jusqu'a l'âge de 20 ans. Le même Hiſtorien ne diſconvient point que *Bogislas* n'eut auſſi ſes défauts. Les plus marqués étoient premièrement, que le penchant qu'il avoit à la magnificence, le rendoit extrêmement incommode aux gens de ſa Maiſon. Il vouloit les avoir continuellement autour de lui. Quand il alloit à la Meſſe, ou au Sermon, ou à Vêpres, il faloit que les Officiers & les Domeſtiques l'y accompagnaſſent tous, depuis le plus grand, jusqu'au plus petit, & qu'au ſortir de l'Egliſe, ils fuſſent rangés en haye ſur ſon paſſage, afin qu'il put les paſſer en revuë, & les compter, comme le *Protée* d'Homere comptoit ſon troupeau. Ceux qui manquoient ſans pouvoir alléguer des cauſes legitimes d'abſence, étoient grondés pour unè premiére fois, & congédiés ſans retour en cas de récidive. Un autre de ſes défauts que nous avons déjà touché, c'eſt qu'il étoit grand boudeur. Il faiſoit quelquefois la mine pendant des mois entiers aux plus affidés de ſes Conſeillers, affectant de ne les pas regarder, & de ne leur point parler †, ſans qu'ils puſſent deviner la cauſe de leur diſgrace. Ceux qui n'avoient rien à ſe reprocher, prenoient patience, & ſe tranquilliſoient; & ils avoient enſuite la ſatisfaction de voir leur Maitre revenir inſenſiblement, & décharger enfin ſon courroux ſur les perſonnes qui l'avoient prévenu injuſtement. Enfin le défaut capital de notre Duc, c'eſt comme *Eikſtedt* l'a remarqué (*), l'incontinence. S'il n'avoit point de Maitreſſes déclarées, c'étoit d'un côté parce que la mode de ſon Siècle ne le portoit point, & de l'autre parce qu'il aimoit le changement, & que tout lui étoit bon. Malgré ces défauts, *Bogislas* étoit ſans contredit un grand Prince †, & il faut convenir

* p. 318.

† *Klemzau*, p. 321.

† *Klemz.* ib.

avec

(*) *Eikſtedt*, p. 107. *daß er gerne bahlete.* *Klemzau*, p. 322.

avec *Klemzau*, que ſes bonnes qualités l'emportoient infiniment ſur ſes foibleſſes. Il faut avertir cependant que *Bogislas* ne fut un Prince véritablement grand, qu'autant qu'il ſe laiſſa gouverner, & qu'il conſentit d'écouter & de ſuivre un bon conſeil. Les Hiſtoriens le remarquent bien expreſſément. Après qu'il eut perdu dans une ſeule année (*a*) ſes trois plus fidèles Conſeillers, *Werner Schulenburg*, *George Kleiſt*, & *Henning Steinwehr*, il ſe livra entièrement à l'incontinence & aux voluptés, eſſayant de tout, dit *Kanzo* †, & ne refuſant rien à ſes plaiſirs. Pour avoir les coudées plus franches, il alla ſe loger dans une maiſon ſituée ſur le Cimetiere de Sainte Marie, où il recevoit des viſites nocturnes, ſans avoir à craindre d'être obſervé, parce que perſonne ne paſſoit de nuit ſur le Cimetiere, à cauſe des revenants. Dans cette retraite il donna ſa confiance à des gens, qui le ſervoient dans ſes débauches, & qui lui apprirent inſenſiblement (*) à vendre la Juſtice, à recevoir des préſens pour opprimer l'innocent, & à ſouffrir que la Nobleſſe reprit ſes brigandages. Il perdit par là la plus grande partie de ſa réputation; & s'il avoit vecû plus longtems, il auroit été haï & déteſté, autant qu'il avoit été aimé & cheri. On ne ſe trompera aſſurément pas en attribuant ces écarts à la foibleſſe d'un vieillard, dont l'eſprit avoit conſidérablement baiſſé. *Bogislas* radota ſur ſes vieux jours autant que *Salomon*.

† *Kanzo*, p. 157.

Au reſte ce Prince n'a pas eu le bonheur qu' *Alexandre* le Grand envioit à *Achille*, c'eſt de trouver un *Homère* qui chantât dignement ſes exploits. Les Hiſtoriens de Poméranie s'accordent à lui donner les plus grands éloges; mais c'eſt en même tems une choſe véritablement curieuſe, de voir tout ce qu'ils font entrer dans le Panégyrique de ce Prince. Ils diſent, par exemple, *que Bogislas étoit grand en tout*; c'eſt un éloge achevé, pourvu que le détail en ſoit ſoutenu, & que les différentes parties de la grandeur qu'on lui attribuë, forment un tout bien accompli. Ecoutons donc la ſuite †: „ Il étoit grand,

† *Micralius*, p. 331.

(*a*) en 1518. *Micralius*, p. 319. *Schatgen*, p. 281. & 675. *Klemzau* ajoute *Dinniers von der Oſten*, & *Henri Borke*, p. 139. 287. 288.

(*) *Klemzau*, p. 289. 297. *Eikſtedt*, p. 107.

„ grand & de bonne mine; & quoiqu'il aimât d'avoir à ſon ſer-
„ vice des Domeſtiques & des Officiers qui fuſſent grands & bien
„ faits, il n'en avoit cependant aucun qu'il ne paſſât de toute la
„ tête. „ Paſſe pour cela. Une riche taille, un air noble & prévenant, ſont des préſens de la Nature, qu'il ne faut pas mépriſer; & quoiqu'*Alexandre* le Grand fut petit, & *Ageſilas* de mauvaiſe mine, cela n'empêche pas qu'une grande ame ne puiſſe faire ſa demeure dans un grand & beau corps. Voici préſentement le ridicule. (*)
„ Grand de ſtature, *Bogislas* étoit en même tems grand mangeur &
„ grand buveur. Quand il avoit faim, il mangeoit avec délices,
„ outre les autres mets, un jambon, ou une oye rôtie, ſans en rien laiſ-
„ ſer. De même auſſi ce qu'il buvoit pour étancher ſa ſoif, ou
„ pour faire honneur aux conviés, ſuffiſoit pour enyvrer ceux qui
„ étoient obligés de lui faire raiſon. „ (t). Je crois qu'on pouvoit laiſſer ignorer tout cela à la poſterité, ſans que ni la fidelité de l'Hiſtorien, ni la gloire du Héros, en euſſent reçû aucune atteinte. Viennent enſuite toutes les belles qualités qui ont donné à ce Prince un véritable luſtre. Sa bravoure, ſa modeſtie, ſa magnificence, ſon amour pour la juſtice, ſa généroſité, ſon affabilité. Il faloit en demeurer là : ou plutôt il faloit s'y borner uniquement; ce ſont les grandes idées, les grands ſentimens, & les grandes actions, qui font la véritable grandeur des Héros: & tout le reſte y eſt étranger.

Je n'ay plus qu'un mot à ajouter. Les Hiſtoriens remarquent (†) que *Bogislas* avoit un cheval, qui étoit auſſi grand dans ſon eſpece que ſon Maitre l'étoit dans la ſienne. Ce nouveau Bucéphale avoit le poil d'un cheval ſauvage, une raye noire ſur le dos, la tête petite, les oreilles pointuës, les yeux étincelans. Fier comme un *Artaban*, il vouloit avoir toujours la premiere place de l'Ecurie.

(*) *Micrælius*, ib. *Klemzau*, p. 317.

(t) La politeſſe vouloit alors, que l'hôte but une coupe toute entiere à l'honneur de chacun des conviés, & que les conviés en fiſſent autant pour le remercier.

(†) *Micrælius*, p. 312. *Klemzau*, p. 223. 229.

Doux & tranquille quand on la lui laiſſoit, on ne le mettoit pas plutôt à la derniere place, qu'il commençoit à ſe démener, rompant bride & licou, courant au haut bout, & forçant à grands coups de pied & de dents le cheval qui l'occupoit, à s'en retirer. Il ne ſe laiſſoit d'ailleurs monter que par ſon Maître, & par le Palfrenier qui le panſoit. Quand le Palefrenier le promenoit, il baiſſoit la tête, & les oreilles, & avoit, pour ainſi dire, honte du fardeau qu'il portoit. Mais quand on lui mettoit une houſſe de velours, & qu'il remarquoit que ſon Maître alloit arriver, il levoit la tête, dreſſoit les oreilles, frappoit du pied, henniſſoit & ſe baiſſoit pour recevoir le Duc, qui étant monté ſur ſon grand cheval, ſe diſtinguoit au milieu d'un Eſcadron, comme un Clocher dans une Ville. Tout cela m'a bien l'air d'avoir été tiré de quelque Chrie d'un Ecolier, à la louange de *Bucéphale*, ou du Cheval *Bayard*. Cependant *Klenzau* le raconte fort ſérieuſement, & *Micrælius* le copie avec beaucoup de fidélité. Au reſte l'Empereur *Maximilien* vit ce cheval lorſque *Bogislas* paſſa pour la premiere fois à *Inſpruk*, & l'admira véritablement. Quand le Duc repaſſa dans la même Ville au retour de la Terre Sainte, l'Empereur eut l'indiſcrétion de demander ce Cheval de bataille au Duc, qui eut la politeſſe de ne le pas refuſer. Sur quoi *Maximilien* fit partir un Gentilhomme & un Piqueur pour l'aller prendre à *Stettin*, où on l'avoit ramené. Malheureuſement il arriva que tous les chevaux des Ecuries du Duc moururent la nuit même qui préceda ſon retour à *Stettin*, & *Micrælius* [a] s'embaraſſe beaucoup à découvrir la véritable cauſe de cet accident ; „ D'un côté, „ dit-il, quelques recherches que l'on fit, on ne put découvrir que „ les chevaux euſſent été empoiſonnés, ni qu'ils euſſent ſeulement „ mangé quelque choſe de nuiſible ; de l'autre, on ne voit pas qu'après „ ce préſage il ſoit arrivé rien de fâcheux ni au Duc, ni à l'Empereur. „ Les chevaux de *Jules Céſar* refuſerent toute pâture, & verſerent „ beaucoup de larmes, le jour qu'il fut aſſaſſiné. Ici au contraire les „ chevaux ſe laiſſent mourir, lorſqu'ils devoient être conduits au moins „ en partie à l'Empereur. „ *O quantum eſt non inepire !*

p. 312. 313.

DES

DES DEVOIRS
DE L'ACADEMICIEN. (*)

PAR M. DE MAUPERTUIS.

MESSIEURS.

Lorsque j'entreprens ici de parler des Devoirs de l'Académicien, je n'aurois qu'à dire ce que vous faites, pour avoir presque dit ce que vous devez faire : & j'aurois pu donner cette forme à mon Discours, ſi je n'avois eu à craindre un air d'oſtentation qu'on auroit pu me reprocher, malgré le peu de part que j'ai à votre gloire & à vos travaux. Je parlerai donc ici des Devoirs de l'Académicien en général: Si vous y trouvez votre Eloge, ceux qui ne ſont pas de ce Corps y trouveront ce qui peut les rendre dignes d'en être.

Mais avant que de parler de Devoirs à des hommes libres, tels que ſont les Citoyens de la République des Lettres ; quelle eſt donc la Loy qui les peut obliger ? Pourquoi le Philoſophe renoncera-t-il à cette liberté à laquelle il ſemble qu'il ait tout ſacrifié pour s'aſſujettir à des Devoirs ? pour ſe fixer à des occupations réglées & d'un certain genre ?

(*) Ce Diſcours fut lû dans l'Aſſemblée publique du 18. Juin 1750. & il a déjà été imprimé dans le Volume intitulé, *Hiſtoire de l'Académie depuis ſon origine*. Mais ſa place naturelle eſt dans les *Mémoires* ; & le Volume de l'année à laquelle il appartient l'auroit fourni, ſans une maladie conſidérable que M. *de Maupertuis* eut dans ce tems-là, & qui fit perdre de vuë cet objet. C'eſt pour ſuppléer à cette omiſſion que nous le plaçons ici, comme un des morceaux les plus intéreſſans que l'Académie puiſſe conſerver.

genre? Il faut ſans doute qu'il y trouve quelqu'avantage ; & cet avantage quel eſt-il ?

C'eſt celui que les hommes retirent de toutes les Sociétés : c'eſt le ſecours mutuel que ſe prêtent tous ceux qui en ſont les membres. Chaque Société poſſede un Bien commun, où chaque particulier puiſe beaucoup plus qu'il ne contribue.

Qu'un homme qui s'applique aux Sciences, veuïlle ſe ſuffire à lui-même ; qu'il ne veuïlle emprunter d'aucun autre les connoiſſances dont il a beſoin ; quand même je ſuppoſerai qu'il ait tout le Génie poſſible ; avec quelle peine, avec quelle lenteur, ne fera-t-il pas ſes progrés ! quel tems ne perdra-t-il pas à découvrir des vérités qu'il auroit connuës tout d'abord, s'il eut profité du ſecours d'autruy ? Il aura épuiſé ſes forces avant que d'être arrivé au point d'où il eut pû partir. Combien celui qui, aidé des lumieres de ceux qui l'ont devancé & de celles de ſes Contemporains, reſerve toute ſa vigueur pour les ſeules difficultés qu'ils n'ont pas réſoluës, combien celui-là n'eſt-il pas plus en état de les réſoudre ?

Tous ces ſecours qu'on trouve diſperſés dans les ouvrages & dans le commerce des Savants, l'Académicien les trouve raſſemblés dans une Académie ; il en profite ſans peine dans la douceur de la Société ; & il a le plaiſir de les devoir à des Confrères & à des Amis. Ajoutons y ce qui eſt plus important encore ; il acquert dans nos Aſſemblées cet Eſprit Académique, cet eſpece de ſentiment du vray, qui le lui fait découvrir partout où il eſt, & l'empêche de le chercher là ou il n'eſt pas. Combien differens Auteurs ont hazardé de ſyſtêmes dont la diſcuſſion Académique leur auroit fait connoitre le faux ! Combien de chimères qu'ils n'auroient oſé produire dans une Académie !

Je ne vous ai cité ici, MM. que les avantages immédiats que chaque Académicien trouve dans ſon Aſſociation à une Académie : c'étoit par ceux-là que je devois commencer en parlant à des Philoſophes. Il y en a d'autres, qui, s'ils ne ſont pas des moyens directs, doivent être

de

de puiſſants motifs pour exciter les gens de Lettres : c'eſt la Protection dont les Souverains honorent les Académies, & les graces qu'ils répandent ſur ceux qui s'y diſtinguent. Ici la notre a un avantage qu'aucune autre ne peut lui diſputer. Je ne parle point de la magnificence avec laquelle le Roi récompenſe vos travaux, ni du ſuperbe Palais qu'il vous deſtine : il employe des moyens plus ſeurs pour la gloire de ſon Académie. Ces Ouvrages que nous avons ſi ſouvent admirés dans des jours tels que celui-ci, ſeront des Monumens eternels de l'eſtime qu'il a pour elle, & du cas qu'il fait de ſes occupations.

Voilà, MM. les avantages que chaque Académicien retire du corps dont il fait partie : voilà les motifs qui le doivent exciter dans la carrière des Sciences : & combien puiſſamment ne doivent pas agir ſur vous tant de motifs réünis ! Les Devoirs même que l'Académie vous impoſe ſont-ils autre choſe que ce que l'Amour ſeul des Sciences vous feroit faire ? Trouveriez-vous trop de contrainte dans l'Académie de l'Europe la plus libre ?

Tous les Phenomenes de la Nature, toutes les Sciences Mathematiques, tous les genres de Littérature, ſont ſoumis à vos recherches : & dès-là cette Compagnie embraſſe un champ plus vaſte que la plupart des autres Académies : mais il eſt certains Sanctuaires dans leſquels il n'eſt permis à aucune de pénétrer : votre Fondateur même, tout ſublime & tout profond qu'il étoit, tout exercé qu'il étoit dans ces routes, n'oſa y conduire ſes premiers diſciples. Les Legiſlateurs de toutes les Académies, en leur livrant la Nature entiere des Corps, leur ont interdit celle des Eſprits, & la ſpéculation des premières cauſes : Un Monarque qui a daigné dicter nos loix ; un Eſprit plus vaſte, plus ſeur peut-être auſſi de vôtre prudence, n'a rien voulu vous interdire.

Quant à notre Diſcipline Académique, il n'y a aucune Académie dans l'Europe dont les Réglemens exigent ſi peu. Car il ne ſeroit pas juſte de faire entrer dans cette comparaiſon des Sociétés ſur leſ-

quelles ni l'oeil ni les bienfaits du Souverain n'ont jamais aucune influence.

Notre Académie embraſſe dans quatre Départemens toutes les Sciences. Chaque Claſſe concourt avec égalité au progrès de chacune: cependant la diverſité de leurs objets admet de la diverſité dans la manière de les traiter.

La première de nos Claſſes, celle de *la Philoſophie Expérimentale*, comprend toute l'hiſtoire naturelle, toutes les connoiſſances pour leſquelles on a beſoin des yeux, des mains, & de tous les ſens. Elle conſidère les corps de l'Univers revêtus de toutes leurs propriétés ſenſibles; Elle compare ces propriétés, elle les lie enſemble, & les déduit les unes des autres. Cette Science eſt toute fondée ſur l'Experience. Sans elle le raiſonnement toûjours expoſé à porter à faux ſe perd en ſyſtémes qu'elle dément. Cependant l'Expérience a beſoin auſſi du raiſonnement; il épargne au Phyſicien le tems & la peine; il lui fait ſaiſir tout à coup certains rapports qui le diſpenſent de pluſieurs opérations inutiles; & lui permet de tourner toute ſon application vers les phenomenes déciſifs.

Que le Phyſicien s'applique donc à examiner ſoigneuſement les Experiences faites par les autres: qu'il n'ait pas plus d'indulgence pour les ſiennes propres: qu'il n'en tire que des conſéquences legitimes: & ſurtout, qu'egalement éloigné de l'oſtentation qui fait produire le Merveilleux, & du Miſtere qui tient caché l'Utile, il les expoſe à ſes Confrères avec toutes leurs circonſtances.

Nous voyons plus d'un Académicien que je pourrois citer ici pour modeles; qui connoiſſent également l'art de faire les Experiences les plus delicates, & celui d'en tirer les conſéquences les plus ingénieuſes: qui malgré les plus grandes occupations, & les occupations les plus utiles de la Cour & de la Ville, trouvent des heures pour nous donner d'excellents ouvrages, & ſont les premiers & les plus aſſidus dans nos Aſſemblées.

Notre

Notre Claſſe de *Mathematique* eſt la ſeconde. La première conſidéroit les corps revêtus de toutes leurs propriétés ſenſibles: celle-ci les dépouïlle de la plupart de ces propriétés pour faire un examen plus ſevére & plus ſeur de celles qui y reſtent. Les corps ainſi dépouïllés ne préſentent plus au Géometre que de l'Etendue & des Nombres: & ceux que des diſtances immenſes mettent hors de la portée de pluſieurs de ſes ſens, n'en paroiſſent que plus ſoumis à ſes ſpéculations & à ſes calculs.

La Géometrie, qui doit ſon origine à ſon utilité, & que les premiers Géometres appliquerent avec tant de ſuccés aux beſoins de la vie, ne fut enſuite pendant pluſieurs ſiecles qu'une ſpéculation ſterile, & une eſpece de jeu d'eſprit. Trop bornée à ſes abſtractions elle ſe contentoit d'exercer ſon art ſur des bagatelles difficiles, & n'oſa le porter jusqu'aux phenomenes de la Nature. L'heureuſe révolution qui s'eſt faite presque de nos jours dans les Sciences, la rendit plus audacieuſe. On vit la Géometrie expliquer tous les phenomenes du Mouvement, & quelle partie n'eſt-ce pas de la Philoſophie naturelle? On la vit ſuivre le Rayon de la Lumiere dans l'eſpace des Cieux, à travers tous les corps qu'il pénétre, calculer toutes les Merveilles qui naiſſent de ſes réfléxions & de ſes réfractions: ſoit pour nous faire découvrir des objets que leur immenſe éloignement déroboit à nos yeux, ſoit pour nous rendre ſenſibles ceux qui par leur extrême petiteſſe ne pouvoient être apperceus. On vit le Géometre déterminant par des dimenſions exactes la grandeur & la figure du Globe que nous habitons, marquer au Géographe la veritable poſition de tous les lieux de la Terre, enſeigner au Navigateur des Régles ſeures pour y arriver. On vit les Sciences Mathematiques s'appliquer à tous les Arts utiles ou agréables.

La marche du Géometre eſt ſi déterminée, ſes pas ſont, pour ainſi dire, ſi comptés, qu'il ne reſte que peu de conſeils à lui donner.

Le premier c'eſt, dans le choix des ſujets auxquels il s'applique, d'avoir plus en vuë l'utilité des Problemes que leur difficulté. Com-

bien de Géometres, s'il eſt permis de les appeller de ce nom, ont perdu leur tems dans la recherche de la Quadrature d'une Courbe qui ne ſera jamais tracée!

Le ſecond conſeil, c'eſt, dans les Problemes phyſico-mathematiques, que le Géometre réſout, de ſe reſſouvenir toûjours des abſtractions qu'il a faites: que ſes ſolutions ne ſont juſtes qu'autant qu'il n'y auroit dans les corps que ce petit nombre de propriétés qu'il y conſidere: & que comme il n'y a peut-être point dans la Nature de corps qui ſoient réduits à ces ſeules propriétés, il doit ſur ceux qui ont été les objets de ſes calculs, conſulter encore l'experience, pour découvrir ſi des propriétés dont il a fait abſtraction, ou dont il a ignoré la préſence, n'alterent pas les effets de celles qu'il y a conſervées.

En ſuivant ces conſeils, le Géometre mettra ſon art à l'abri du reproche d'inutilité: & le juſtifiera aux yeux de ceux qui pour ne le pas connoître aſſés, lui imputent des défauts qu'il ne faut attribuer qu'à l'uſage mal-habile qu'on en fait.

La Claſſe de *Philoſophie ſpéculative* eſt la troiſième. La *Philoſophie expérimentale* avoit examiné les corps tels qu'ils ſont; revêtus de toutes leurs propriétés ſenſibles. La *Mathematique* les avoit dépouïllé de la plus grande partie de ces propriétés. La *Philoſophie ſpéculative* conſidere des objets qui n'ont plus aucune propriété des corps.

L'Etre ſuprême, l'Eſprit humain, & tout ce qui appartient à l'Eſprit eſt l'objet de cette ſcience. La Nature des corps mêmes, entant que repréſentés par nos perceptions, ſi encore ils ſont autre choſe que ces perceptions, eſt de ſon reſſort.

Mais c'eſt une remarque fatale, & que nous ne ſçaurions nous empêcher de faire: Que plus les objets ſont intéreſſans pour nous, plus ſont difficiles & incertaines les connoiſſances que nous pouvons en acquérir! Nous ſerons expoſés à bien des erreurs, & à des erreurs bien dangereuſes, ſi nous n'uſons de la plus grande circonſpection dans cette

cette ſcience qui conſidère les Eſprits. Gardons-nous de croire qu'en y employant la même methode, ou les mêmes mots qu'aux ſciences mathematiques, on y parvienne à la même certitude. Cette certitude n'eſt attachée qu'à la ſimplicité des objets que le Géometre conſidere, qu'à des objets dans leſquels il n'entre que ce qu'il a voulu y ſuppoſer.

Si je vous expoſe ici toute la grandeur du péril des ſpéculations qui concernent l'Etre ſuprême, les premières Cauſes, & la Nature des Eſprits, ce n'eſt pas, M M. que je veuille vous détourner de ces Recherches. Tout eſt permis au Philoſophe, pourvû qu'il traite tout avec l'Eſprit philoſophique, c'eſt à dire, avec cet Eſprit qui meſure les differens degrés d'Aſſentiment : qui diſtingue l'Evidence, la probabilité, le doute : & qui ne donne ſes ſpéculations que ſous celui de ces différens aſpects qui leur appartient.

Si la plupart des objets que la Philoſophie ſpéculative conſidere, paroiſſent trop au deſſus des forces de notre Eſprit, certaines parties de cette ſcience ſont plus à notre portée. Je parle de ces Devoirs qui nous lient à l'Etre ſuprême, aux autres Hommes, & à nous-mêmes : de ces loix auxquelles doivent être ſoumiſes toutes les Intelligences ; vaſte champ, & le plus utile de tous à cultiver ! Appliquez-y vos ſoins & vos veilles : mais n'oubliez jamais, lorsque l'evidence vous manquera, qu'une autre lumiere auſſi ſeure encore doit vous conduire.

La quatrième de nos Claſſes réünit tous les différens objets de deux célébres Académies d'un Royaume où l'abondance des grands Hommes les a tant multipliées. Je parle de notre Claſſe *de Belles-Lettres*, qui comprend les Langues, l'Hiſtoire & tous les genres de Littérature : depuis les premiers Elémens de cet art qui apprend à former des ſons & des ſignes pour exprimer les penſées, jusqu'à l'uſage le plus étendu qu'on en peut faire.

Cet Art le plus merveilleux de tous, le plus utile ſans doute, fut dans ſes commencemens ſans doute un art très ſimple. Le peu de beſoins que ſentirent les premiers hommes, n'exigea pas un grand nombre de mots ni de ſignes pour les exprimer. Ce ne fut qu'aprés le ſuccès de ce premier eſſai qu'ils deſirerent de ſe communiquer des idées moins communes, & qu'ils commencerent à connoitre les charmes de la converſation. Combien fallut-il de tems, combien s'écoulerent de ſiecles avant qu'ils ſçuſſent peindre aux yeux la converſation même ?

La premiere Langue des hommes s'étoit déjà vraiſemblablement diverſifiée, lorsqu'ils paſſerent de la parole à l'Ecriture. Les Familles étant devenuës des Nations, chacune par des ſuites differentes d'idées ſe forma non ſeulement des mots differens, mais des manieres de s'exprimer differentes : les langues vinrent de cette diverſité ; & tous ces enfans d'un même Père ſi diſperſés, & aprés tant de générations, ne purent plus lorsqu'ils ſe retrouvoient ſe reconnoitre ni s'entendre.

Un beau projet ſeroit, non de les faire revenir à leur Langue paternelle, la choſe n'eſt pas poſſible, mais de leur former une Langue plus réguliere que toutes nos langues qui ne ſe ſont formées que peu à peu, plus facile, & qui pût être entenduë de tous.

Ce Problème qui a été plus d'une fois propoſé, fut l'objet de notre Académie dès ſa naiſſance : (*) Un habile homme entreprit l'ouvrage : un plus habile le regarda comme poſſible, & ne l'entreprit pas (**). Ce n'eſt pas ici le lieu d'expoſer les penſées qui me ſont venuës ſur ce ſujet.

La multiplicité des objets de notre quatrième Claſſe ne me permet pas non plus de donner pour chacun des régles ni des conſeils. Je

(*) *Solbrig.* (**) *Leibnitz.*

Je me bornerai à faire connoitre la raiſon du choix de la langue dans laquelle nos Ouvrages paroiſſent, s'il eſt encore néceſſaire de prouver que ce que celui qui eſt l'Ame de notre Académie a ordonné, étoit le plus convenable.

L'Utilité des Académies ne ſe renferme pas dans les limites de chaque Nation. Une Académie poſſede de ces hommes deſtinés à éclairer le monde entier; toutes les Nations doivent avoir part à leurs découvertes; & il faut les leur communiquer dans la langue la plus univerſelle. Or perſonne, je crois, ne refuſera cet avantage à la nôtre, qui ſemble être aujourdhui plutôt la langue de l'Europe entiere que la langue des François.

Si quelqu'autre pouvoit lui diſputer l'univerſalité, ce ſeroit la Latine. Cette langue, il eſt vrai, eſt répanduë partout: mais morte, & partout réſervée pour un petit nombre de Savans, on n'eſt ſûr de la bien parler qu'autant qu'on employe des Phraſes entieres des anciens Auteurs: & des qu'on s'en écarte, on forme un jargon héterogene dont l'ignorance ſeule empêche de ſentir le ridicule.

Il ſe trouve encore pour juſtifier le choix de notre langue d'autres raiſons qui ne ſont pas moins fortes: ce ſont la perfection de la langue même, l'abondance que nos progrés dans tous les Arts & dans toutes les Sciences y ont introduite, la facilité avec laquelle on peut s'y exprimer avec juſteſſe ſur toutes ſortes de ſujets, le nombre innombrable d'excellens Livres écrits dans cette langue. Si les Grecs & les Latins nous ont donné les premiers modeles, ces modeles ont été ſurpaſſés dans pluſieurs genres, & dans tous tellement multipliés que nos Ouvrages peuvent aujourdhui ſervir de modeles aux Ecrivains de toutes les Nations.

Si l'on peut faire un reproche à notre langue, c'eſt celui qu'on fit à la langue des Romains, lorſqu'après avoir atteint ſa plus grande perfection,

fection, elle vint à perdre ſa noble ſimplicité pour cette ſubtilité vaine qu'on appelle ſi improprement *Bel-Eſprit*.

Certaines gens ne ſçauroient encore pardonner à un Auteur François d'avoir refuſé le *Bel-Eſprit* aux Allemans. S'ils ſavoient mieux ce qu'on entend d'ordinaire par *Bel-Eſprit*, ils verroient qu'ils ont peu lieu de ſe plaindre. Ce n'eſt le plus ſouvent que l'art de donner à une penſée commune un tour ſententieux : *c'eſt*, dit un des plus grands hommes de l'Angleterre, *l'art de faire paroître les choſes plus ingénieuſes qu'elles ne ſont.* (*)

Quelques Auteurs Allemans ſe ſont vangés en refuſant aux François l'Erudition & la Profondeur ; la vangeance auroit été plus juſte, ſi nous abandonnant le *Bel-Eſprit*, ils s'étoient contentés de dire que nous en faiſons trop de cas. Mais ſi ces Auteurs entendent par l'Erudition qu'ils refuſent aux François un fatras de citations Latines, Grecques, & Hebraïques, un ſtyle diffus & embaraſſé, on leur ſaura gré du reproche, & l'on s'applaudira du défaut.

Cette netteté & cette préciſion qui caractériſent les Auteurs François, dépend ſans doute autant du génie de la langue, que la langue a dépendu elle-même du tour d'eſprit de ceux qui l'ont parlée les premiers & qui en ont poſé les régles. Mais ce ſont ces avantages qui la rendent ſi univerſelle, qui font qu'un Monarque dont le goût eſt le ſuffrage le plus déciſif la parle & l'écrit avec tant d'elégance, & veut qu'elle ſoit la langue de ſon Académie.

J'ai parcouru ici toutes les differentes Sciences auxquelles nous nous appliquons : & n'ai point parlé d'une qui fut un des principaux objets de cette Compagnie lors de ſon établiſſement.

Le premier Réglement de la Société Royale portoit, qu'une de ſes Claſſes devoit s'appliquer *à l'Etude de la Religion & à la converſion des*

(*) *Bacon.*

des Infideles : Article plus ſingulier par la manière dont il étoit préſenté qu'il ne l'eſt peut-être en effet. Nôtre Réglement moderne ne charge aucune Claſſe en particulier de cette occupation : mais ne peut-on pas dire que toutes y concourent ?

Ne trouve-t-on pas dans l'étude des Merveilles de la Nature, des preuves de l'Exiſtence d'un Etre ſuprême ?

Quoi de plus capable de nous faire connoitre ſa ſageſſe, que les Verités Géometriques ; que ces Loix éternelles par leſquelles il régit l'Univers ?

La Philoſophie ſpéculative ne nous fait-elle pas voir la néceſſité de ſon Exiſtence ?

Enfin l'étude des Faits nous apprend, qu'il s'eſt manifeſté aux hommes d'une maniere encore plus ſenſible ; qu'il a exigé d'eux un culte, & le leur a preſcrit.

ELOGE
DE
M. BUDDEUS.

AUGUSTIN BUDDEUS, Conſeiller de Cour, Médecin du Roi, Membre du College Supérieur de Médecine, premier Profeſſeur d'Anatomie & de Phyſique, de l'Académie Impériale des Curieux de la Nature, & de l'Académie Royale de Pruſſe, nâquit à *Anclam* en Poméranie le 7. Aout 1695. de *François Buddeus*, premier Paſteur des Egliſes du lieu, & de *Dorothée Chriſtiani*. Il fit ſes humanités dans ſa Patrie. Un goût marqué, joint aux talens qui ne manquent guères d'y être attachés, le décida pour la Médecine, & d'une façon plus particuliere encore pour les connoiſſances Anatomiques. En 1712. il ſe rendit à l'Univerſité de Jena, & en 1715. à celle de Halle. Il remplit la carrière des études avec diſtinction ; quand elle fut achevée, il paſſa à celle des Voyages, & fit ceux qui convenoient au genre d'étude qu'il avoit embraſſé. C'eſt à la libéralité du feu Roi qu'il étoit redevable de cet avantage.

Il étoit en Hollande en 1717. & y fit un Cours ſous le célébre *Boerhawe*. Il paſſa de là en Angleterre & en France, attentif à voir tout ce qui pouvoit le perfectionner dans ſon métier. Il y a des Sciences qui peuvent s'acquérir dans le Cabinet, & dont l'eſprit ou le jugement font, pour ainſi dire, ſeuls tous les fraix ; il y en a d'autres, pour leſquelles on ne doit point ſe laſſer de ſe répandre, de promener ſes regards de tous côtés, & d'interroger les objets dont les réponſes peuvent nous être utiles.

De

De retour en Hollande, M. *Buddeus* reçut à *Leyde* en 1721. le degré de Docteur en Médecine, après avoir ſoutenu avec applaudiſſement une Theſe ſur l'action des Muſcles, particulièrement de ceux qu'on nomme *Antagoniſtes*. L'année ſuivante il vint à *Berlin*. Il y étoit attiré ſurtout par ce Théatre Anatomique, qui mérite d'être compté parmi tant d'autres choſes importantes, dont le Roi *Frideric Guillaume* a fait uſage pour amener cet Etat au point de force & de ſplendeur, qu'il étoit réſervé à notre grand Monarque de pouſſer à ſon plus haut période.

Notre Académicien a eu la principale part à tous les arrangemens qui concernent ce Théatre, & la Direction lui en fut conférée avec la fonction & le titre de Profeſſeur d'Anatomie. Depuis ce tems là il fut comme abſorbé dans ſa Profeſſion, dont les travaux demandent effectivement qu'on s'y livre tout entier. L'approbation que mériterent ſes ſoins, lui attira de nouveaux encouragemens; il fut déclaré en 1725. Médecin du Roi & Conſeiller de la Cour.

Les Mémoires, connus ſous le titre de *Miſcellanea Berolinenſia*, renferment diverſes Diſſertations de M. *Buddeus*, qui font juger de ſon habileté & de ſon application. On y découvre ce génie obſervateur, qui ſaiſit préciſément le neuf, l'intéreſſant, & qui va le demêler là où le vulgaire n'apperçoit rien, & demeureroit des ſiecles ſans rien appercevoir. Ce génie eſt bien rare parmi ceux-même qui prétendent être au deſſus du vulgaire: il y a toujours quantité de Taupes pour un Lynx.

En 1730. M. *Buddeus* voulut goûter les douceurs du mariage, & ſon choix tomba ſur Mlle *Scott*, fille cadette de M. *Robert Scott*, Médecin du feu Duc *George Guillaume* de *Lünebourg*. Les fruits qui reſtent de cette union ſont un fils & deux filles.

La vie de M. *Buddeus* s'eſt écoulée doucement, dans le ſein de ſa famille, & dans le cours des occupations que nous avons indiquées. Il étoit peu répandu, & nous l'avons à peine vû dans les Aſſemblées de l'Académie depuis ſon Renouvellement. Sa complexion, quoiqu'elle parût ſaine & vigoureuſe, étoit un principe habituel d'incommodité, & a ſans doute été celui de ſa mort prématurée. Il étoit fort replet, & un coup d'apopléxie a trenché presque en un inſtant le fil de ſes jours, le 25 Decembre de l'année 1753. lorsqu'il étoit âgé d'un peu plus de 57 ans.

ELOGE
DE
M. DE BEAUSOBRE.

CHARLES LOUÏS DE BEAUSOBRE, Paſteur de l'Egliſe Françoiſe de *Berlin*, & Membre de l'Académie Royale, nâquit à *Deſſau* le 24 Mars, 1690. Nous n'irons point chercher d'autre illuſtration à ſon origine que celle qu'il tire d'un Père, qui a tenu l'un des premiers rangs dans l'Egliſe & dans la République des Lettres. Ce n'eſt pas qu'on ne trouve dans la Famille *de Beauſobre* les prérogatives dont on ne manque guéres de faire un étalage faſtueux, dans celles qui n'en ont point d'autres; mais nous les croyons trop étrangéres à la Vie d'un Eccléſiaſtique & d'un Savant, pour y inſiſter.

M. *de Beauſobre* ayant été appellé au ſervice de l'Egliſe de Berlin vers le commencement de 1695. quitta le ſejour agréable où il avoit paſſé huit des plus belles années de ſa vie, à la Cour de S. A. S. Mgr. le Prince *Jean George d'Anhalt-Deſſau*, & ſe transporta à *Berlin* avec toute ſa Famille.

Charles Louis, dont nous parlons, étoit le ſecond de ſes Fils. L'aîné étant deſtiné aux Armes, (il eſt encore vivant, & Général au ſervice de S. M. Imp. de Ruſſie,) on conſacra celui-ci à l'étude; & le Miniſtere de l'Evangile parut une vocation également convenable à la vivacité de ſon génie & à la douceur de ſon caractére. Une tendre Mère ſurtout, toute remplie encore des idées que les premiers Réfugiés apporterent de leur Patrie, & de celles que devoient naturellement lui inſpirer les ſuccés éclatans de ſon Epoux dans l'exercice de cette ſainte Charge, n'eut point de repos qu'elle n'eût pleinement affermi un Fils, pour qui elle avoit quelque prédilection, dans le choix de ce qu'elle re-

gardoit comme la bonne part. L'événement a juſtifié ſes deſirs; mais nous ne ſaurions diſſimuler que M. *de Beauſobre* n'ait quelque fois témoigné du regret de ſa condeſcendance; & que, malgré tous les talens qui l'ont fait regarder comme un digne fils de ſon illuſtre Père, il n'ait été plus ſenſible à certaines épines qui lui paroiſſoient attachées à ſon état, qu'aux agrémens dont il y pouvoit jouïr.

Sa jeuneſſe fut cultivée par d'habiles mains. Il n'avoit pas beſoin de ſortir de chez lui, pour puiſer dans une ſource également pure & abondante; mais il eut encore l'avantage d'être à portée de profiter des ſecours, & des directions de pluſieurs hommes célébres, qui vivoient alors, & qui avoient des liaiſons intimes avec M. *de Beauſobre* le Père. Tels étoient entr'autres Mrs. *Lenfant*, *Des Vignoles* & *Chauvin*.

Sous de tels guides, M. *de Beauſobre* parcourut rapidement la carrière des Etudes, & parla de bonne heure en public. Il fut applaudi, & il auroit goûté bien davantage le plaiſir que l'on peut, & j'oſe même dire, que l'on doit trouver à l'être, ſi ſa mémoire avoit été auſſi fidele à rendre les idées, que ſon imagination étoit propre à les faire nâitre, & ſon jugement à les ſoumettre aux régles de l'Art. Mais cet écueil étoit tout à fait décourageant, ſurtout dans un Commençant: & en géneral il n'eſt guères de métier plus pénible que la Prédication, quand elle a cet obſtacle à ſurmonter. Quoiqu'une mémoire heureuſe ne ſoit aſſurément qu'un acceſſoire des talens de l'Orateur, l'incapacité des Juges n'a pas laiſſé d'en faire presque le principal. M. *de Beauſobre* n'en a pas eu moins pour lui ceux qui ſont dignes de juger; & pendant 40 ans de Miniſtére il a été compté parmi ce petit nombre de Hérauts de l'Evangile qui ne dégradent point la Majeſté du Maitre au nom duquel ils parlent. Il avoit ſurtout cette Eloquence noble & affectueuſe, qui va droit au coeur, parce qu'elle part du coeur.

Il reçut l'impoſition des mains en 1713. & fut d'abord appellé à ſervir l'Egliſe Françoiſe du Village de *Buchholtz*, qui n'eſt qu'à un mille de notre Capitale. Par ce moyen il reſtoit dans le ſein de ſa Famille, n'étant pas même obligé à réſidence, & ne ſe rendant à ſon Troupeau

que

que pour la Prédication, ou pour les autres cas qui demandent la préſence d'un Paſteur.

Environ deux ans aprés, l'Egliſe de *Hambourg* lui adreſſa une vocation. Il l'accepta; mais il ne fit pas un fort long ſéjour dans cette Ville, dont l'air ſe trouvoit contraire à ſa ſanté. Il revint donc à *Berlin* chez ſon Père, en attendant quelque autre occaſion d'être placé. Il s'en préſenta une fort naturelle, & fort heureuſe. Mrs. *de Beauſobre* & *Lenfant* avoient travaillé enſemble à une Traduction du N. Teſtament, qui eſt bien connuë & très-eſtimée. Lorsque l'Ouvrage fut imprimé, ils eurent l'honneur d'en préſenter le premier Exemplaire, vers le commencement de 1718. au Roi *Frederic Guillaume*, de glorieuſe mémoire, à qui il étoit dedié. Ce Monarque le reçut avec bonté, & témoigna à ces deux Miniſtres qu'il étoit diſpoſé à leur faire éprouver des marques réelles de ſa bien-veillance. M. *de Beauſobre*, ſaiſiſſant l'occaſion, ſupplia le Roi de lui donner ſon Fils pour Collégue; & ſa demande lui fut auſſi-tôt accordée. On peut juger de la joye du Père & du Fils dans une conjoncture qui les réüniſſoit pour toûjours; ils furent ravis de joindre, pour ainſi dire, à la tendre rélation qui les uniſſoit, celle de Frères & de Compagnons d'oeuvre.

M. *de Beauſobre* demeura donc attaché depuis ce tems-là à l'Egliſe de *Berlin*. Il n'étoit d'abord que ſurnuméraire; la mort d'un Paſteur nommé *Lugandi* le fit ordinaire. Il deſſervoit l'Egliſe de la Ville-Neuve; mais il en fut tiré pour être placé dans la nouvelle Egliſe du Cloître qu'on venoit de bâtir. Il en fit la Dédicace en préſence du Roi défunt, le 26 Aout 1726. Enſuite, à la mort de M. *Gaultier*, il reprit au commencement de 1740. les fonctions de Paſteur de la Ville-Neuve, par où il a terminé ſon Miniſtère.

C'eſt aſſés parler de ſa vie Eccléſiaſtique; mais l'idée que nous venons d'en donner, étoit néceſſaire pour montrer qu'elle a été agitée & pénible, & qu'il n'a pû conſacrer à l'étude toute l'application que des circonſtances plus favorables lui auroient permis d'y apporter. Ses premiers Ouvrages ont été des Traductions. Il en a fait quelques unes

de

de l'Anglois, ſur les affaires publiques, pour un Miniſtre de la Grande-Bretagne à la Cour de Pruſſe, avec qui il avoit des liaiſons d'amitié. Comme ce ſont des Pieces qui diſparoiſſent presque avec les conjonctures qui les font naître, nous n'en indiquerons pas ſeulement les titres.

Il paſſa de ce travail à un autre plus convenable à ſes occupations ordinaires. M. *Barbeyrac* avoit jetté les premiers fondemens d'une réputation qui s'accrût beaucoup depuis, en donnant une fort bonne Traduction des Sermons du célébre Archévêque *Tillotſon*. Comme d'autres occupations l'empêcherent d'embraſſer toute cette tâche, M. *de Beauſobre* traduiſit les Sermons ſur la Repentance, qui forment un Volume ſéparé, que le Public plaça ſans balancer à côté de ceux qu'il tenoit de M. *Barbeyrac*.

Un des événemens qui ont attiré l'attention de ce Siecle, c'eſt la ſanglante Tragédie de *Thorn*. M. *Jablonski*, que la Société qui a précédé cette Académie, ſe glorifioit d'avoir alors à ſa tête, en donna une Hiſtoire également judicieuſe & intéreſſante. M. *de Beauſobre* la traduiſit de l'Allemand à la fin de 1725. ſous le titre de *Thorn affligée*.

C'eſt par ces eſſais qu'il ſe préparoit à une entrepriſe plus importante. En voici l'occaſion. M. *Saurin*, célébre Prédicateur, & qui ne devoit point ſa célébrité à quelque caprice paſſager, mais qui poſſédoit ce fonds & cet acquis d'où dépendent les véritables talens, avoit entrepris un Ouvrage ſur la Bible, qui, deſtiné d'abord à l'explication d'un Recueil d'Eſtampes, devint entre ſes mains un chef-d'œuvre d'érudition & de ſaine Critique. Je ne ſais, pour le dire en paſſant, ſi l'on rend actuellement aſſez de juſtice aux Diſcours de M. *Saurin*, & ſi on les diſtingue comme on le devroit, de tant de compilations qui n'ont couté à leurs Auteurs qu'un travail technique. M. *Saurin* n'a pas compté les opinions, il les a péſées; & plus ſa balance demeure ſouvent dans l'équilibre, plus il fait voir qu'elle eſt d'une juſteſſe peu commune. Ceux qui font toujours pancher l'un des baſſins, ne le font que parce qu'ils mettent leurs propres jugemens à la place des raiſons. Mais je m'écarte de mon ſujet.

Une

Une mort, que je ſerois tenté d'appeller violente, & qui fut du moins prématurée, enleva M. *Saurin* lorsqu'il n'avoit achévé qu'à peu près un tiers de ſes Diſcours ſur la Bible. Les Libraires, cherchant des noms propres à figurer à côté du ſien, s'adreſſerent pour le reſte des Diſcours ſur l' A. T. à M. *Roques*, Paſteur de *Bâle*, bien digne de cette préférence, & pour les Diſcours ſur le N. T. à M. *de Beauſobre* le Père. Celui-ci qui étoit entièrement livré alors à ſon *Hiſtoire du Manichéïsme*, & qui ne l'auroit finie que pour paſſer à d'autres Ouvrages dont le plan étoit déjà formé, ne pût déférer à la demande qu'on lui faiſoit; mais il en chargea un autre lui-même: & en remettant ce travail à ſon Fils, il promit de le diriger & de l'aſſiſter de toutes ſes lumieres. M. *de Beauſobre* fit donc ſous les yeux de ſon Père les Diſcours ſur le N. T. qui forment deux Volumes de l'Edition *in folio*, & trois de l'Edition *in octavo*. Le Diſcours préliminaire ſur l'Authenticité des Evangiles & la certitude du témoignage des Evangéliſtes, eſt du Père; tout le reſte eſt du fils, & en eſt tellement que le Père n'en a fait qu'une reviſion trés-legére, parce qu'il n'en faloit pas davantage, & que l'Auteur avoit rempli le plan & atteint le but d'une manière tout à fait ſatisfaiſante. Je parle ici de choſes dont j'ai une parfaite connoiſſance, & aux détails desquelles m'ont initié les liaiſons que j'ai eû le bonheur d'avoir dès les commencemens de mon Miniſtère avec M^rs. *de Beauſobre.*

Ces Diſcours ſont donc le principal Ouvrage de celui dont je fais l'Eloge, & ils ſuffiſent auſſi pour faire ſon Eloge entant qu'Auteur. Les recherches, le ſtile, la critique, la morale, les uſages pieux, tout y eſt comme il devoit être pour couronner l'oeuvre de M^rs. *Saurin* & *Roques.*

Deux ans après la publication de ces Diſcours, c'eſt à dire en 1738. M. *de Beauſobre* perdit ce tendre & digne Père, auquel il étoit ſi redevable; & il prit auſſi-tôt la réſolution la plus convenable aux ſentimens qu'il conſervoit à ſa mémoire. Ce fut celle de conſacrer le reſte de ſa propre vie à rédiger & à mettre au jour quantité de Mſs. qui

faiſoient à peu près toute la ſucceſſion de cet illuſtre Défunt. Afin d'y travailler avec plus de liberté, il les acquit en propre de ſes Cohéritiers; & nous l'avons vû depuis ce tems-là presque uniquement occupé de ce travail. Le Public en a profité: il poſſéde déjà le *Supplément à l'Hiſtoire de la Guerre des Huſſites*, imprimé en 1745. les *Sermons ſur le Chapitre XII. de l'Epitre aux Romains*, qui ſont de l'année 1744. mais que nous indiquons ici pour les joindre aux *Sermons ſur la Reſurrection de Lazare*, qui ont paru en 1751. Ce n'étoient-là pourtant que de ſimples échantillons au prix de *l'Hiſtoire de la Réformation d'Allemagne*, qui eſt achevée jusqu'à la Confeſſion d'*Augsbourg*, & dont le MS. peut fournir deux Volumes *in quarto* tout prets à paroitre. Il y a longtems que cette Hiſtoire, & bien d'autres Pieces curieuſes que M. *de Beauſobre* avoit laiſſées dans un état peu éloigné de la perfection, devroient être entre les mains du Public, ſi M. *de Beauſobre*, peu expert dans l'Art de négocier, ou de trafiquer, (je ne ſais lequel de ces deux mots exprime le mieux les piéges réciproques que ſe tendent les Auteurs & les Libraires,) n'avoit presque décrié une marchandiſe très précieuſe par des incidens qui venoient d'un tour d'eſprit ſingulier, au coin duquel presque tout ce qu'on appelle maniement d'affaires a été marqué pendant le cours de ſa vie.

En repaſſant les événemens qui appartiennent à l'Hiſtoire de la Réformation, M. *de Beauſobre* ramaſſa les matériaux d'un petit Ouvrage, qu'il intitula *le Triomphe de l'Innocence*. Il s'y propoſoit de juſtifier les Réformés de France contre diverſes accuſations qui leur ont été intentées par leurs Adverſaires, & ſurtout contre les reproches vagues, odieux, & faux, de ſédition & de rebellion. Ce petit Livre écrit avec feu & avec force contient des vérités ſans replique.

Si M. *de Beauſobre* n'étoit pas de l'Académie, il méritoit depuis long-tems d'en être. Mais il a presque toujours été éloigné des postes & des prérogatives qui ſembloient lui être duës. L'enchainement de ces traverſes qui ne ſont pas entièrement dans la claſſe de celles qu'on nomme vulgairement fatalités, mais qui viennent principale-

men[t]

ment de la néceſſité d'unir le ſavoir-faire au ſavoir, cet enchainement, dis-je, formoit une barrière inſurmontable à des efforts, qui, pour être continuellement réïtérés, n'en étoient que moins efficaces. L'Académie lui rendit juſtice au mois d'Octobre de l'année 1751. & ayant été placé dans la Claſſe de Belles-Lettres, il a entretenu deux fois nos Aſſemblées ſur la Vie du Cardinal *Albert de Brandebourg*.

Nous touchons à la fin de ſa carriére. M. *de Beauſobre* étoit d'une bonne conſtitution, & avoit toujours paru la fortifier par le régime & par l'exercice. Mais comme il ſuivoit plutôt à ces deux égards l'ardeur de ſon tempérament que les régles de la prudence, il ſe fit une révolution ſubite dans ſa ſanté au commencement de cette année; les premiers ſymptômes ſe manifeſterent par une forte oppreſſion; & bientôt une complication de maux, jointe peut-être à une complication de remèdes, firent faire à ſon mal, à peine déclaré & connu, des progrés ſi rapides, qu'il y ſuccomba le 10 Mars, ſans s'être presque douté lui-même que l'iſſuë en dut être auſſi prompte & auſſi funeſte.

M. *de Beauſobre* avoit épouſé en Mai 1730. Mlle. *Madelaine de St. Laurens*, fille d'un Conſeiller au Parlement d'Orange, qu'il perdit en Septembre 1744. Il ne reſte qu'une fille de ce mariage.

Je tracerai ſans héſiter le caractére de M. *de Beauſobre*, tel que de longues & étroites liaiſons m'ont mis à portée de le connoître: il eſt tout à ſon avantage. Les qualités de l'eſprit qui font l'homme ſolidement éclairé, dictoient ſes Sermons, & brillent dans ſes Ouvrages; les qualités du cœur qui font l'honnête homme & le vrai Chrêtien, ont caractériſé toute ſa conduite. Il étoit ſincère, droit, officieux, reconnoiſſant, fidèle à toutes les rélations de la Societé; prêchant en un mot par ſon exemple encore plus que par ſa doctrine. Quiconque l'a vû tout entier, n'en jugera jamais autrement; c'eſt l'expreſſion qui réſulte de l'enſemble de ſon caractère, & de ſes actions. Mais on auroit pû s'y méprendre quelquefois en le regardant de profil, & en s'arrêtant à des faits iſolés. Non que jamais il ait eu le deſſein de ſe ſouſtraire à quelque devoir, de chercher quelcun de ces faux-fuyants, qui ſont

l'aſyle des Vertus équivoques; mais une idée qui tomboit dans ſon cerveau, plutôt qu'elle n'y naiſſoit, s'emparoit tellement de lui qu'il l'auroit ſuivie, ſans s'en appercevoir, jusqu'au bord du précipice, (& par précipices je n'entends que ceux qui menaçoient ſon repos & ſa fortune;) on l'en avertiſſoit, il ouvroit les yeux, le fantôme diſparoiſſoit, mais le lendemain il en renaiſſoit un autre, à la pourſuite duquel il ſe livroit aux mêmes risques & périls. Cela lui rendoit les vrais Amis néceſſaires; & il étoit digne de les avoir, car il en connoiſſoit tout le prix. Les principes des agitations & des inquiètudes, qui ont un peu dérangé ſa vie, étoient dans le ſang & dans la machine; ceux de la Vertu & de la Religion étoient profondément gravés dans ſon Ame, & auront fait ſuccéder à ces ſecouſſes paſſagéres un calme inaltérable, & un bonheur conforme à ſes eſpérances.

TABLE

TABLE.

CLASSE
de Philoſophie Expérimentale.

Eſſai *ſur l'origine & la génération des Métaux*, *par* M. ELLER. pag. 3
Examen Chymique *de la nature du Sel volatil de l'Ambre*, *par* M. POTT. 51
Examen Chymique *du bois de Cedre*, *par* M. MARGGRAF. 73
Recherches Anatomiques, 1. *Sur la nature de l'Epiderme*, *& du réſeau qu'on appelle* Malpighien ; 2. *Sur la diverſité de couleur dans la ſubſtance médullaire du cerveau des Négres.* 3. *Deſcription d'une maladie particuliere du Peritoine*, *par* M. MECKEL. 79
Nouvel Eſſai *ſur la meſure des hauteurs par le moyen du Barometre*, *par* M. SULZER. 114
De *l'Envelope des Nerfs*, *par* M. ZINN. 130

CLASSE
de Mathématique.

Réfléxions & Eclairciſſemens *ſur les nouvelles vibrations des*

Cordes expoſées dans les Mémoires de l'Académie de 1747. & 1748. *par* M. DANIEL BERNOULLI. pag. 147

Sur *le mélange de pluſieurs eſpeces de vibrations ſimples iſochrones, qui peuvent coëxiſter dans un même Syſtème de corps ; par* M. DANIEL BERNOULLI. 173

Remarques *ſur les Mémoires précédens de* M. Bernoulli, *par* M. EULER. 196

Principes *de la Trigonométrie Sphérique tirés de la Méthode des plus grands & des plus petits, par* M. EULER. 223

Elémens *de la Trigonométrie ſphéroïdique tirés de la Méthode des plus grands & des plus petits ; par* M. EULER. 258

Examen *d'une Controverſe ſur la Loi de réfraction des rayons de différentes Couleurs par rapport à la diverſité des milieux tranſparens par leſquels ils ſont transmis ; par* M. EULER. 294

Examen *des Réfléxions de M. le Chevalier* d'Arci *ſur le Principe de la moindre action ; par* M. BERTRAND. 310

Recherches *ſur la véritable courbe que décrivent les corps jettés dans l'air, ou dans un autre fluide quelconque ; par* M. EULER. 321

CLASSE
de Philoſophie Spéculative.

Des *Ecrits & de la Doctrine d'*Anaxagore ; *par* M. HEINIUS. 355

Examen Philoſophique *de la liaiſon réelle qu'il y a entre les Sciences & les Moeurs ; par* M. FORMEY. 397

Examen *d'une queſtion concernant la Liberté ; par* M. MERIAN. 417

CLASSE

CLASSE
de Belles-Lettres.

Abrégé *de la Vie de* Bogislas X. *Duc de Poméranie, ſurnommé* le Grand ; *par* M. PELLOUTIER. pag. 433

Des *Devoirs de l'Académicien, par* M. DE MAUPERTUIS. 411

Eloge *de* M. BUDDEUS. - - - 522

Eloge *de* M. DE BEAUSOBRE. - - 525